Dove

[illegible]

هندسی مناظر

سلسلۂ نصابیات علمیہ جامعۂ عثمانیہ

نشان (۳۴۷)

ہندسی مناظر

مُصنّفۂ

آر۔ اے۔ ہوسٹن

ایم۔ اے۔ پی ایچ۔ ڈی، ڈی۔ ایس سی

لکچرار طبیعی مناظر۔ گلاسگو یونیورسٹی

ایڈیشن سنہ ۱۹۳۰ء

مُترجمۂ

مُرتیمنجے راؤ صاحب

بی۔ اے، ایل ایل بی، ایم۔ ایس سی

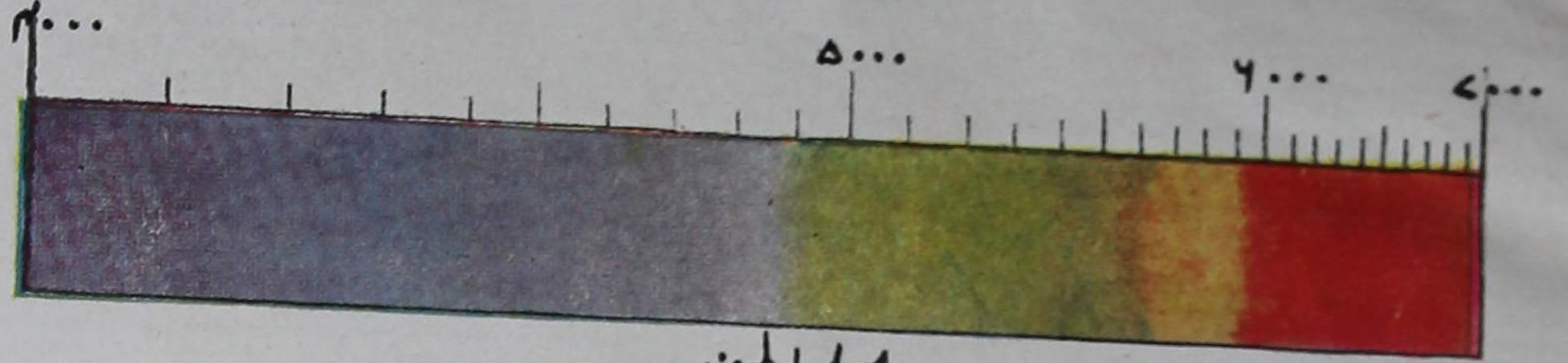
لکچرار طبیعیات۔ جامعۂ عثمانیہ سرکار عالی

سنہ ۱۳۶۴ھ م سنہ ۱۳۵۴ف م سنہ ۱۹۳۵ء

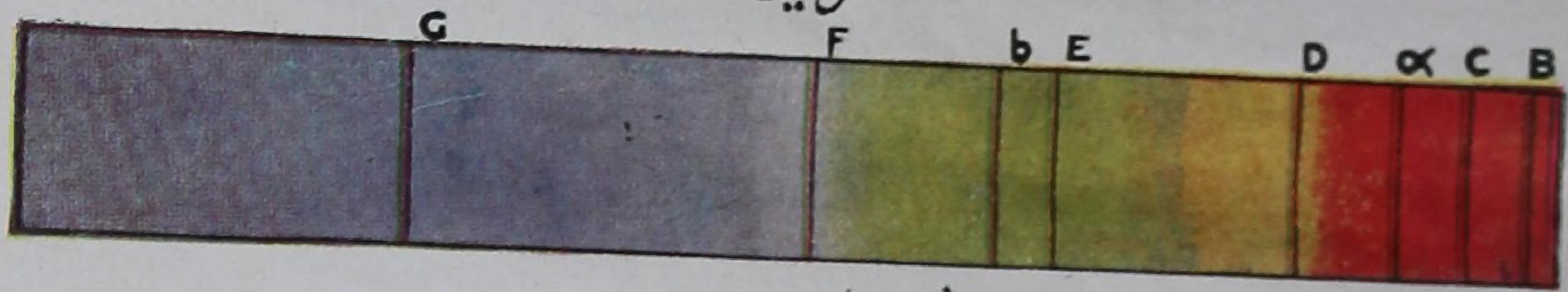
مطبوعۂ

دارالطبع جامعۂ عثمانیہ سرکار عالی حیدرآباد دکن

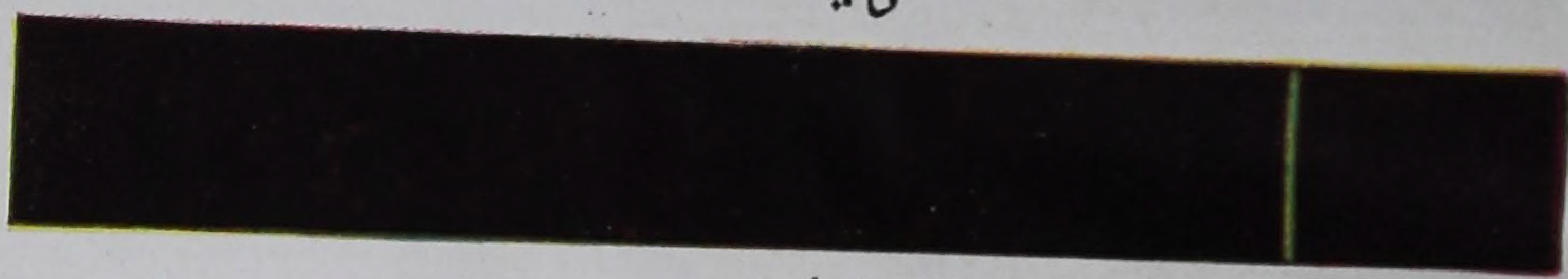
یہ کتاب لانگمنس، گرین اینڈ کمپنی لمیٹیڈ کی اجازت سے
اُردو میں ترجمہ کرکے طبع وشایع
کی گئی ہے۔



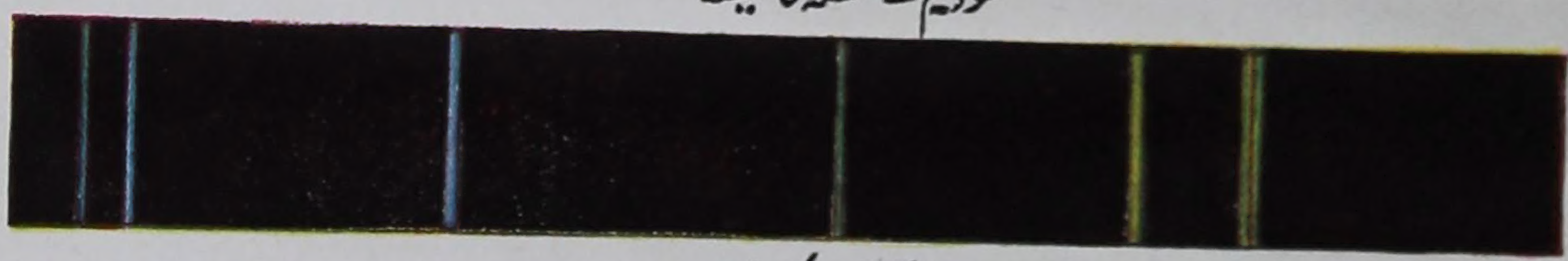
مسلسل طیف



شمسی طیف



سوڈیم کے شعلہ کا طیف



پارہ کے قوس کا طیف



کوبالٹ شیشہ کا طیف



سوآن کا طیف



سہ لونی طباعت

دیباچہ

یہ کتاب ایسے طلبار کے لیے لکھی گئی ہے جو علم طبیعیات کے پہلے سال کا نصاب ختم کر چکے ہوں اور جو علم مناظر کی مزید تعلیم حاصل کر رہے ہوں۔ اس میں اور نور کی دیگر کتابوں میں یہ فرق ہے کہ اس میں نفس مضمون سے زیادہ باقاعدہ طور پر بحث کی گئی ہے۔ نیز اس موضوع کے ہر پہلو کو پیش نظر رکھا گیا ہے۔ اور حالیہ تحقیقاتوں کے نتائج بھی شامل کر لیے گئے ہیں۔

اس میں یہ مان لیا گیا ہے کہ متعلم کو ابتدائی ریاضی کا اچھا خاصا علم حاصل ہے۔ علم احصاء سے کہیں کہیں امداد لی گئی ہے۔ لیکن مجھے امید ہے کہ اس کی مدد سے حاصل کیے ہوئے نتائج ان طلباء کی بھی سمجھ میں آجائینگے جو علم احصاء کے تفصیلی طریق عمل سے کماحقہٗ واقف نہیں ہیں۔ بہر حال کتاب کا زیادہ تر حصہ اس سے آزاد ہے

یہ کتاب گلیسگو یونیورسٹی میں میری نو سالہ تدریس اور تجربوں کا ثمر ہے۔ میں پروفیسر گرے اور شعبۂ نیچرل فلاسفی کے دیگر اساتذہ کا اس کی تیاری کے دوران میں اُن کی حمایت اور حوصلہ افزائی کے لیے بیحد مشکور ہوں۔ مسٹر چارلس کوکرین ایم۔ اے؛ بی۔ ایس سی نے تمام پروف پڑھے اور اس کے

تمام سوالات حل کیے۔

اس حالیہ ایڈیشن میں (۲۳) نئی شکلیں درج کی گئیں۔کئی چھوٹی چھوٹی تصیحات کی گئیں اور بیس سے زیادہ صفحوں کا نیا مواد شامل کیا گیا ۔ اس کے لیے جگہ نکالنے کی غرض سے ساری کتاب کے مختلف حصّوں میں کچھ سابقہ مواد حذف کردیا گیا اور اِن تبدیلیوں کی وجہ سے ایک نئے اشاریہ کی ضرورت داعی ہوئی۔

آر۔اے۔ ہوسٹن

فہرستِ مضامین

ہندسی مناظر

بسم اللہ الرحمٰن الرحیم

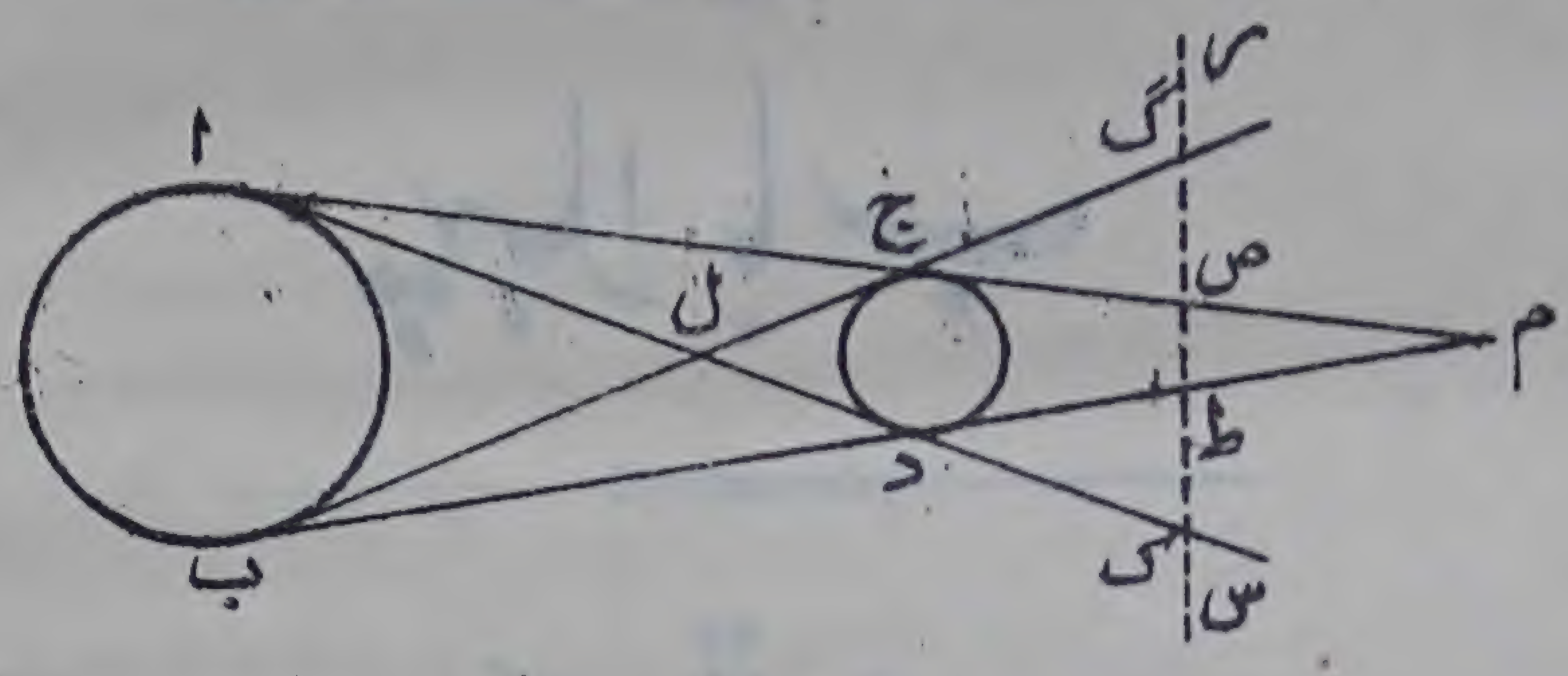
ہندسی مناظر

پہلا باب

اساسی تصوّرات

(۳) نور کی اشاعت خطوطِ مستقیم میں عمل میں آتی ہے۔ اس امر کی صداقت کو ہر شخص تسلیم کرتا ہے اور اِسی بنا پر ہم یہ مان لیتے ہیں کہ ایک جسم نور کی ان شعاعوں کی سمت میں واقع ہوتا ہے جو اس جسم سے نکل کر ہماری آنکھ میں داخل ہوتی ہیں۔ نیز ہماری روز مرّہ کی زندگی میں بھی نور کی اِس اشاعتِ مستقیم کی کئی مثالیں ملتی ہیں۔ مثلاً سُورج کی کرنیں جو کسی درز میں سے ایک تاریک کمرے کے اندر داخل ہوتی ہیں مستقیم نظر آتی ہیں! نیز جب کسی موم بتی کے شُعلہ کی وجہ سے ایک چھڑی کا سایہ دیوار پر پڑتا ہے تو شعلہ، چھڑی کی چوٹی اور چھڑی کی چوٹی کا سایہ سب کے سب ایک ہی خطِ مستقیم میں ہوتے ہیں۔

لیکن اگر مشاہدات بڑی احتیاط سے لیے جائیں تو پایا یہ جائیگا کہ نور کی اشاعت صرف تقریباً خطِ مستقیم میں عمل آتی ہے ۔ مثلاً اگر کسی نقطئی مبداء کی روشنی ایک ایسے پردے پر واقع ہو جس میں تقریباً $\frac{1}{10}$ مم کا ایک تنگ سوراخ بنا ہوا ہو تو شعاعیں اس سوراخ میں سے گزرنے کے بعد سایہ کے اندر اِس درجہ مڑ جاتی ہیں کہ نور کی اشاعتِ مستقیم کا ذکر ہی نہیں ہو سکتا ۔ ایسی صورت میں کہا جاتا ہے کہ انکسار عمل میں آرہا ہے ۔ اس انکسار پر ایک باب مابعد میں تفصیل سے بحث کی جائیگی ، لیکن اکثر مناظری مظاہر کی صورت میں اِس کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے ۔



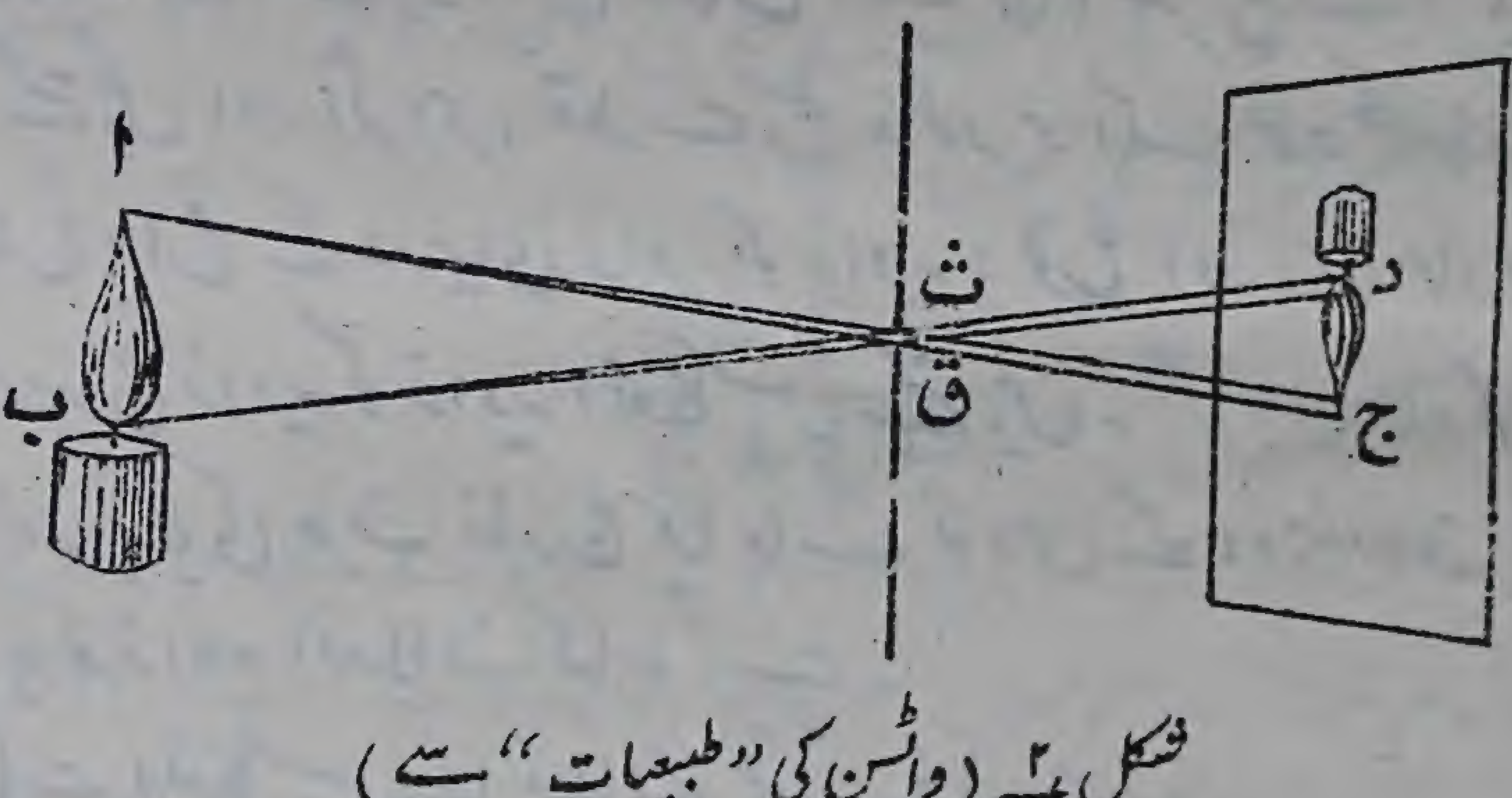
شکل ۱ـ۱ (واٹسن کی "طبیعیات" سے)

فرض کرو کہ ا ب نور کا ایک کروی مبداء ہے ، ج د ایک کروی حائل جسم ، اور ر س ایک پردہ ۔ مبداء کا ہر ایک نقطہ جسم کے ایک سایہ کا باعث ہوگا جس سے ہمیں پردے پر سایہ کی بے شمار جزءً منطبق قرصیں حاصل ہونگی ، مثلاً نقطہ ا کی وجہ سے سایہ ص ک پیدا ہوگا اور نقطہ ب کی وجہ سے سایہ گ ط ۔ چونکہ ا اور ب مبداء کے انتہائی نقطے ہیں ۔ اس لیے اِن کے سایوں کے منطبق حصے ص ط میں کوئی روشنی نہیں پائی جائیگی ۔ حصوں گ ص اور ط ک میں مبداء کے ایک حصے سے (۴) آنے والی روشنی پائی جائیگی اور جیسے جیسے ص سے گ تک اور ط سے ک تک چلتے ہیں تو سایہ زیادہ روشن ہوتا جائیگا ۔ اس لیے حائل کرہ کا مکمل سایہ

مشتمل ہوگا قطر ص ط والی ایک کامل سیاہ قرص پر جو ظلِّ محض کہلاتا ہے اور جو بتدریج گھٹتی ہوئی تاریکی والے ایک حلقے سے جو ظلِّ مشوّب کہلاتا ہے گھرا ہوا ہوتا ہے۔

اگر کرہ ا ب سورج کو تعبیر کرے اور کرہ ج د چاند کو تو سطح زمین کے کسی نقطہ پر مکمل سورج گرہن اس وقت معلوم ہوگا جب کہ یہ نقطہ مخروط ج م د کے اندر واقع ہو۔ اگر یہ نقطہ ظلِّ مشوب میں واقع ہو تو گرہن صرف جزوی نظر آئیگا۔

ثقبالہ: اگر ایک منوّر جسم ا ب (شکل ۲) کسی غیر شفاف پردے میں کے ایک چھوٹے سے سوراخ ث ق کے سامنے رکھا ہو اور اس سوراخ کی دوسری طرف ایک سفید مقوّا رکھا ہو تو اس مقوّے پر منوّر جسم کا ایک الٹا خیال ج د حاصل ہوگا۔ منوّر جسم کے ہر ایک نقطہ سے نور کی ایک پنسل حسبِ صراحت شکل شائع ہوکر مقوّے پر روشنی کا ایک دھبّہ پیدا کرتی ہے۔



شکل ۲۔ (واٹسن کی "طبعیات" سے)

یہ سوراخ نہایت باریک یعنی پن کے قطر کا ہونا چاہیے ورنہ مقوّے پر حاصل ہونے والے روشنی کے دھبّے بہت بڑے ہونگے اور خیال مسخ ہوگا۔ نتیجۃً یہ خیال بہت مدّھم ہوتا ہے اور اگر اس طریقے سے ایک تصویر لی جائے تو بہت طویل تعرّیہ* کی ضرورت ہوتی ہے۔ لیکن اس ثقبالہ میں یہ خاص خوبی پائی جاتی ہے کہ اس کے خیال میں ایک وسیع زاویۂ نظر شامل رہتا ہے اور نیز یہ کہ اس میں تمسیک کی ضرورت نہیں پڑتی یعنی ہر ایک فاصلے پر کے شخص کا خیال کامل طور پر

* Exposure

ماسکہ میں ہوتا ہے۔

کلیّاتِ انعکاس وانعطاف: یہ امر کہ وہ اجسام بھی جو خود منور نہ ہوں لیکن کسی مبداءِ نور کی روشنی سے منوّر کیے جائیں تو تمام سمتوں میں دکھائی دیتے ہیں۔ یہ ظاہر ہوتا ہے کہ یہ اجسام روشنی کو تمام سمتوں میں منعکس کر دیتے ہیں۔ ایسے انعکاس کو بے قاعدہ انعکاس کہتے ہیں اور یہ کسی سادہ کلیہ کا پابند نہیں ہے۔ یہ تمام کھُردری سطحوں پر عمل میں آتا ہے۔ جو شعاعیں اِس طریقے سے منعکس ہوتی ہیں، ان کا رنگ عام طور پر بدل جاتا ہے۔

جب شعاعوں کی ایک باریک پنسل کسی آئینہ یا کسی شفاف واسطہ کی مجلّیٰ سطح سے منعکس ہوتی ہے تو اِس میں بے قاعدہ انعکاس بہت ہی کم پایا جاتا ہے اور نور کی واقع پنسل دو پنسلوں میں بٹ جاتی ہے: ایک منعکس پنسل اور دوسرے منعطف پنسل۔ ایسی صورت میں کہا جاتا ہے کہ نور میں باقاعدہ انعکاس واقع ہو رہا ہے۔ جس نقطہ پر واقع شعاع انعکاس انگیز سطح سے آملتی ہے اُس کو نقطہ وقوع کہتے ہیں اور اگر اِس نقطہ سے سطح مذکور پر ایک عماد کھینچا جائے تو اِس عماد اور شعاعِ واقع کے درمیانی زاویہ کو زاویہ وقوع اور اِس عماد اور شعاع منعکس کے درمیانی زاویہ کو زاویہ انعکاس کہتے ہیں۔ اگر اِس عماد کو شفاف واسطہ کے اندر نیچے کی طرف خارج کیا جائے تو اِس کے اور منعطف شعاع کے درمیانی زاویہ کو زاویہ انعطاف کہا جاتا ہے۔ (۵)

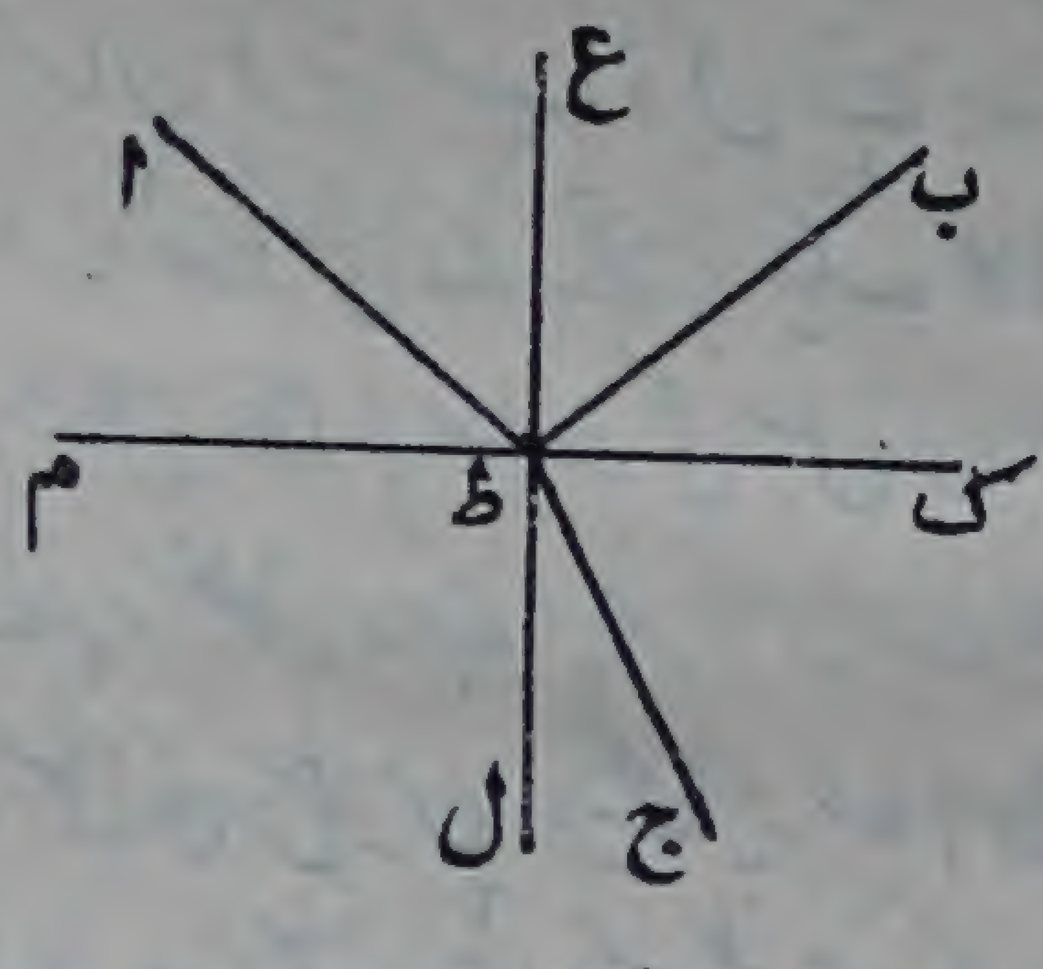
کُلیّاتِ انعکاس وانعطاف حسبِ ذیل ہیں:

شعاع واقع، نقطہ وقوع سے انعکاس انگیز سطح پر کھینچا ہوا عماد اور شعاع منعکس تینوں ایک ہی مستوی میں ہوتے ہیں۔

زاویہ انعکاس زاویہ وقوع کے مساوی ہوتا ہے۔

شعاع منعطف اُسی مستوی میں رہتی ہے جس میں کہ عماد اور شعاع واقع، اور عماد کی جس جانب شعاعِ واقع رہتی ہے اس کی مخالف جانب پائی جاتی ہے۔

زاویہ وقوع کی تمام قیمتوں کے لیے زاویہ وقوع کے جیب میں اور زاویہ انعطاف کے جیب میں ایک مستقل نسبت پائی جاتی ہے جس کی قیمت کا انحصار نور کی نوعیت پر اور اُن واسطوں کی نوعیت پر ہوتا ہے جو انعطاف انگیز سطح پر ایک دوسرے کے ساتھ تماس میں ہوتے ہیں۔



شکل ۳

چنانچہ شکل ۳ میں اگر ط نقطہ وقوع ہو، م ک انعکاس انگیز سطح کا نشان، ع ط عماد اور ا ط شعاع واقع تو شعاع منعکس ط ب اور منعطف شعاع ط ج دونوں اسی مستوی میں واقع ہونگے جس میں کہ ا ط اور ط ع واقع ہوتے ہیں، ∠ع ط ب مساوی ہوگا ∠ع ط ا کے اور جیب ع ط ا \ جیب ل ط ج ایک مستقل ہوگا، چاہے زاویہ ∠ع و ا کی قیمت کچھ ہی کیوں نہ ہو۔

$$\text{اگر نسبت}\qquad \frac{\text{جیب ع ط ا}}{\text{جیب ل ط ج}} = \text{مہ}$$

تو مہ کو، نور زیر بحث کے لیے بالائی واسطہ کے لحاظ سے نچلے واسطہ کا انعطاف نما کہتے ہیں۔ تمام شفاف ٹھوسوں اور مایعات کے لیے مہ بڑا ہوتا ہے ا سے۔

جب زاویہ وقوع صفر ہو تو ا ط اور ط ب دونوں ع ط پر منطبق ہو جاتے ہیں اور ط ج، ط ل پر منطبق ہو جاتا ہے۔ ایسی صورت میں شعاع انعطاف سے غیر منحرف رہتی ہے۔

اگر وہ سطح جس پر روشنی واقع ہوتی ہے منحنی سطح ہو تو ہم اِس کو متعدد چھوٹے چھوٹے رقبوں پر منقسم قیاس کرتے ہوئے اِن میں سے ہر ایک رقبے کو مستوی مان لے سکتے ہیں؛ پھر ان میں سے ہر ایک کا ایک عماد کھینچ کر ہر ایک پر واقع ہونے والی شعاع پر علٰحدہ علٰحدہ غور کر سکتے ہیں۔ ایسی صورت میں ہر ایک رقبہ پر

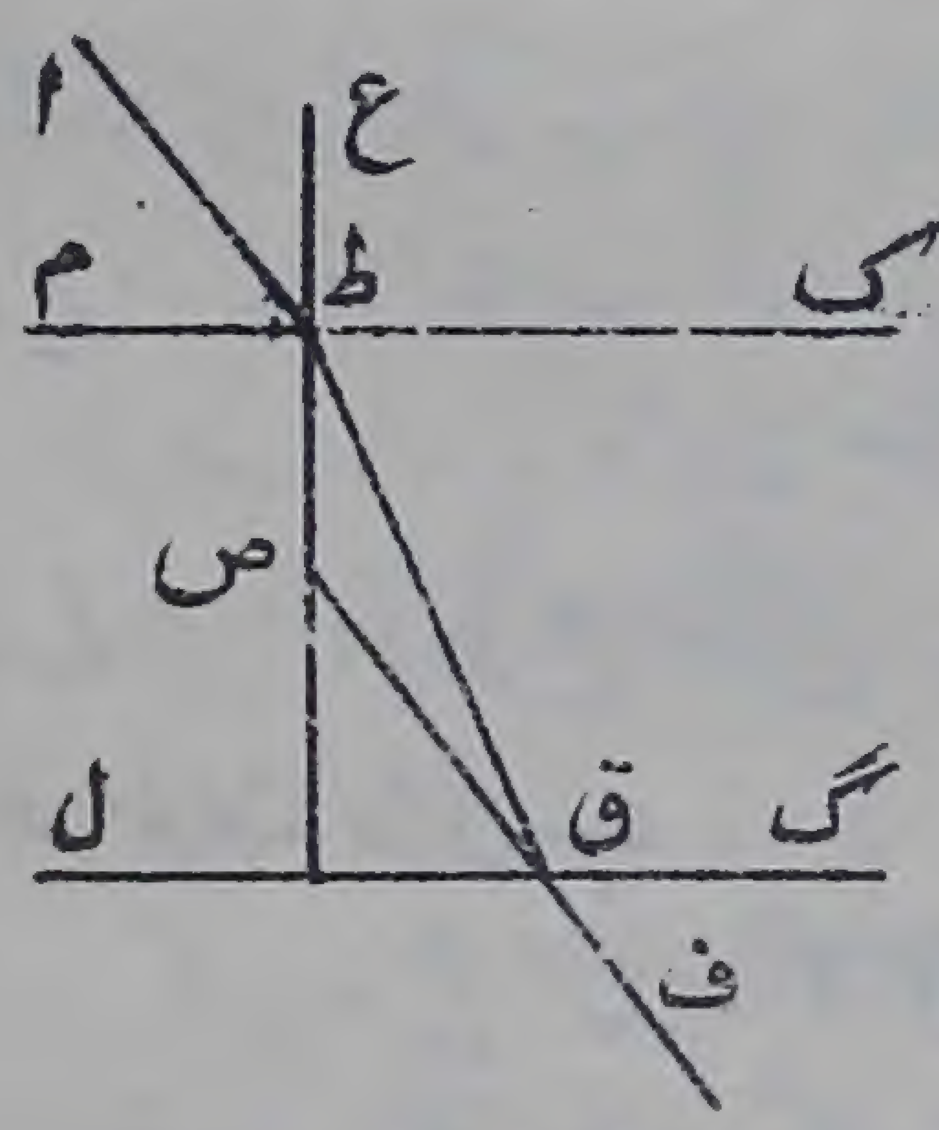
واقع ہونے والی روشنی مذکورۂ بالا کلیوں کے مطابق منعکس اور منعطف ہوگی۔

کلیات انعکاس و انعطاف کی تصدیق بہترین طریقے پر طیف پیما (صفحہ) کی مدد سے ہوسکتی ہے؛ لیکن شیشہ کی ایک سل کی صورت میں اِن کی تصدیق کا ایک آسان طریقہ حسبِ ذیل ہے:-

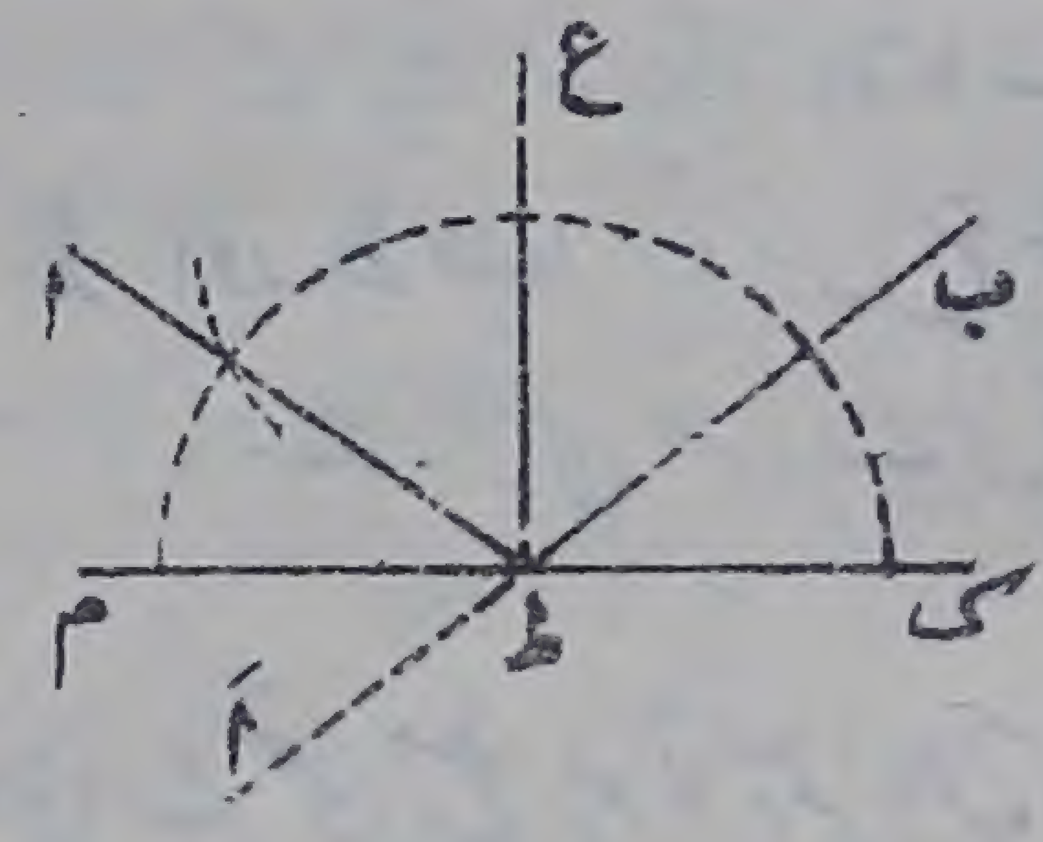
نقشہ کشی کے تختے پر ایک کاغذ چڑھا دو اور اِس پر کوئی خطِ مستقیم ا ط کھینچو (شکل ۴) شیشہ کی سل کو اپنی جگہ پر اِس طرح رکھ دو کہ اِس کا ایک رُخ م ک پر منطبق رہے، پھر اِس کے کنارے کنارے پنسل سرکاتے ہوئے خط م ک
(۶) کھینچو۔ سل کی سطح میں دیکھنے پر خط ا ط انعکاس کے بعد اَ ط کی سمت میں دکھائی دیگا؛ پھر کاغذ پر ایک پٹی اِس طرح رکھ دو کہ اس کا کنارہ اَ ط ہی کی سیدھ میں نظر آنے لگے اور خط ط ب کا کچھ حصہ کھینچو۔ اب سل کو ہٹا کر ب ط کو یہاں تک خارج کرو کہ یہ م ک کو قطع کرے۔ ب ط، م ک کو ط پر قطع کرنا چاہیے اور ایک پرکار کی مدد سے حسبِ صراحت شکل یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ

∠ اطع = ∠ ع ط ب

حسب سابق ایک خط ا ط کھینچو اور سل کو اپنی جگہ پر رکھ دو (شکل ۵)



شکل ۵



شکل ۴

فرض کرو کہ م ک اور ل گ اس کے دو متوازی رُخوں کے نشان ہیں۔

م ک اور ل گ کھینچو۔ پھر پِن کے رُخ ل گ میں دیکھتے ہوئے ایک پِن کی مدد سے خط ق ف کھینچو جو خط ا ط ہی کی سیدھ میں نظر آئے پِن ہٹا دو، عماد ع ط ص کھینچو، ف ق کو اتنا بڑھاؤ کہ عماد سے ص پر جا ملے اور ط ق کو ملاؤ۔ زاویہ ∠ ص ط ق زاویہ انعطاف ہوگا۔

اب زاویہ وقوع اور زاویہ انعطاف کے جیبوں کی نسبت کئی طریقوں سے معلوم کر لی جاسکتی ہے۔ لیکن ان میں سب سے آسان طریقہ شاید حسبِ ذیل ہے :۔ نقشہ سے پایا جاتا ہے کہ ص ف متوازی ہے ا ط کے۔ بنا بریں ∠ ط ص ق تکملہ ہے ∠ ا ط ع کا اور جب ا ط ع = جب ط ص ق۔ اب چونکہ کسی مثلث کے زاویوں کے جیوب اِن کے مقابل کے ضلعوں کے متناسب ہوتے ہیں اِس لیے :

$$\text{م} = \frac{\text{جب ا ط ع}}{\text{جب ص ط ق}} = \frac{\text{جب ط ص ق}}{\text{جب ص ط ق}} = \frac{\text{ط ق}}{\text{ص ق}}$$

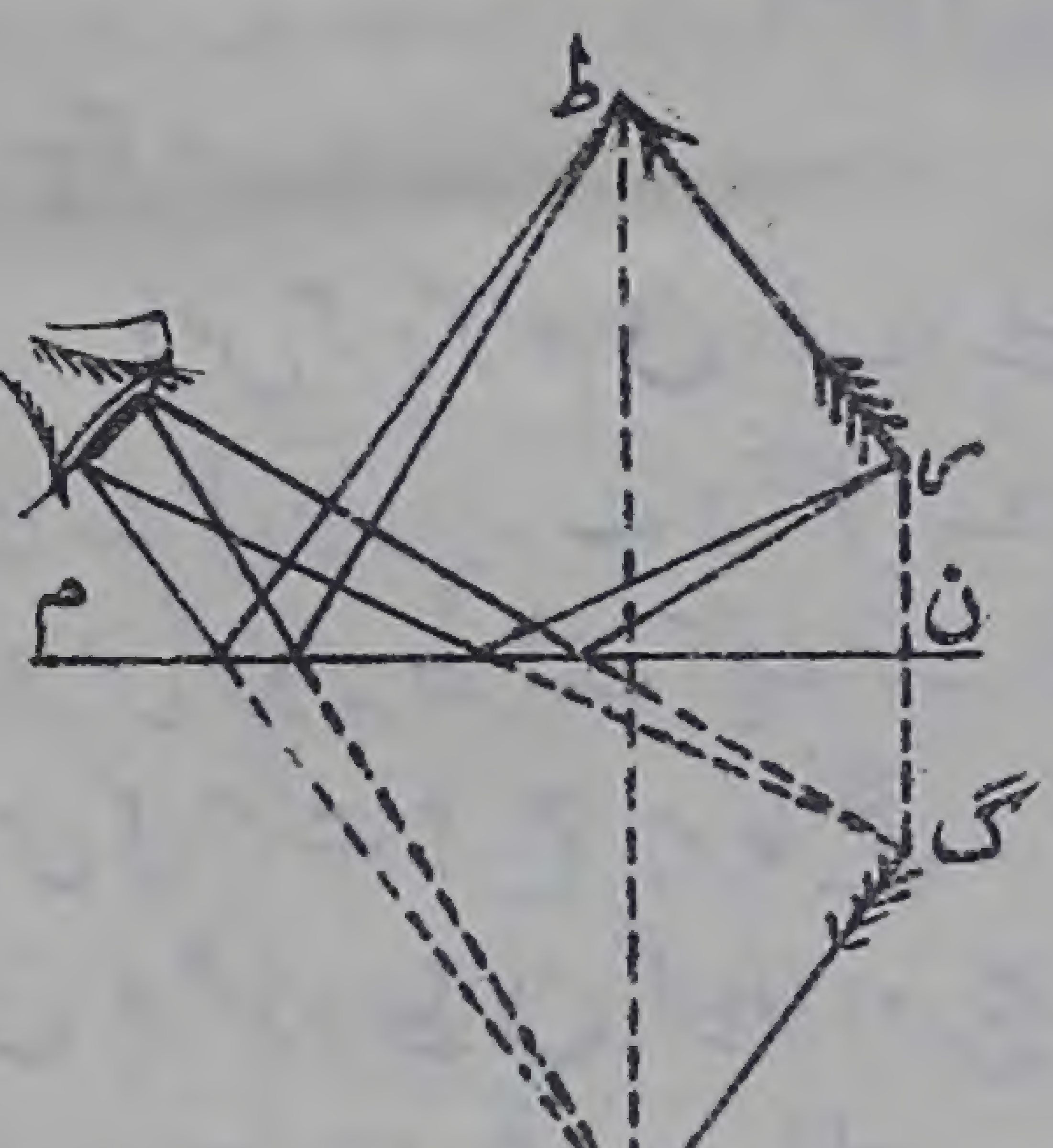
خواہ ∠ ا ط ع کا تغیر کچھ ہی کیوں نہ ہو نسبت $\frac{\text{ط ق}}{\text{ص ق}}$ ہمیشہ مستقل رہتی ہے۔

فرض کرو کہ م ن ایک ایسے مستوی آئینہ کا نشان ہے جو کاغذ کے مستوی کے علی القوایم ہے (شکل ۲) اور فرض کرو کہ ط نور کا ایک نقطئی مبداء ہے۔ فرض کرو کہ ط سے آئینہ تک ط ا کوئی شعاع ہے۔ تب انعکاس کے بعد اس کی سمت ا ج ہو جائیگی۔ نقطہ ا سے عماد ا ع کھینچو، نقطہ ط سے م ن پر عمود ط ن گراؤ، اور ج ا اور ط ن کو یہاں تک خارج کرو کہ یہ ایک دوسرے سے نقطہ ق پر جا ملیں۔

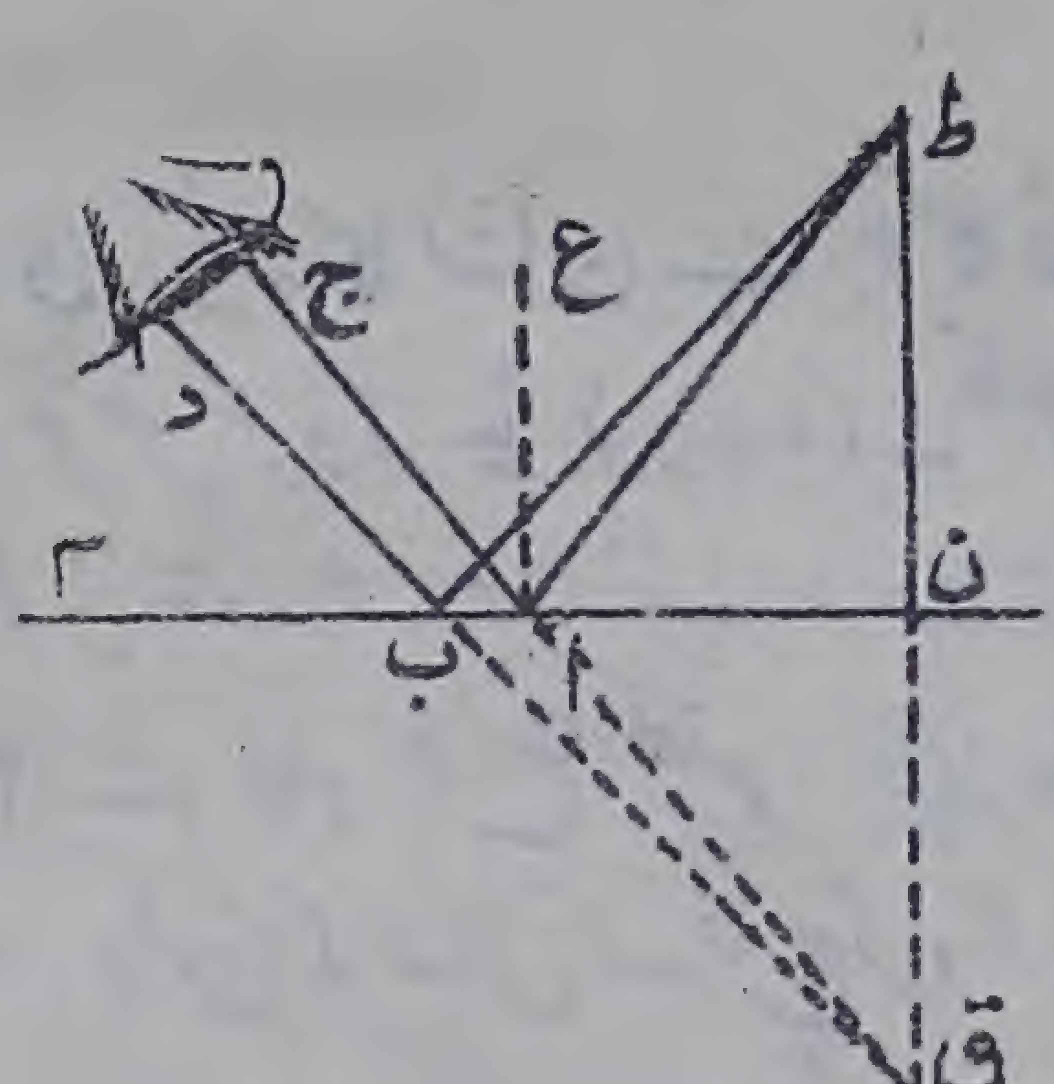
اب مثلثوں ا ط ن اور ا ق ن میں ا ن مشترک ہے ؛
∠ ا ن ط = ∠ ا ن ق کیونکہ یہ دونوں قایمے ہیں؛ اور ∠ ط ا ن = ∠ ق ا ن کیونکہ ∠ ع ا ن ایک قایمہ ہے اور ع ا زاویہ ∠ ج ا ط کی تنصیف کرتا ہے۔
اس لیے یہ مثلث آپس میں ہر طرح مساوی ہیں اور ط ن = ن ق

نقطہ ق کا محل متعین ہو جاتا ہے اور یہ کسی طرح ط ا کی سمت پر منحصر نہیں ہوتا۔ چنانچہ اگر ہم ایک اور شعاع ط ب کھینچیں تو انعکاس کے بعد اس کی سمت د ب بھی ق میں سے گزرنی چاہیے۔ اس لیے وہ تمام
(۷) شعاعیں جو ط سے نکل کر آئینہ پر واقع ہوتی ہیں ج د پر رکھی ہوئی آنکھ کو
ق سے آتی ہوئی معلوم ہوتی ہیں۔ ایسے نقطہ ق کو ط کا خیال کہا جاتا ہے اور چونکہ ق میں سے شعاعیں ا ج اور ب د خود نہیں گزرتیں بلکہ محض ان کی سمتیں پیچھے کی جانب خارج کیے جانے پر گزرتی ہیں، اس لیے اس خیال کو مجازی کہتے ہیں۔ اگر نقطہ ق سے خود یہ شعاعیں گزری ہوتیں تو خیال حقیقی ہوتا۔ حقیقی خیال اور مجازی خیال کے درمیان اصلی فرق یہ ہے کہ حقیقی خیال کو کسی پردے پر حاصل کر کے دکھلایا جا سکتا ہے اور مجازی خیال کو صرف دیکھا جا سکتا ہے، پردہ پر حاصل نہیں کیا جا سکتا۔

اگر ہم ایک منور نقطہ کے بجائے کسی خطی شخص ط س پر غور کریں تو



شکل ۷



شکل ۶

معلوم ہوگا کہ اس کے ہر ایک نقطہ کا خیال حسب صراحت بالا بنیگا اور ان نقطئی خیالوں کے اجتماع سے خطی خیال ق ص حاصل ہوگا (شکل ۷)۔ یہ امر

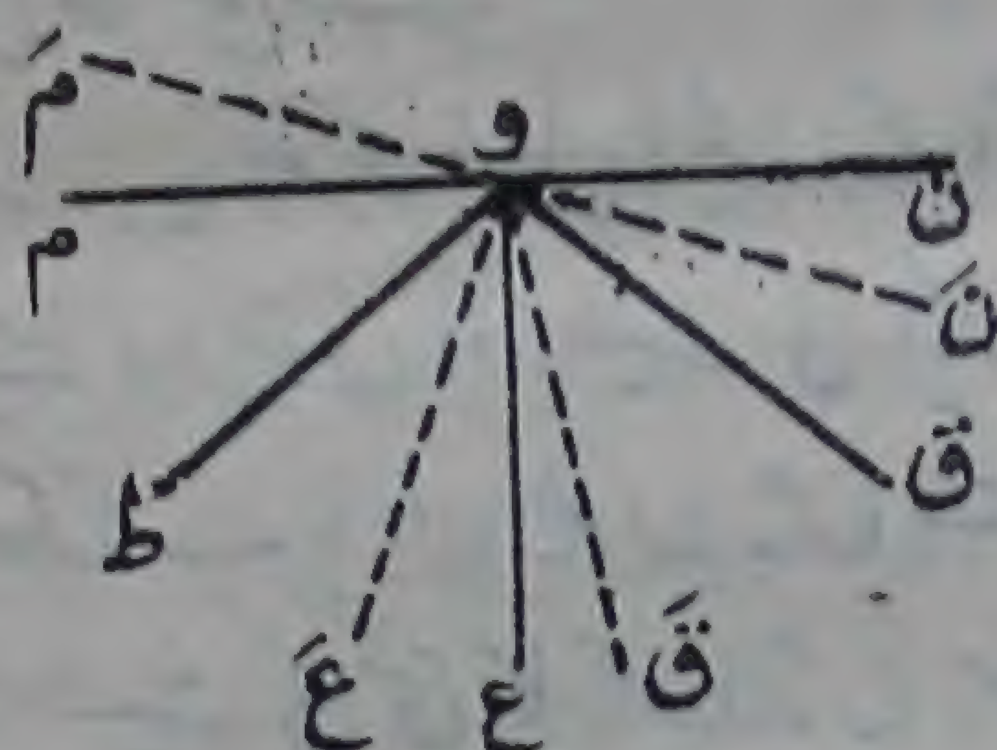
مشاہدہ طلب ہے کہ انعکاس سے شخص میں عرضی تقلیب پیدا ہوجاتی ہے یعنی اس کے داہنے اور بائیں پہلو باہم بدل جاتے ہیں۔ چنانچہ اگر کسی آئینہ کے سامنے کوئی تحریر رکھی ہو تو یہ خیال کی مدد سے صاف نہیں پڑھی جاسکتی؛ لیکن اگر اس تحریر کو جاذب پر جذب کرلیا جائے اور پھر اس جاذب کو آئینہ کے سامنے لایا جائے تو یہ تحریر، دو مرتبہ اُلٹ جانے کی وجہ سے، مکرر صاف پڑھی جاسکتی ہے۔

یہ امر کہ خیال آئینہ کے اُتنے ہی پیچھے واقع ہوتا ہے جتنا کہ شخص اس کے سامنے دو پنوں اور شیشہ کی ایک تختی کی مدد سے بڑی آسانی سے ثابت کیا جاسکتا ہے۔ ان پنوں میں سے ایک چھوٹی اور دوسری بڑی ہونی چاہیے اور شیشہ کی تختی کا پچھلا رُخ سیاہ کردیا جانا چاہیے تاکہ انعکاس صرف سامنے کے رُخ پر عمل میں آئے۔ شیشہ کی تختی کو انتصاباً قایم کرکے اس کے سامنے چھوٹی پن نصب کردو۔ پھر لمبی پن کو تختی کے پیچھے ایک ایسے محل پر نصب کردو جہاں یہ پن اور چھوٹی پن کا خیال دونوں ایک ہی مقام پر دکھائی دینے لگیں۔ ایسی صورت میں لمبی پن اور چھوٹی پن کے خیال کے درمیان کوئی اختلاف منظر نہیں پایا جائیگا یعنی آنکھ کو عرضی سمت میں اِدھر اُدھر حرکت دینے سے ان میں کوئی اضافی حرکت نظر نہ آئیگی۔ اگر یہ محل پوری احتیاط سے معلوم کرلیا گیا ہو تو لمبی پن اور چھوٹی پن دونوں شیشہ کی سطح سے مساوی الفصل پر رہتے ہیں۔

اگر یہ تجربہ شیشہ کی معمولی تختی کی بجائے ایک چاندی چڑھے آئینہ کی مدد سے انجام دیا جائے تو خیال تو بلاشبہ زیادہ منوّر ہوگا لیکن اس امر کے مدِنظر کہ روشنی کو آئینہ پر پہنچنے سے پہلے شیشہ کی تختی میں سے گزرنا پڑتا ہے، ذرا سی پیچیدگی پیدا ہوجاتی ہے۔ چنانچہ آگے چل کر بتایا جائیگا کہ اگر شیشہ (۸)
کی تختی کی دبازت د ہو تو اس کی وجہ سے خیال آئینہ سے بقدر ۲ (م - ۱) د/م کے قریب تر آجائیگا۔ اگر چاندی تختی کی اگلی سطح پر چڑھی ہوئی ہو تو یہ پیچیدگی خود بخود رفع ہوجاتی ہے۔ لیکن ایسا آئینہ بنانے میں چاندی کو شیشہ کی تختی پر کیمیائی طریقے سے مطروح کرنا پڑتا ہے اور

پھر یہ زیادہ دیرپا نہیں ہوتا؛ پارہ اور قلعی کے ورق والے طریقے کا اطلاق صرف شیشہ کی سطح کے پشت پر ہو سکتا ہے۔

مستوی آئینہ کی گردش :- فرض کرو کہ کاغذ کے مستوی کے علی القوایم ایک مستوی آئینہ رکھا ہے جو کاغذ کے مستوی کو م ن پر قطع کرتا ہے۔ نیز فرض کرو کہ



شکل ۳ء

ط و شعاع واقع ہے، و ق شعاع منعکس، اور و ع نقطہ وقوع سے کھینچا ہوا عماد۔ مان لو کہ اِس آئینہ کو و میں سے گزرنے والے ایک ایسے محور کے گرد جو کاغذ کے مستوی پر عمود وار ہے، زاویہ عہ میں گھمایا جاتا ہے اور اِس گردش کے بعد شعاع منعکس اور عماد کے محل بالترتیب و قَ اور و عَ ہو جاتے ہیں؛

عہ = ∠ مَ و م = ∠ عَ و ع = ∠ ط و ع − ∠ ط و عَ

= ½ ∠ ط و ق − ½ ∠ ط و قَ

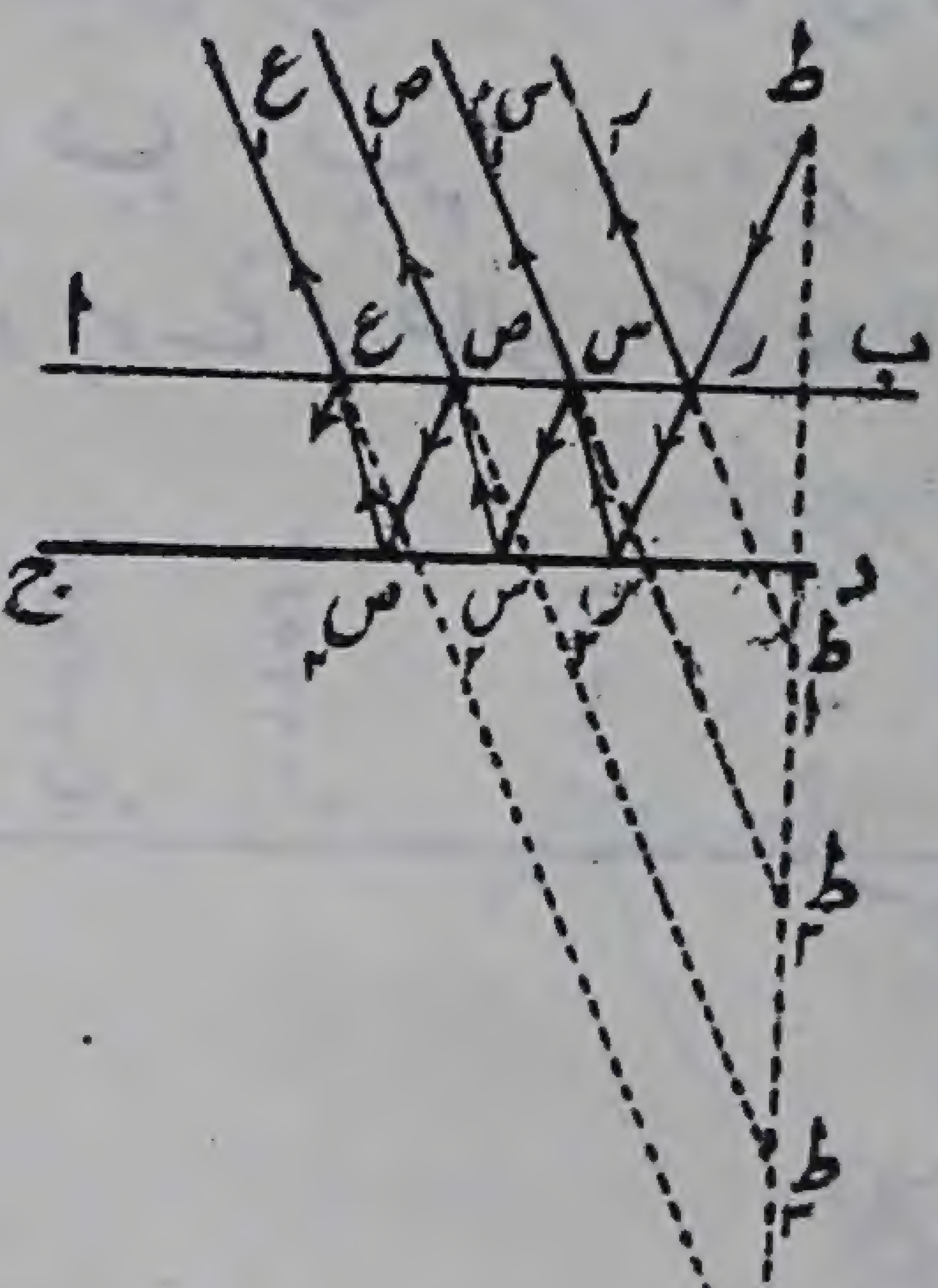
= ½ (∠ ط و ق − ∠ ط و قَ) = ½ ∠ ق و قَ

لیکن ق و قَ وہ زاویہ ہے جس میں کہ منعکس شعاع گھوم جاتی ہے۔ اِس لیے منعکس شعاع کا زاویۂ گردش دوگنا ہے آئینہ کے زاویۂ گردش کے۔

آئینہ اور منعکس شعاع کے اِس اُصول سے کسی جسم کی گردش کی پیمایش میں اکثر کام لیا جاتا ہے۔ مثلاً گرویما کی بعض شکلوں میں ایک چھوٹے سے مقناطیس یا مقناطیسی نظام کے ساتھ ایک چھوٹا سا دائری آئینہ چسپاں ہوتا

ہے جو ایک لیمپ سے آنے والی روشنی کو ایک ایسے پیمانے پر جو عام طور پر آئینہ سے تقریباً ایک میٹر کے فاصلہ پر رکھا ہوتا ہے منعکس کر دیتا ہے۔ چنانچہ جب ایسے روپیما میں سے رو گزرتی ہے تو اس کا مقناطیس مع اپنے آئینہ کے منحرف ہو جاتا ہے جس سے لیمپ کی جھری کا خیال پیمانہ پر حرکت کرتا ہے۔ اس طرح یہ منعکس شعاعیں ایک کال طور پر سیدھے اور بے کمیت نمائندہ کا کام دیتی ہیں۔

متواتر انعکاس:۔ اب ج د شیشہ کی متوازی پہلوؤں والی ایک دبیز تختی ہے۔ اس تختی کی اوپری سطح کے نقطہ ر پر نور کی ایک شعاع ط ر واقع ہوتی ہے اور ایک منعکس شعاع ر ر، اور ایک منعطف شعاع ر ر، پیدا کرتی ہے۔ یہ منعطف شعاع تختی کی نچلی سطح پر واقع ہو کر منعکس شعاع ر، س اور ایک منعطف شعاع پیدا کرتی ہے جو شکل میں نہیں دکھلائی گئی ہے۔ یہ منعکس شعاع ر، س تختی کی اوپری سطح کے نقطہ س پر واقع ہو کر ایک منعطف شعاع س س، اور ایک منعکس شعاع س ص، پیدا کرتی ہے، اور علیٰ ہذا۔ پس اس طرح ایک ہی واقع شعاع ط ر لامتناہی شعاعیں ر ر، س س، ص ص، ع ع وغیرہ پیدا کرتی ہے جو تختی کے اوپر واقع رہنے والی آنکھ کو خیالوں ط، ط، ط، ط وغیرہ سے آتی ہوئی نظر آتی ہیں۔ ان خیالوں میں سے پہلے دو خیال ط، اور ط، تقریباً مساوی طور پر روشن ہوتے ہیں اور دوسرے خیال جلد جلد مدھم پڑتے جاتے ہیں کیونکہ ہر ایک انعکاس

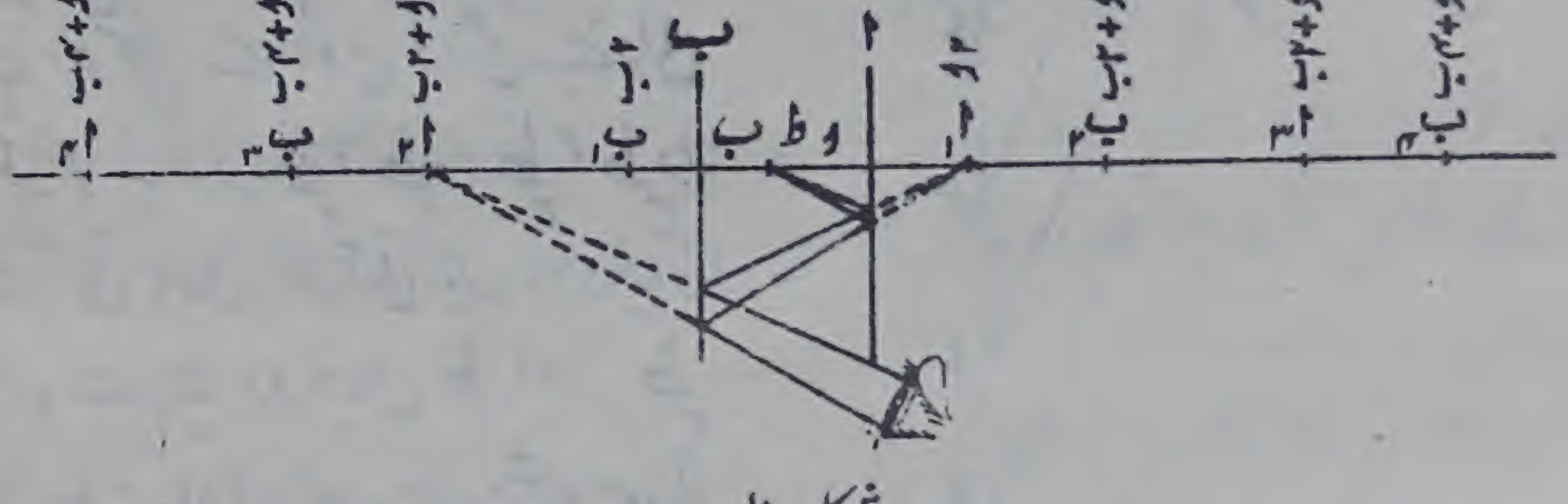


شکل ۹ (واٹسن کی "طبعیات" سے)

کی وجہ سے روشنی کی حدّت بہت کچھ گھٹ جاتی ہے۔ اگر یہ تجربہ تقریباً
(۹) اندھیرے کمرہ میں ایک موم بتی کے شعلہ کی مدد سے انجام دیا جائے تو عموماً صرف تین خیال نظر آتے ہیں۔ لیکن اگر شیشہ کی تختی کی پچھلی سطح پر چاندی چڑھی ہوئی تو کل تقریباً پانچ خیال دکھائی دینگے اور اِن میں سے دوسرا خیال باقی سب سے زیادہ روشن ہوگا۔

معمولی آئینوں کی صورت میں ہمیں یہی دوسرا خیال نظر آتا ہے؛ یوں تو دوسرے خیال بھی موجود ہوتے ہیں لیکن یہ اتنے مدھم ہوتے ہیں کہ ان کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔

فرض کرو کہ دو آئینوں ا اور ب (شکل ۱۰) کے درمیان جن کے رُخ ایک دوسرے کے آمنے سامنے ہیں ایک نقطی مبداء ط اِس طرح واقع ہے کہ اِس کا فاصلہ آئینہ ا سے و اور آئینہ ب سے ب ہے۔ چنانچہ ا میں انعکاس کی وجہ سے اِس کا ایک خیال ا$_1$ پر بنیگا؛ آئینہ ب میں انعکاس کی وجہ سے اِس خیال کا ایک خیال ا$_2$ پر بنیگا؛ اور ا میں مکرر انعکاس کی وجہ سے اِس دوسرے خیال کا خیال ا$_3$ پر دکھائی دیگا اور علیٰ ہذا۔ اِسی طرح آئینہ ب میں ط کے انعکاس پر غور کرنے سے ہمیں خیالوں ب$_1$، ب$_2$، ب$_3$، .... وغیرہ کا ایک اور لا متناہی سلسلہ حاصل ہوگا۔ یوں تو ہونے کو خیالوں کے دو لا متناہی سلسلے ہوتے ہیں لیکن متواتر انعکاسوں

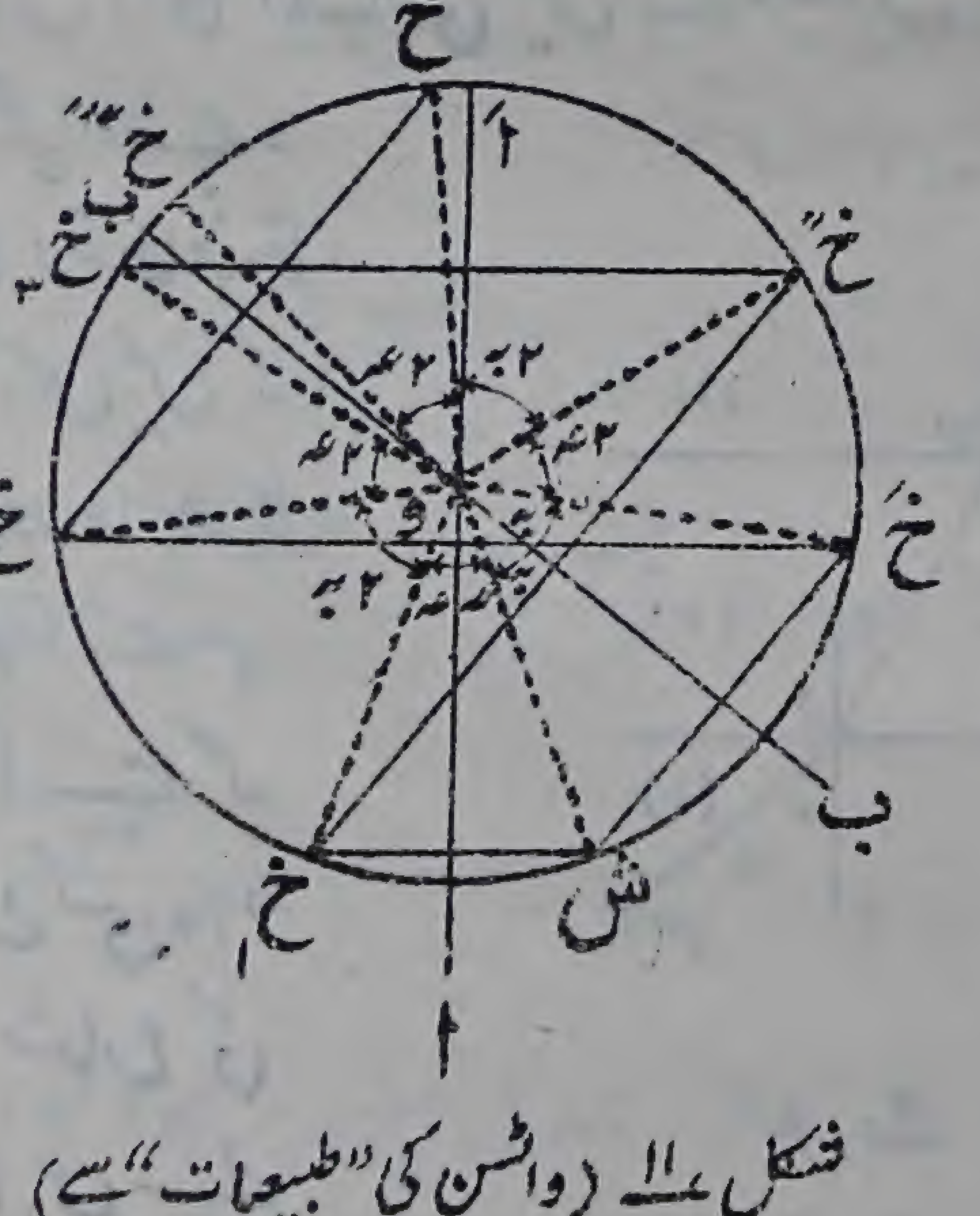


شکل ۱۰

سے روشنی کے مدّھم ہو جانے کی وجہ سے ہر ایک سلسلے کے صرف پہلے خیال ہی

دکھائی دیتے ہیں۔ شکل میں ہر ایک خیال کے اوپر اِس کا فاصلہ نقطہ ط سے لکھ دیا گیا ہے۔ خیال ا۲ پیدا کرنے والی شعاعوں کی پنسل آنکھ میں داخل ہونے سے پہلے جو راستہ اختیار کرتی ہے وہ بھی شکل میں دکھلایا گیا ہے۔

جب یہ دونوں آئینے ایک دوسرے سے مائل ہوں تو خیالوں کے محل دلچسپ ہو جاتے ہیں۔ شکل ۱۱ میں ا و اور ب و آئینوں کو تعبیر کرتے ہیں اور ش شخص ہے۔ و ا میں ش کے انعکاس کی وجہ سے خیال خ، پیدا ہوتا ہے۔ چونکہ ش خ، عمود وار ہے و ا پر اور خ، و ا سے اُتنا ہی پیچھے واقع ہے جتنا کہ ش اِس کے سامنے، اِس لیے خ، اُس دائرہ پر واقع ہوگا جو و کو مرکز مان کر نقطہ ش میں سے کھینچا جائے۔ یہ خیال خ، آئینہ و ب میں خیال خ″ بنائیگا جو صریحاً اُسی دائرہ پر واقع ہوگا جس پر کہ ش اور خ، واقع ہوتے ہیں۔ یہ خیال و ا میں منعکس ہو کر خیال خ‴ پیدا کریگا۔ خ″ اور خ‴ کو ملانے والا خط و ا کے سرے کے آگے سے گزریگا لیکن اِس سے کوئی مضایقہ نہیں۔ آئینہ و ا میں خ‴ کے خیال پیدا کرنے کے لیے صرف یہ ضروری ہے کہ خ″ سے
آنے والی شعاعیں و ا پر منعکس ہو کر آنکھ میں داخل ہوں۔ و ب میں (۱۰)



شکل ۱۱ (واٹسن کی "طبیعیات" سے)

خ۳ کا خیال خ'''' بنتا ہے۔ یہ چونکہ دونوں آئینوں کے پیچھے واقع ہے اس لیے یہ مزید خیال نہیں پیدا کر سکتا۔

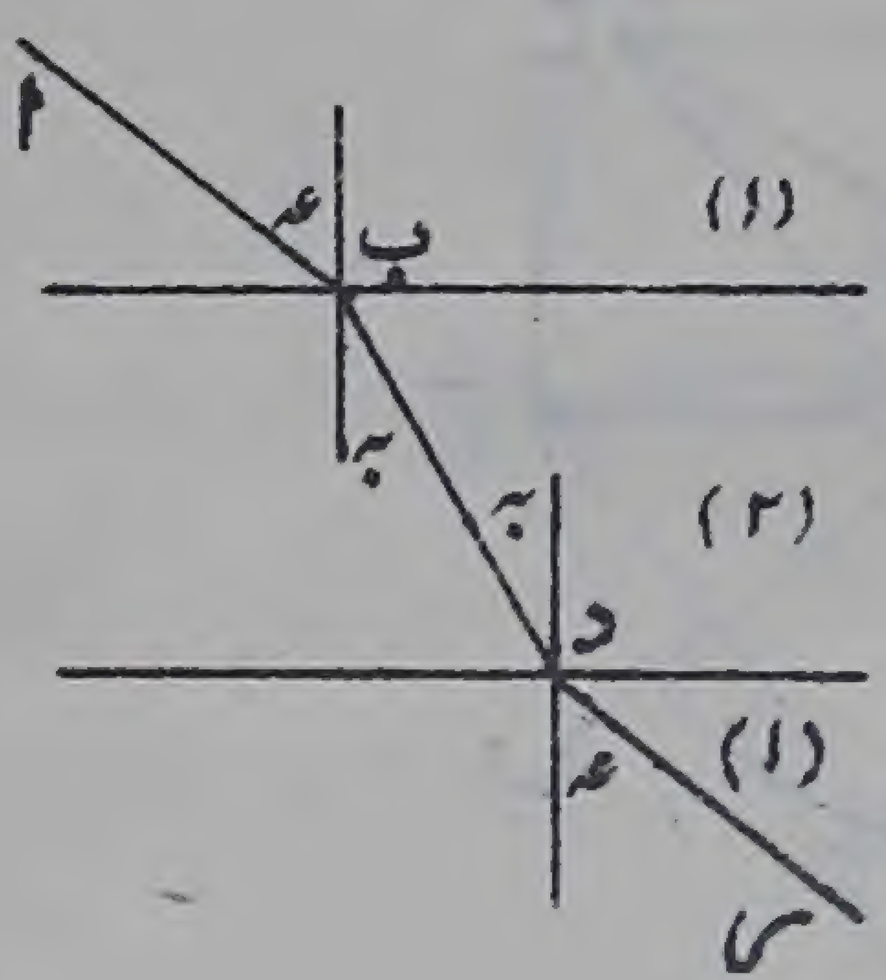
اگر ہم شخص ش کی طرف پھر رجوع کریں تو یہ وب میں خیال خ' بنائیگا جو وا میں خیال خ۲ پیدا کریگا۔ یہ خ۲ آئینہ وب میں خیال خ'' بنائیگا۔ چونکہ یہ خیال دونوں آئینوں کے پیچھے واقع ہے اس لیے اِس سے مزید خیال پیدا نہ ہونگے۔ پس صورتِ زیرِ غور میں کُل سات خیال حاصل ہونگے اور یہ سب کے سب اُس دائرہ کے محیط پر واقع رہینگے جس کا مرکز و اور نصف قطر وش ہو۔

مختلف خیالوں کے درمیان بننے والے زاویے شکل میں دکھلائے گئے ہیں، جہاں زاویوں اوش اور ب وش کو بالترتیب عہ اور بہ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ شکل سے ظاہر ہے کہ دو متّصلہ خیالوں کا درمیانی زاویہ متبادل طور پر ۲ عہ اور ۲ بہ کے مساوی ہوتا ہے۔

انعطاف متوازی پہلوؤں والی سِلوں میں سے :—

فرض کرو کہ نور کی ایک شعاع اب د ر کسی شفّاف مادہ کی متوازی پہلوؤں والی ایک تختی میں سے منعطف ہوتی ہے جیسا کہ شکل ۱۲ء میں دکھلایا گیا ہے۔

فرض کرو کہ اِس تختی کا انعطاف نما بلحاظ اُس واسطہ کے جس میں کہ یہ رکھی ہے م۱،۲ ہے اور واسطہ کا انعطاف نما تختی کے مادّہ کے لحاظ سے م۲،۱ ہے۔ تجربہ سے پایا جاتا ہے کہ متوازی پہلوؤں والے کسی واسطہ میں سے گزرنے پر کسی شعاع کی سمت نہیں بدلتی۔ اس لیے



شکل ۱۲ء

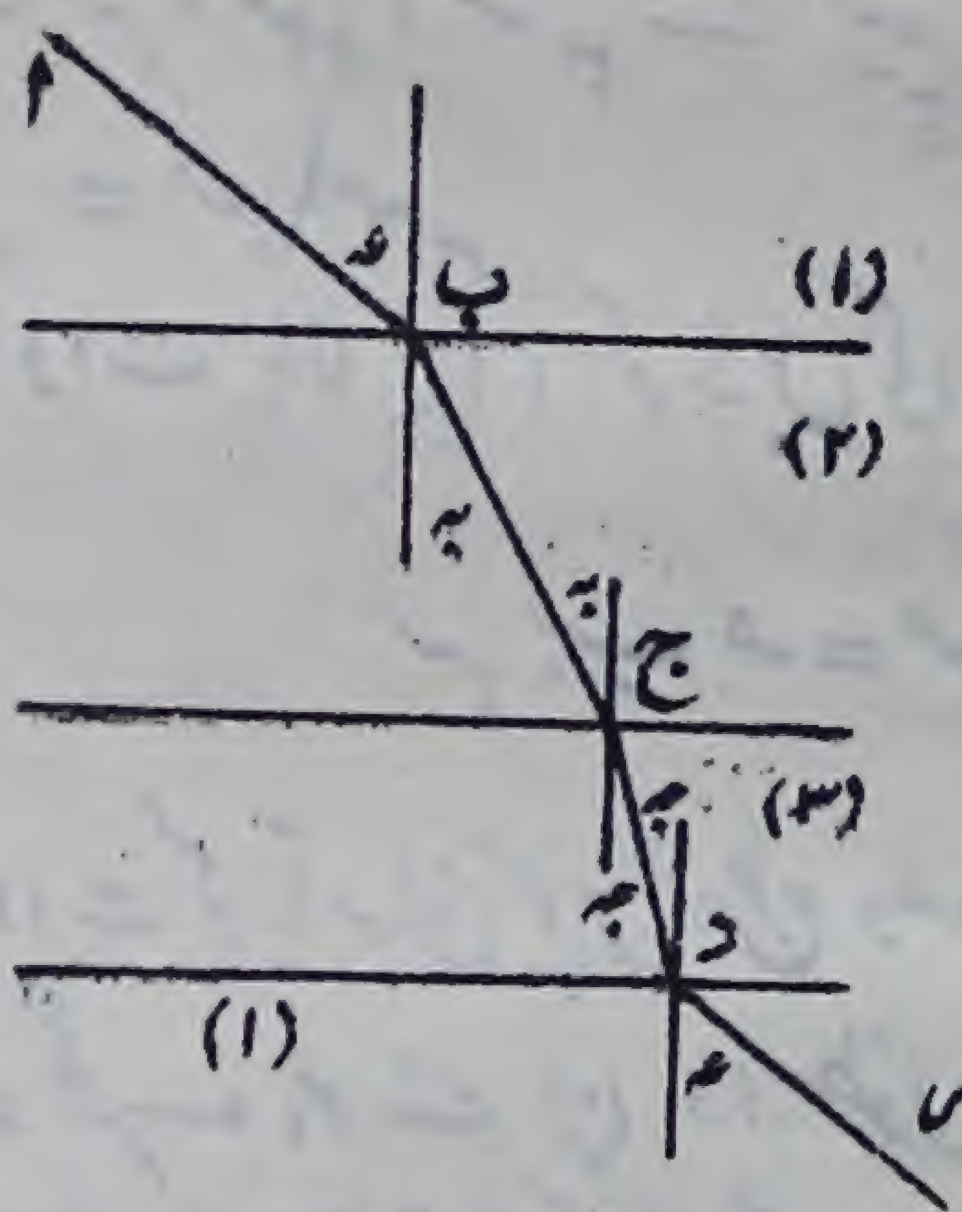
شعاع خارج د ر عماد کے ساتھ وہی زاویہ عہ بناتی ہے جوکہ شعاع واقع-
اگر زاویہ انعطاف کو بہ سے تعبیر کیا جائے تو :

$$\text{م}_{21} = \frac{\text{جب عہ}}{\text{جب بہ}} \;؛\; \text{م}_{12} = \frac{\text{جب بہ}}{\text{جب عہ}}$$

$$\text{لہذا}\;\; \text{م}_{12} = \frac{1}{\text{م}_{21}}$$

اب فرض کروکہ متوازی پہلوؤں والی دو سِل ایک ساتھ رکھی ہوئی ہیں اور نور کی شعاع ا ب ج د د ان میں سے گزرتی ہے جیساکہ شکل ۱۳ میں دکھلایا گیا ہے۔ فرض کرو کہ دوسرے واسطہ کا انعطاف نما پہلے واسطہ کے اعتبار سے م_{21} ہے، تیسرے واسطہ کا انعطاف نما دوسرے واسطہ کے اعتبار سے م_{32} ہے، اور پہلے واسطہ کا انعطاف نما تیسرے واسطہ کے اعتبار سے م_{13} ہے۔ چنانچہ اگر بہ اور جہ کی قیمتیں حسب صراحت شکل ہوں تو

(11)



شکل ۱۳

$$\text{م}_{21} = \frac{\text{جب عہ}}{\text{جب بہ}} \;؛\; \text{م}_{32} = \frac{\text{جب بہ}}{\text{جب جہ}} \;\text{اور}\; \text{م}_{13} = \frac{\text{جب جہ}}{\text{جب عہ}} \quad ......(1)$$

$$\text{پس}\;\; \text{م}_{21}\,\text{م}_{32}\,\text{م}_{13} = \frac{\text{جب عہ}}{\text{جب بہ}} \times \frac{\text{جب بہ}}{\text{جب جہ}} \times \frac{\text{جب جہ}}{\text{جب عہ}} = 1$$

$$\text{اور}\;\; \text{م}_{32} = \frac{1}{\text{م}_{21}\,\text{م}_{13}} = \frac{\text{م}_{31}}{\text{م}_{21}}$$

معیاری دباؤ کے تحت ۰°م کی تپش پر ہوا کا انعطاف نما خلاء کے

لحاظ سے ۱.۰۰۰۳ ہے۔ کسی واسطہ کا انعطاف نما خلا کے اعتبار سے عام طور پر اس واسطہ کا مطلق انعطاف نما کہلاتا ہے اور جب کسی گیس کا انعطاف نما بتا دیا جاتا ہے تو ہمیشہ اِس کا مطلق انعطاف نما ہی مراد ہوتا ہے۔ جب شیشہ یا کسی مایع کا انعطاف نما بتادیا جاتا ہے تو عام طور پر ہوا کے اعتبار سے اِس واسطہ کا انعطاف نما مراد ہوتا ہے۔ اگر کسی واسطہ کا آیا مطلق انعطاف نما دیا جائے یا ہوا کے اعتبار سے اِس کا انعطاف نما، تو اِن میں سے دوسرا انعطاف نما مساوات $\text{مہ}_{۳۲} = \text{مہ}_{۳۱} / \text{مہ}_{۲۱}$ کی مدد سے بآسانی معلوم کرلیا جاسکتا ہے کیونکہ ہوا کا مطلق انعطاف نما معلوم ہے۔

اگر ہم شکل ۱۳ کے تینوں واسطوں کے مطلق انعطاف نماؤں کو بالترتیب $\text{مہ}_{۱}$، $\text{مہ}_{۲}$، $\text{مہ}_{۳}$ سے تعبیر کریں تو $\text{مہ}_{۲۱} = \text{مہ}_{۲} / \text{مہ}_{۱}$؛ $\text{مہ}_{۳۲} = \text{مہ}_{۳} / \text{مہ}_{۲}$ اور $\text{مہ}_{۱۳} = \text{مہ}_{۱} / \text{مہ}_{۳}$

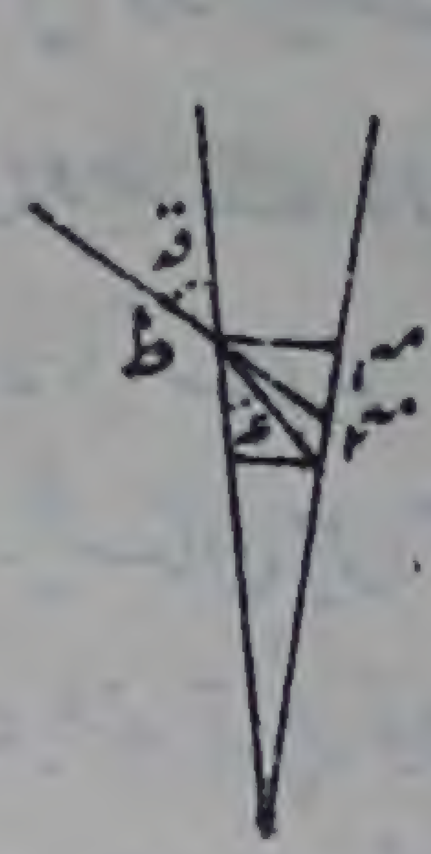
پس مساوات بالا (۱) کو ذیل کی شکل میں لکھا جاسکیگا:

$$\text{مہ}_{۱}\ \text{جب}\ \text{ہ} = \text{مہ}_{۲}\ \text{جب}\ \text{بہ} = \text{مہ}_{۳}\ \text{جب}\ \text{جہ}$$

اِس مساوات کو بآسانی اِس طرح وسعت دی جاسکتی ہے کہ یہ متوازی مستوی سطحوں سے گھرے ہوئے ن واسطوں کی صورت پر بھی حاوی ہو۔ چنانچہ اِس سے ہمیں معلوم ہوگا کہ کسی ایک واسطہ میں شعاع کا میلان، اس شعاع کے صرف اصلی میلان پر منحصر ہوتا ہے اور اِس میلان میں درمیانی واسطوں کو کوئی دخل نہیں ہوتا۔

فلکی انعطاف :- چونکہ ہوا کا انعطاف نما خلا کے انعطاف نما کے مقابلہ میں قابل لحاظ طور پر بڑا ہے، اِس لیے جب کسی ستارے سے آنے والی شعاعیں ہمارے ہوائی کرہ میں داخل ہوتی ہیں تو وہ منعطف ہو جاتی ہیں۔ اِس انعطاف کا اثر یہ ہوتا ہے کہ ستارہ آسمان پر اپنے اصلی مقام سے بلند تر نظر آتا ہے۔ چونکہ ہوائی کرہ کے بالائی طبقوں کی کثافت اور بنا بریں (۱۲)

اِس کا انعطاف نما بتدریج گھٹتا جاتا ہے اِس لیے یہ سارا انعطاف بیک وقت عمل میں نہیں آتا بلکہ ہوائی کرہ میں سے شعاعوں کے گزر کے دوران میں یہ شعاعیں بتدریج مڑتی جاتی ہیں۔ چنانچہ اگر یہ فرض کرلیا جائے کہ ہوائی کرہ بعض ایسے متوازی طبقوں میں منقسم ہے جن میں سے ہر ایک کے لیے انعطاف نما مستقل لیکن اِس سے نیچے والے طبقہ کے انعطاف نما سے کمتر ہوتا ہے، تو اِس بتدریج گھٹنے والے انعطاف نما کا اثر حاصل کیا جا سکتا ہے۔



شکل ۱۴

ایسے ایک طبقہ میں سے شعاع کا گزر شکل ۱۴ میں دکھلایا گیا ہے۔ نقطہ ط پر کُلیہ انعطاف کے اطلاق سے ہمیں حاصل ہوگا:

مہ۱ جب قہ = مہ۲ جب عہ = مہ۲ جب (قہ-حہ)

جہاں حہ وہ انحراف ہے جو اِس انعطاف کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے۔ چونکہ حہ ایک چھوٹا زاویہ ہے اِس لیے ہم لکھ سکتے ہیں جب حہ = حہ اور جم حہ = ۱۔ بنا بریں مساواتِ بالا ہو جائیگی:-

مہ۱ جب قہ = مہ۲ (جب قہ - حہ جم قہ)

یا

حہ = (مہ۲ - مہ۱) مس قہ

کیونکہ مہ۲ کو تقریباً ۱ کے مساوی لکھا جا سکتا ہے۔ اگر ہم ایسی ہی مساوات علی الترتیب تمام دیگر طبقوں کے لیے بھی لکھ کر اِن سب مساواتوں کو جمع کرلیں۔ اور اگر ہم یہ مان لیں کہ قہ، ۹۰° کے قریب نہیں ہے اور بنا بریں مس قہ آہستہ آہستہ بدلتا جاتا ہے تو مجموعی انحراف حہ کی تقریبی قیمت ضابطہ ذیل سے حاصل ہوگی:

حہ = (مہ - ۱) مس قہ

جہاں مہ ہوائی کرہ کے انعطاف نما کی وہ قیمت ہے جو زمین کی سطح کے قریب پائی جاتی ہے۔ ہوائی کرہ کے بلند ترین طبقہ کا انعطاف نما صریحاً ۱ ہوتا ہے۔ فلکی انعطاف کا مکمل نظریہ بہت پیچیدہ ہے کیونکہ اِس اثر کی قدر

ہوائی کرہ کی تپش اور اِس کے دباؤ پر منحصر ہوتی ہے۔ جیسے جیسے کوئی ستارہ اُفق کے قریب آتا جاتا ہے ویسے ویسے اِس میں انعطاف کی وجہ سے اُوپر کی سمت میں پایا جانے والا نقل مکان بہت جلد جلد بڑھتا جاتا ہے۔ اور بالآخر جب زاویہ فقہ کی قیمت ۹۰° ہوجاتی ہے تو اِس نقل مکان کی قدر ۳۵َ پر پہنچ جاتی ہے۔ یہ نقل مکان اُس زاویہ سے بڑا ہے جو سُورج یا چاند کے قطر کے محاذی بنتا ہے۔ چنانچہ جب سُورج کی قرص کا نچلا کنارہ اُفق سے چھوتا نظر آتا ہے تو یہ ساری قرص درحقیقت اُفق کے مستوی سے نیچے ہوتی ہے۔ پس ہوائی کرہ کے انعطاف کی وجہ سے دن کے دونوں سرے طویل ہوجاتے ہیں اور رات میں اتنی ہی کمی ہوجاتی ہے۔

ریگستان میں بعض اوقات ہوا کی وہ پرت جو ریت سے مس کرتی رہتی ہے اِس سے بلند تر پرتوں کے مقابلہ میں بہت زیادہ گرم ہوجاتی ہے جس سے اِس کی کثافت اور اِس کا انعطاف نما نسبتاً گھٹ جاتا ہے۔ چنانچہ نور کی جو شعاعیں آسمان کی طرف سے آتی ہوئی اِس گرم پرت پر ایک بہت بڑا زاویہ بناتی ہوئی واقع ہوتی ہیں وہ کُلی طور پر منعکس ہوکر ریت تک پہنچے بغیر ہی اوپری سرد طبقوں میں واپس لوٹ جاتی ہیں۔ اگر یہ شعاعیں کسی مشاہد کی آنکھ میں داخل ہوں تو اُس کو بظاہر ایسا معلوم ہوگا گویا کہ ریت میں آسمان کا ایک حصّہ منعکس ہورہا ہے اور وہ اِس کو ایک جھیل کی سطح سمجھتا ہے۔ اس منظر کو سُراب[ه] کے نام سے موسوم کیا جاتا ہے۔

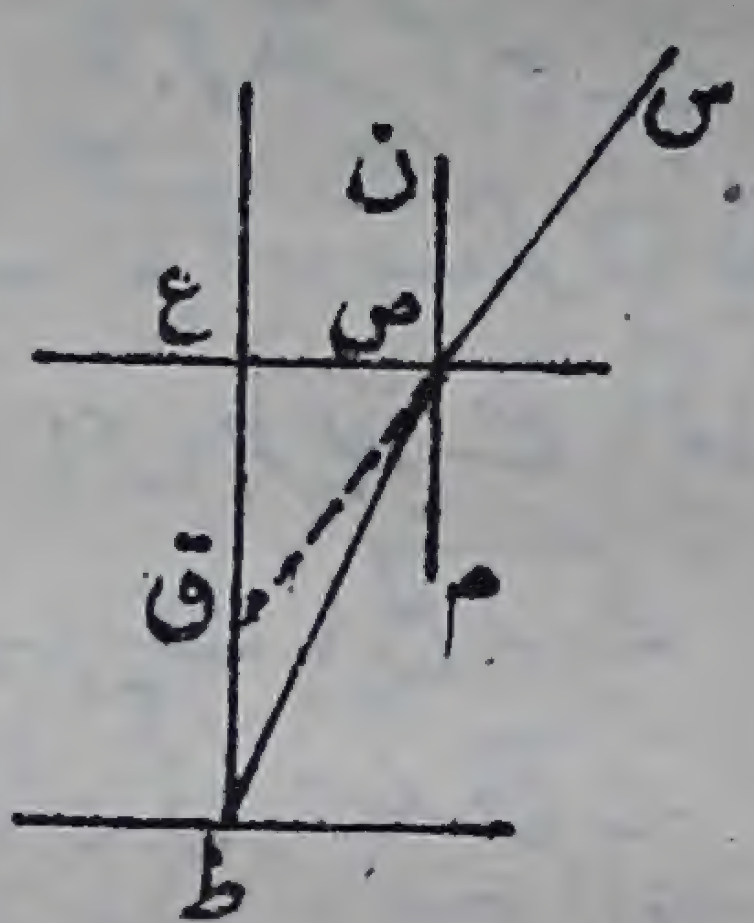
اگر دور کی چیزیں گرم ہوا کی لُو میں سے (مثلاً کسی دھواں دان سے خارج ہونے والی یا سمندر کے کنارے سے دھوپ کی وجہ سے گرم ہوکر اُٹھنے والی گرم ہوا میں سے) دیکھی جائیں تو یہ لہراتی اور لرزتی معلوم ہوتی ہیں۔ یہ بھی گرم ہوا کے انعطاف نما کے کم ہونے کا نتیجہ ہے۔ گرم ہوا کے قطعے منشوروں کی طرح عمل کرتے ہوئے شعاعوں کو منحرف کرتے اور اِن کی آمد کی ظاہری سمتوں کو بدل دیتے ہیں۔ چونکہ گرم ہوا کے اِن قطعوں کے محل اور اِن کی شکل ہمیشہ بدلتی جاتی ہے اِس لیے اِن میں سے دیکھی ہوئی چیزیں کانپتی نظر آتی ہیں۔ اِسی طرح ستاروں کی

ه Mirage

جھلملاہٹ کو بھی ہوائی کرہ کے انعطاف نما کی متغیر غیر مساواتوں کا نتیجہ سمجھنا چاہیے۔

کسی نقطہ کا وہ خیال جو ایک مستوی سطح پر انعطاف کی وجہ سے بنے :

—— فرض کرو کہ شعاعوں کی ایک پنسل ایک ایسے نقطہ ط سے متبع ہو رہی ہے جو کسی انعطاف انگیز مادہ کی مثلاً شیشہ کی متوازی رخوں والی سِل کی نچلی سطح پر واقع ہے۔ شعاع ط ع جو اِس سِل کی اُوپری سطح پر عموداً واقع ہوتی (۱۳) ہے ہوا میں داخل ہوتے ہوئے اپنی سمت نہیں بدلتی ؛ لیکن کوئی اور شعاع ط ص سطح فارق پر منعطف ہو جاتی ہے۔ فرض کرو کہ اِس شعاع کی سمت انعطاف کے بعد ص س ہو جاتی ہے اور شیشہ کا انعطاف نما مہ ہے۔ بنا بریں :



شکل ۱۵

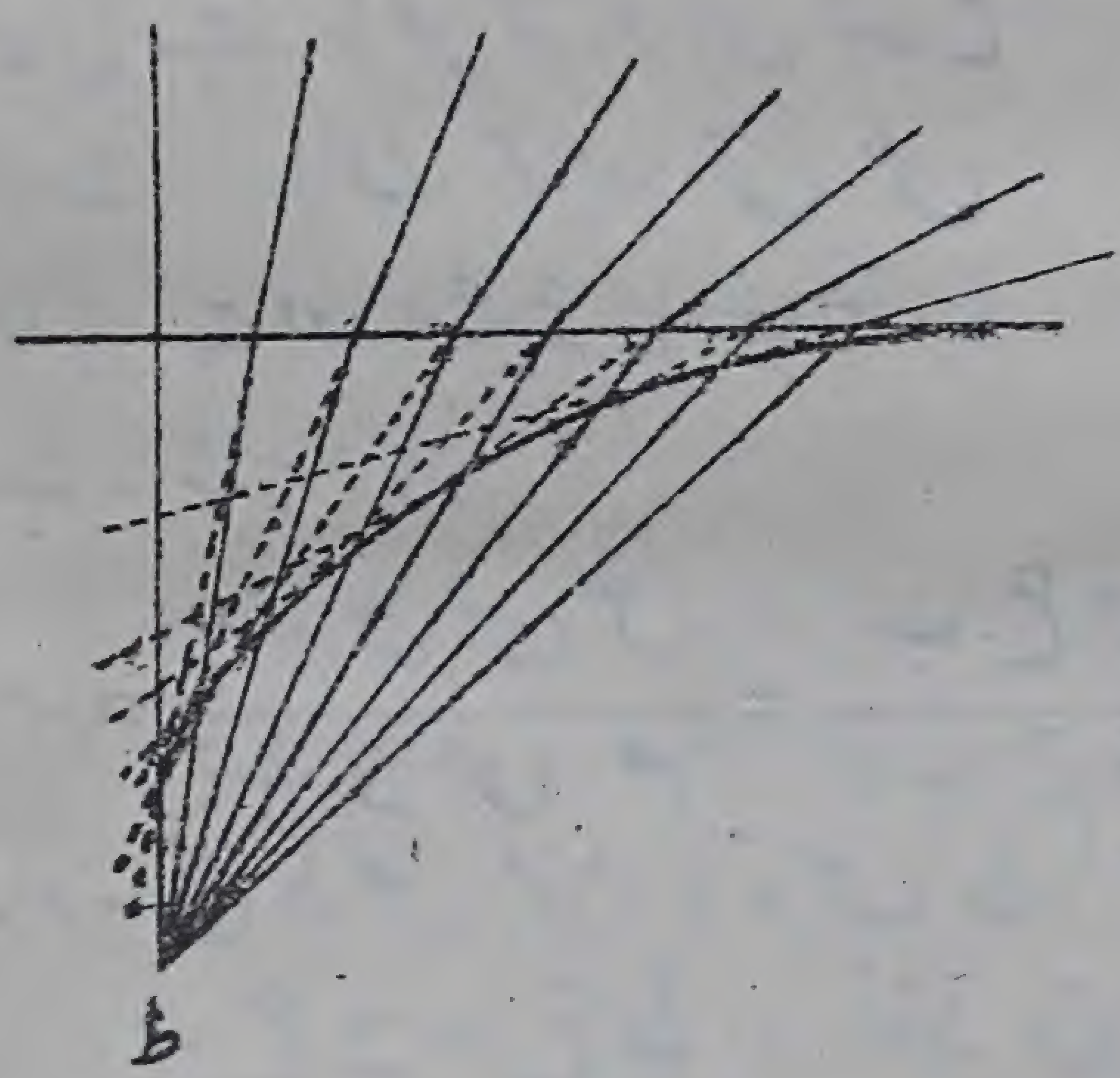
$$\text{مہ} = \frac{\text{جب ن ص س}}{\text{جب ط ص م}} = \frac{\text{جب ع ق ص}}{\text{جب ق ط ص}} = \frac{\text{جب ط ق ص}}{\text{جب ق ط ص}} = \frac{\text{ص ط}}{\text{ص ق}}$$

اگر زاویہ ق ط ص چھوٹا ہو تو ص ط / ص ق = ع ط / ع ق۔
اِس لیے مہ ع ق = ع ط اور نقطہ ق کا محل معیّن ہو گا۔ پس اگر اِس سِل کی اُوپری سطح پر نقطہ ط سے آنے والی شعاعوں کی ایک باریک پنسل عموداً واقع ہو تو یہ انعطاف کے بعد نقطہ ق سے آتی ہوئی معلوم ہوگی یعنی ق پر ط کا ایک مجازی خیال بنیگا۔

اِس اُصول پر، شیشہ کی سِل کے انعطاف نما کی تعیین کا ایک تجربی طریقہ مبنی ہے۔ اِس میں ایک ایسی خردبین سے کام لیا جاتا ہے جس کی نلی کو دت پتی والی حرکت کی مدد سے انتصاباً نیچے اُوپر سرکایا جا سکتا ہو۔

پہلے اِس خردبین کی تمسیک اِس کے تخت پر کے ایک نشان پر کرلی جاتی ہے۔ پھر اِس نشان پر شیشہ کی سِل رکھ کر خردبین کی تمسیک نشان کے اُس مجاذی خیال پر کرلی جاتی ہے جو اِس سِل کی وجہ سے بنتا ہے۔ اِس عمل میں خردبین کو جس فاصلہ میں سے اوپر اُٹھانا پڑتا ہے وہ ط ق کو تعبیر کرتا ہے۔ یہ فاصلہ خردبین کے پیمانے پر پڑھ لیا جاتا ہے۔ پھر خردبین کی تمسیک سِل کی اوپری سطح پر کے کسی نشان پر کرلی جاتی ہے اور اِس صورت میں خردبین کو جس فاصلہ میں سے اوپر اُٹھانا پڑتا ہے وہ ق ع کو تعبیر کرتا ہے۔ پس ط ق اور ق ع کے علم سے سِل کا انعطاف نما محسوب کرلیا جاسکتا ہے۔

اِس طریقہ سے مایعات کا انعطاف نما معلوم کرنے کے لیے خردبین کی تمسیک پہلے مایع رکھے ہوئے برتن کی پیندی پر کے کسی خراش پر کرلی جاتی ہے، پھر یہ تمسیک مایع کی سطح پر تیرنے والے گرد یا کھریا کے سفوف پر عمل میں لائی جاتی ہے۔ بہرحال اِس طریقہ سے زیادہ صحیح نتایج حاصل نہیں ہوتے اور اِس سے نظریہ کی صرف توضیح میں کام لیا جاتا ہے۔



شکل ۱۶ (واٹسن کی "طبیعیات" سے)

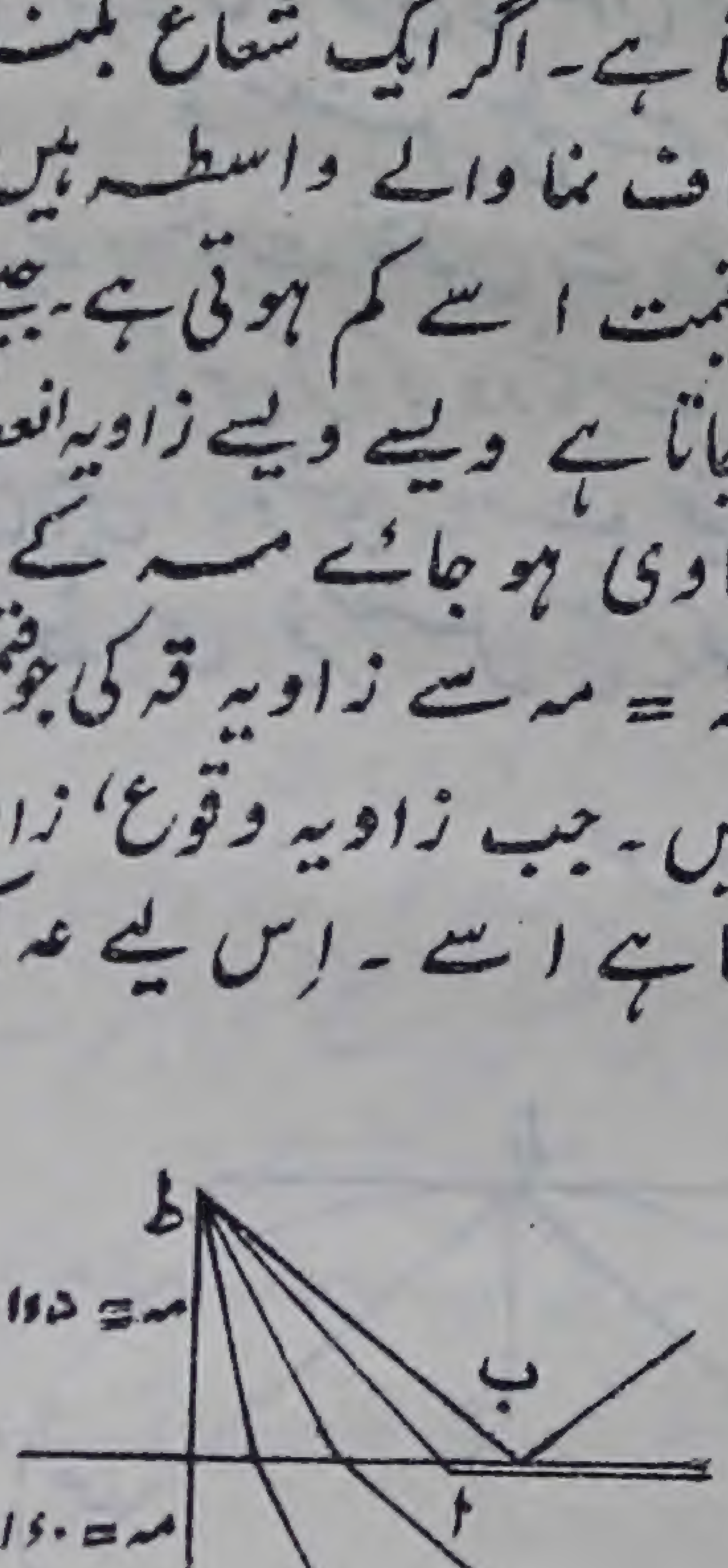
[1] بہتر ہوگا کہ اِس طریقہ میں خردبین کے صلیبی تاروں کے ساتھ مروجہ ہوئیگنس[1] کے چشمہ کی بجائے ریمسڈن[2] کا چشمہ استعمال کیا جائے۔ اِس میں صلیبی تاروں اور خیال کے درمیان جو اختلاف منظر پایا جاتا ہے اُس سے ٹھیک ٹھیک تمسیک میں بڑی سہولت پیدا ہوجاتی ہے۔

[1] Huygens [2] Ramsden

اگر نقطہ ط سے شعاعیں ط ع کے ساتھ وسیع زاویے بناتی ہوئی منتشر ہوں تو انعطاف کے بعد اِن کی سمتیں نقطہ ق سے نہیں گزریںگی بلکہ ایک منحنی کو مس کریںگی، جیساکہ شکل ۱۶ میں دکھلایا گیا ہے۔ یہ منحنی آتشی منحنی کہلاتا ہے۔

انعکاس کُلّی

:۔ زاویہ وقوع اور زاویہ انعطاف کے درمیان رشتہ جب قہ = مہ جب عہ پایا جاتا ہے۔ اگر ایک شعاع بلند انعطاف نما والے واسطہ میں سے پست انعطاف نما والے واسطہ میں، (۱۴) مثلاً شیشہ سے ہوا میں، داخل ہو تو مہ کی قیمت ۱ سے کم ہوتی ہے۔ جیسے جیسے شیشہ کے اندر زاویہ وقوع قہ بڑھتا جاتا ہے ویسے ویسے زاویہ انعطاف عہ بھی بڑھتا جاتا ہے اور جب، جب قہ مساوی ہو جائے مہ کے تو جب عہ = ۱ اور عہ = ۹۰°۔ رشتہ جب قہ = مہ سے زاویہ قہ کی جو قیمت حاصل ہوتی ہے اُس کو زاویہ فاصل کہتے ہیں۔ جب زاویہ وقوع، زاویہ فاصل سے بڑا ہوتا ہے تو جب عہ بڑا ہوتا ہے ۱ سے۔ اِس لیے عہ کی قیمت حقیقی نہیں ہوسکتی یعنی منعطف شعاع موجود ہی نہیں ہوتی۔ ایسی صورت میں کہا جاتا ہے کہ روشنی کُلّی طور پر منعکس ہورہی ہے۔ شکل ۱۷ میں انعطاف نما ۱٫۵ والے شیشہ کی سطح پر اندرونی طور پر واقع ہونے والے شعاعوں کے لیے وقوع اور انعطاف کے متناظر انعطافی زاویے دکھلائے گئے ہیں۔ شعاع ط ا عماد کے ساتھ زاویہ فاصل بناتی ہے اور شعاع ط ب کُلّی طور پر منعکس ہوجاتی ہے۔



شکل ۱۷

غیر مُتصل سطحیں

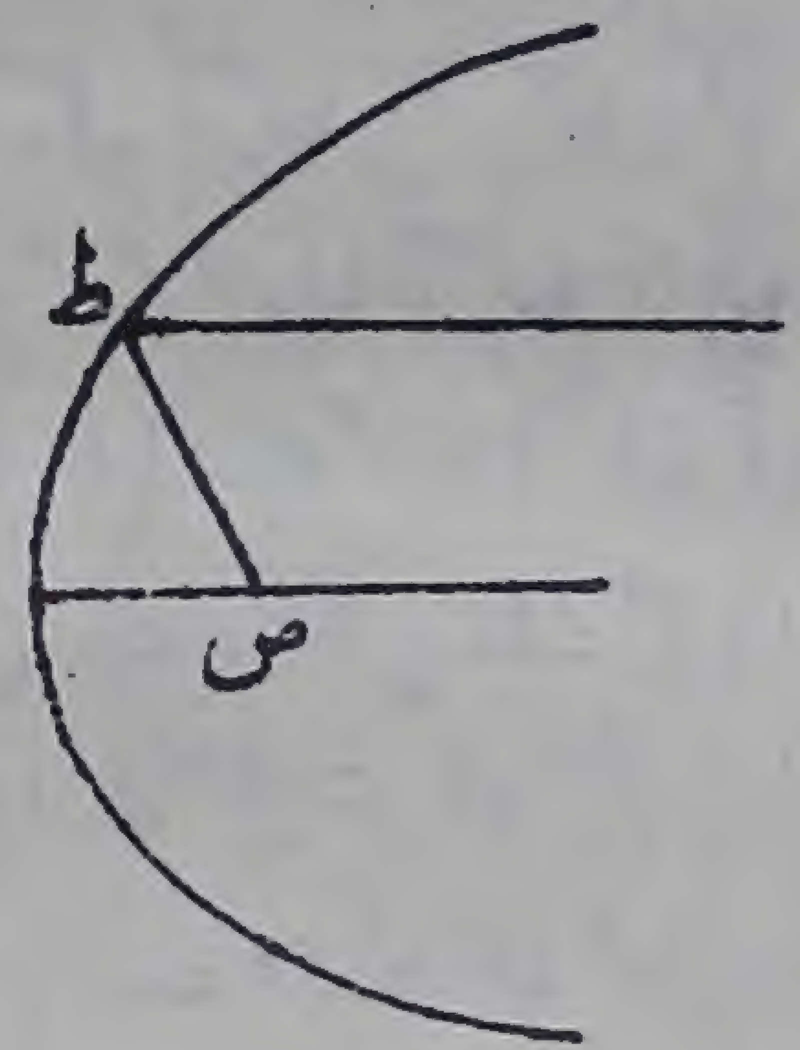
:۔ دو نقطوں کے درمیان مناظری فاصلہ یا دو نقطوں کے درمیان کسی شعاع کے طے کردہ فاصلہ مناظری

طول، اُس حقیقی فاصلہ اور اِس راستہ کو سمائے ہوئے واسطہ کے انعطاف نما کے حاصل ضرب سے تعبیر ہوتا ہے۔ اگر یہ راستہ مختلف واسطوں میں سے گزرے تو اِس کا مناظری طول معلوم کرنے کے لیے اس کے ہر ایک حصّہ کو اُس واسطہ کے انعطاف نما سے ضرب دے کر جس میں کہ یہ حصّہ واقع ہے، ایسے تمام ضربی حاصلوں کا مجموعہ لینا ہوتا ہے۔

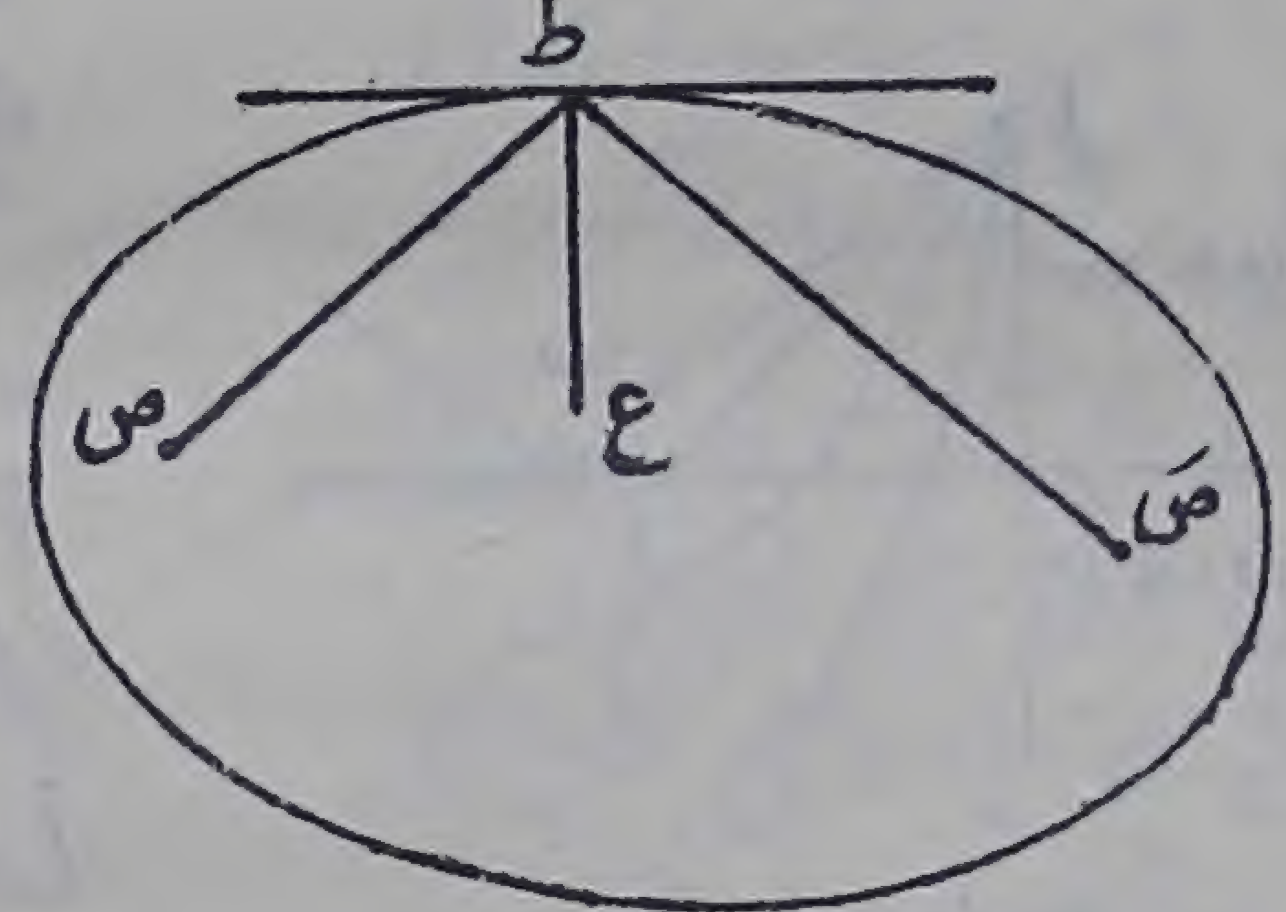
غیر مُعضنل سطح[ھ] سے مراد ایک ایسی سطح ہے جس کے ہر ایک نقطہ کے لیے دو ثابت نقطوں سے اِس کے مناظری فاصلوں کا مجموعہ مستقل ہو۔

فرض کرو کہ دو ثابت نقطے ص اور صؔ ایک ہی واسطہ میں واقع ہیں، روشنی راست غیر مُعضنل سطح تک جا کر واپس آتی ہے، اور ط اِس غیر مُعضنل سطح پر کوئی نقطہ ہے۔ بنا بریں اِس کی مساوات ہوگی:

ص ط + صؔ ط = م



شکل ۱۹ء



شکل ۱۸ء

جہاں م ایک مستقل ہے۔ یہ مساوات اُس گردشی ناقص نما کی ہے جس کے ماسکے ص اور صؔ ہیں، یعنی اُس سطح کی جو شکل ۱۸ء والے قطع ناقص کو خط ص صؔ کے گرد گھمانے پر حاصل ہوتی ہے۔ اب قطع ناقص کے (۱۵)

ھ Aplanatic surface

خواص میں سے ایک یہ بھی ہے کہ اِس پر کے کسی نقطہ کو اِس کے ماسکوں سے ملانے والے خطوط، اِس نقطہ پر کھنچے ہوئے مماس اور عماد کے ساتھ مساوی زاویے بناتے ہیں۔ چنانچہ اگر نقطہ ط پر کا عماد ط ع ہو تو

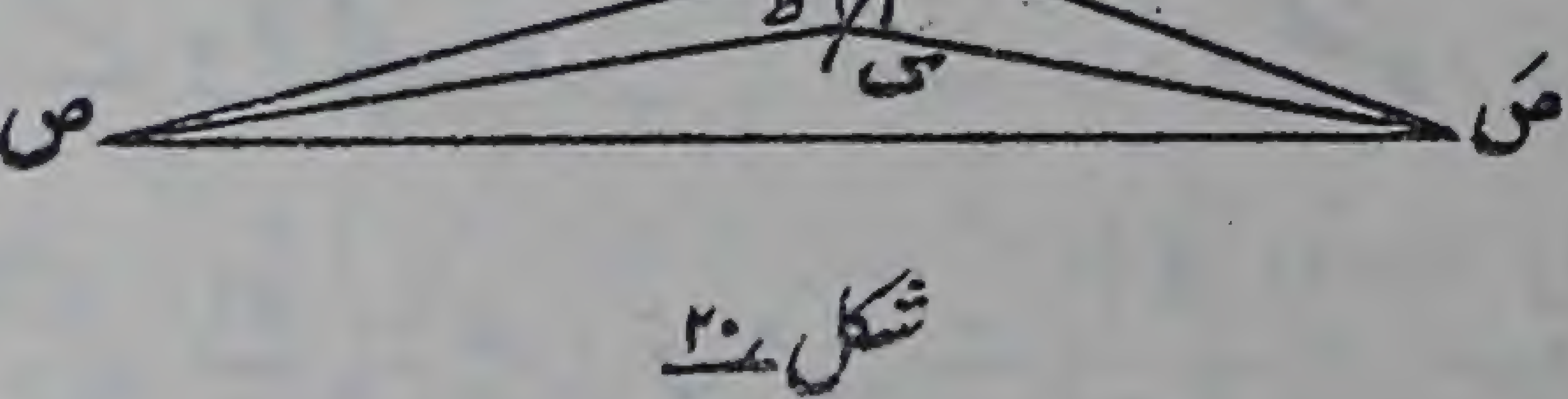
ے ص ط ع = ے صَ ط ع

اور اگر اِس ناقص نما کی اندرونی سطح کو ایک آئینہ مان لیا جائے تو نور کی کوئی شعاع جو اس سطح پر ایک ماسکہ سے واقع ہو انعکاس کے بعد دوسرے ماسکہ میں سے گزرنی چاہیے۔

اگر اِن ماسکوں میں سے صَ کو لاتناہی تک ہٹا دیا جائے تو یہ ناقص نما گردشی مکافی نما ہو جائیگا اور اگر ص کو ایک مبداء نور سمجھا جائے تو ص سے متسع ہونے والی ہر ایک شعاع خواہ یہ کسی زاویہ پر کیوں نہ ہو، اِس آئینہ پر منعکس ہونے کے بعد اس کے محور کے متوازی ہو جائیگی۔ بالعکس اِس کے ایک مکافی نما آئینہ لاتناہی فصل پر کے کسی جسم سے آنے والی تمام شعاعوں کو ایک نقطئی ماسکہ پر پہنچا دیتا ہے۔

فرض کرو کہ نقطہ ص انعطاف نما ا والے کسی واسطہ میں واقع ہے اور نقطہ صَ انعطاف نما مہ والے کسی واسطہ میں۔ بنا بریں اِس کی غیر مُفصل سطح کی مساوات ہو جائیگی ے

ص ط + مہ صَ ط = م



شکل ۲۰

ے اِس مساوات سے تعبیر ہونے والا منحنی کارٹیزی ناقص کہلاتا ہے۔

جہاں ط اِس سطح پر کا کوئی نقطہ ہے۔ فرض کرو کہ ق ایک متصلہ نقطہ ہے ط کا (شکل نمبر ۲۰) ط سے ص ق پر عمود ط ع کھینچو اور ق سے صَ ط پر عمود ق ک کھینچو۔ بنا بریں چونکہ زاویہ ع ص ط چھوٹا ہے اِس لیے ہم لکھ سکتے ہیں صَ ط = ص ع ؛ اسی طرح صَ ک = صَ ق۔ اب ص ط + مہ۔ صَ ط = م اور ص ق + مہ۔ صَ ق = م۔ اِس لیے عمل تفریق سے

ص ق - ص ط = مہ (صَ ط - صَ ق)

یعنی ص ق - ص ع = مہ (صَ ط - صَ ک)

یا ع ق = مہ۔ ط ک

جانبین کو ط ق پر، جس کو خطِ مستقیم کا ایک چھوٹا سا ٹکڑا مان لیا جا سکتا ہے۔ تقسیم کر دو تو حاصل ہوگا:

ع ق / ط ق = مہ۔ ط ک / ط ق

لیکن ع ق \ ط ق = جم ع ق ط = جب (ص ق کا زاویۂ وقوع)
اور ط ک \ ط ق = جم ک ط ق = جب (ط صَ کا زاویۂ انعطاف)
اِس لیے انتہا میں چل کر جب ق ط کو لا انتہا طور پر چھوٹا کر دیا جائے تو ہمیں حاصل ہوگا: جب (ص ط کا زاویۂ وقوع) = مہ۔ جب (صَ ط زاویہ انعطاف) یعنی شعاع ص ط منعطف ہو کر صَ میں سے گزریگی۔ پس وہ تمام شعاعیں جو ص سے اِس سطح پر واقع ہوں انعطاف کے بعد صَ میں سے گزرینگی اور صَ ایک حقیقی خیال ہوگا ص کا۔

مرکز و سے و ا کی دوری پر ایک دائرہ کھینچو، جہاں ا محیط پر کا
(۱۶) کوئی نقطہ ہے (شکل نمبر ۲۱)۔ پھر اسی مرکز سے ا و / مہ اور مہ۔ ا و کی دوری پر دو دائرے کھینچو جہاں مہ بڑا ہے ا سے۔ کوئی خط و ط کھینچو جو ان دائروں کو

بالترتیب ط اور ق پر قطع کرے۔ ق ا اور ط ا کو ملاؤ۔

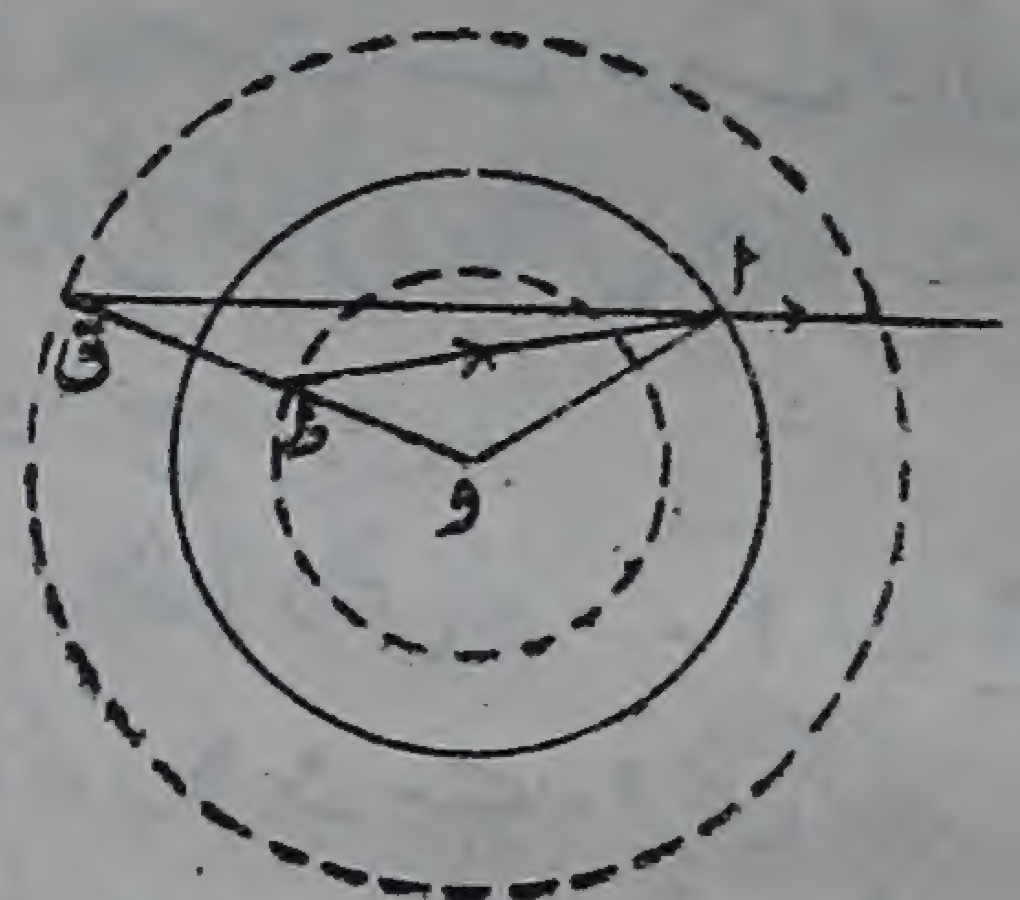
مثلثوں ا ط و اور ا ق و

میں ∠ ا و ب مشترک ہے

اور ط و : و ا :: و ا : و ق؛ پس

یہ مثلث آپس میں مشابہ ہیں اور

∠ ق ا و = ∠ ا ط و۔ بنا بریں:



شکل ۲۱

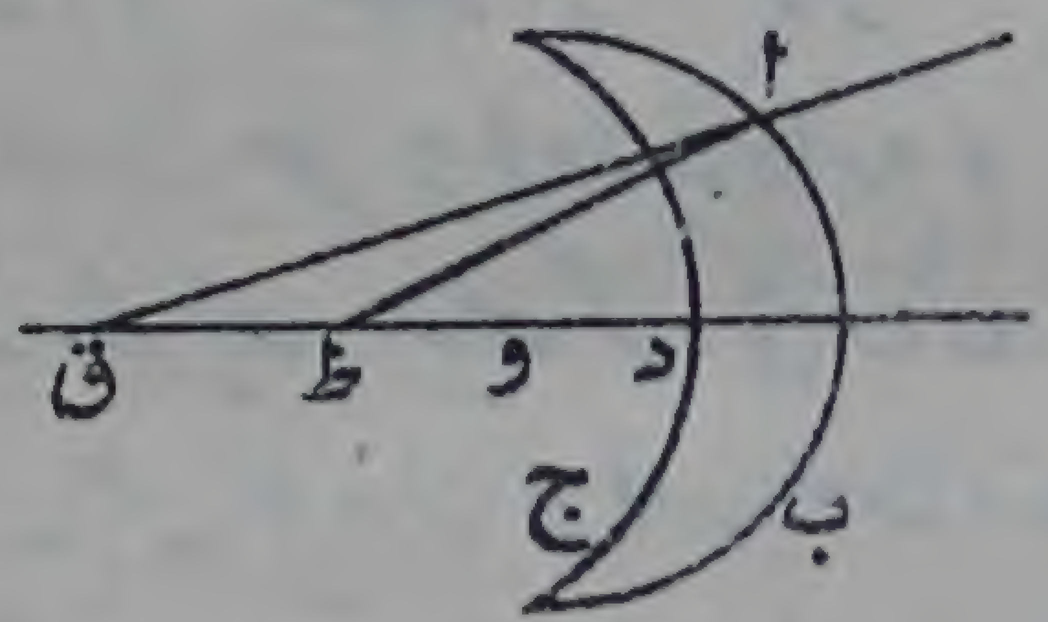
$$\frac{\text{جب ق ا و}}{\text{جب ط ا و}} = \frac{\text{جب ا ط و}}{\text{جب ط ا و}} = \frac{\text{ا و}}{\text{ط و}} = \text{مہ}$$

اگر ہم نصف قطر و ا والے دائرہ کو شیشہ کے ایک ایسے کرہ کی تراش مان لیں جس کا مرکز و اور انعطاف نما مہ ہو تو اِس کرہ کے ایک اندرونی نقطہ ط سے واقع ہونے والی شعاع کرہ کی سطح پر منعطف ہونے کے بعد نقطہ ق سے آتی ہوئی معلوم ہوگی کیونکہ و ا نقطہ ا پر اس کروی سطح کا عماد ہے۔ بنا بریں ق خیال ہوتا ہے ط کا۔ ط اور ق اِس کرہ کے غیر مُصَنّل نقطے کہلاتے ہیں اور اِس کرہ کی سطح کو نقاط ط اور ق کے لیے غیر مُصَنّل سطح کہتے ہیں۔ کرہ کی صورت میں غیر مُصَنّل نقطوں کی تعداد لا انتہا ہوتی ہے، اور اندرونی کرہ پر کے ہر ایک نقطہ کے جواب میں بیرونی کرہ پر ایک غیر مُصَنّل نقطہ موجود ہوتا ہے۔

اندرونی کرہ پر ط کو گھیرے ہوئے ایک چھوٹے سے رقبہ کے جواب میں خیال کے طور پر بیرونی کرہ کے نقطہ ق کے گرد رقبہ کا ایک ٹکڑا موجود ہوتا ہے۔ اب اندرونی کرہ کی مساوی سطح کا رقبہ $4\pi\left(\frac{\text{ا و}}{\text{مہ}}\right)^2$ ہے اور بیرونی کرہ کی ساری سطح کا رقبہ $4\pi(\text{مہ ا و})^2$ ہے۔ اس لیے ق کو گھیرے ہوئے ٹکڑے کا رقبہ اُس ٹکڑے کے رقبہ کا جس کا کہ یہ خیال ہے مہ^4 گنا ہوگا۔

معمولی عدسوں سے واضح خیال صرف اُسی صورت میں بنتے ہیں جبکہ یہ شعاعیں محور کے ساتھ چھوٹے زاویے بنائیں۔ لیکن کرہ کے غیر مُتفسل نقاط کی خاصیت سے مدد لے کر ایک ایسا عدسہ بنایا جاسکتا ہے جس سے ایک واضح خیال حاصل ہوتا ہے خواہ یہ شعاعیں محور سے کسی زاویہ پر کیوں نہ نتسع ہوں۔

مثلاً فرض کرو کہ ا ب ج د ایک ایسے عدسہ کی تراش ہے جس کا محور و د ہے۔ فرض کرو کہ ایک سطح ج د کا مرکز انحنا ط ہے ط اور ق دوسری سطح ا ب کے غیر مُتفسل نقاط ہیں۔ بنا بریں ط سے نتسع ہونے والی تمام شعاعیں عدسہ میں منحرف ہوئے بغیر داخل ہونگی اور دوسری سطح پر منعطف ہونے کے بعد ق سے نتسع ہوتی ہوئی معلوم ہونگی۔ پس اس طرح یہ عدسہ ط کا مجازی خیال ق پر پیدا کرتا ہے۔



شکل ۲۲

لیکن ایسی ساخت والے عدسہ سے صرف اُسی وقت کام لیا جاسکتا ہے جبکہ شخص کا ایک واحد معیّن محل ہو اور مستعملہ روشنی یک لونی ہو۔

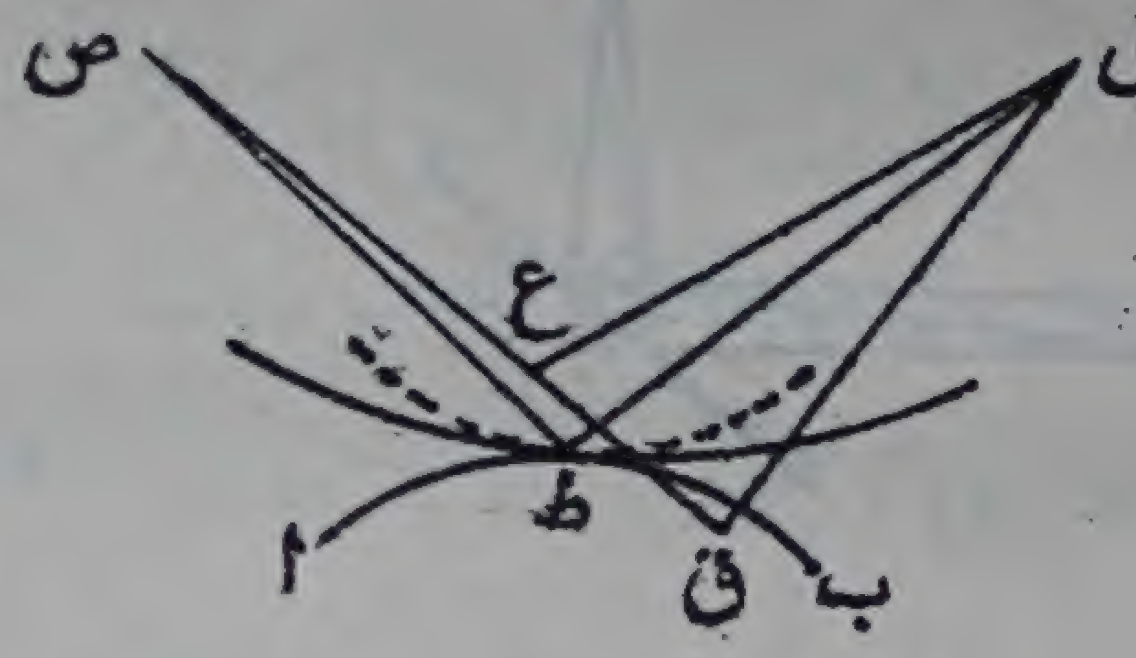
انتہائی راہ کا کُلیّہ :- کلیاتِ انعکاس و انعطاف،

"کُلیّہ انتہائی راہ" نامی ایک نہایت عام کُلیّہ میں ضم کر دیے جاسکتے ہیں۔ یہ کُلیّہ حسبِ ذیل ہے: دو نقطوں کے درمیان کسی شعاع کا طے کردہ مناظری فاصلہ مقیم ہوتا ہے یعنی یا تو اعظم ہوتا ہے یا اقل۔ یہ کُلیّہ سابق میں "فرما کا اُصول اقل وقت" Fermat's Principle of Least Time کہلاتا تھا اور اس کو حسبِ ذیل غلط پیرایہ میں بیان کیا جاتا تھا: نور کی

شعاعیں اُن نقطوں کے درمیان جن کو یہ ملاتی ہیں اقل ترین مناظری فاصلہ ہوتی ہیں۔

یہ کلیہ پہلے منحنی سطح پر کے واحد انعکاس کی صورت کے لیے ثابت (۱۷)
کیا جائیگا۔ اِس میں صریحاً مستوی سطح پر کے انعکاس کی صورت بھی شامل ہوگی۔

فرض کرو کہ ص سے آنے والی ایک شعاع منحنی سطح ا ب کے نقطہ ط پر واقع ہوتی ہے اور اِس سے منعکس ہوکر صَ پر پہنچ جاتی ہے (شکل ۲۳)۔ اِس منحنی سطح پر کوئی اور نقطہ ق لو جس کا اُسی مستوی میں ہونا ضروری نہیں جس میں کہ ص، ط اور صَ واقع ہیں۔ ص ق اور صَ ق کو ملاؤ۔ چنانچہ ہمیں ثابت یہ کرنا ہوگا کہ ق کے ہر ایک محل کے لیے، خواہ یہ کہیں کیوں نہ واقع ہو، ص ط + صَ ط یا تو بڑا ہوگا یا کم ہوگا ص ق + صَ ق سے۔



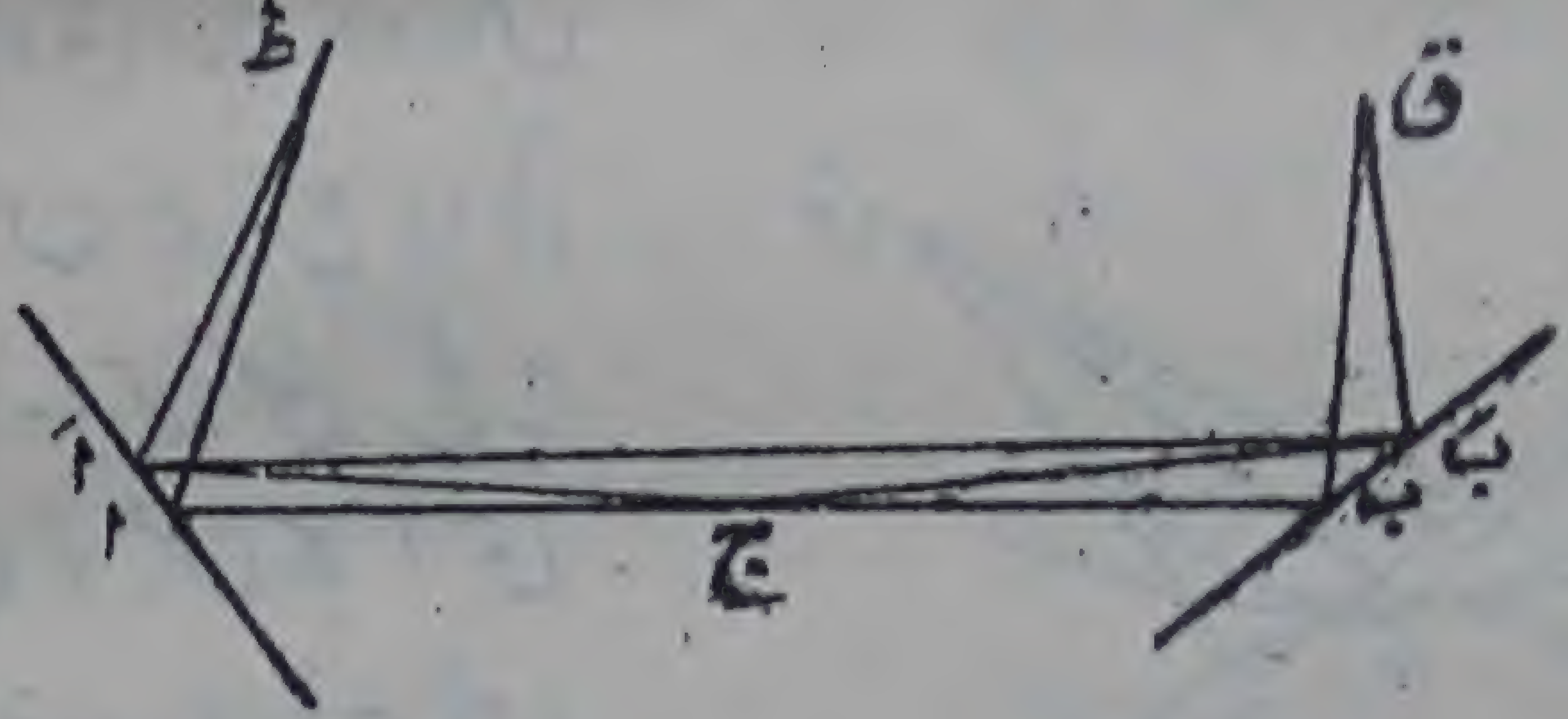
شکل ۲۳

ص اور صَ کو ماسکے مان کر ایک گردشی ناقص نما کھینچو جو سطح ا ب کو ط پر مس کرے۔ فرض کرو کہ صَ ق اِس ناقص نما کو ع پر قطع کرتا ہے۔ بنا بریں گردشی ناقص نما کی خاصیت کی رو سے ص ط + صَ ط = ص ع + صَ ع۔ لیکن صَ ع < ع ق + صَ ق پس ص ع + صَ ع < ص ع + ع ق + صَ ق < ص ق + صَ ق یعنی ص ط + صَ ط < ص ق + صَ ق۔ اگر سطح ا ب، ص اور صَ کی جانب ناقص نما کی بہ نسبت زیادہ مقعر ہوتی جیسا کہ نقطہ دار منحنی سے دکھلایا گیا ہے تو ص ق اِس کو ناقص نما سے ملنے سے پہلے ہی قطع کیا ہوتا اور بنا بریں ہمیں حاصل ہوتا:

ص ط + صَ ط > ص ق + صَ ق

منحنی سطح پر کے انعطاف کی صورت سے بھی دوسری غیر مُفصل سطح کی مدد سے اِسی طرح بحث کی جا سکتی ہے۔

اب دو انعکاسوں کی صورت پر غور کرو۔ فرض کرو کہ ط ا ب ق کسی شعاع کا حقیقی راستہ ہے اور ط اَ بَ ق اِس کا ایک متصلہ راستہ ہے۔ مان لو کہ ا اَ اور ب بَ پہلے رُتبہ کی چھوٹی مقداریں ہیں بنابریں انتہائی راہ والے کلّیہ کا اقتضاء یہ ہے کہ اِن دونوں راستوں کا فرق دوسرے



شکل ۲۳

رتبہ کی ایک چھوٹی مقدار ہونا چاہیے۔ ا اور ب ہر دو سے کچھ فاصلہ پر لیکن خط ا ب ہی پر ایک نقطہ ج لو۔ چونکہ انتہائی راہ والا کلیہ ایک واحد انعکاس کی صورت پر صادق آتا ہے اِس لیے

ط اَ + اَ ج = ط ا + ا ج

اور ج ب + ب ق = ج بَ + بَ ق

جہاں تک کہ پہلے رتبہ کی چھوٹی مقداروں کا تعلق ہے۔ اِس لیے راستہ ط اَ ج بَ قَ میں اور راستہ ط ا ج ب ق میں صرف دوسرے رُتبہ کی چھوٹی مقداروں کا فرق ہوتا ہے۔ اِس ثبوت کو مکمل کرنے کے لیے ہمیں یہ بھی ثابت کرنا چاہیے کہ اَ ج + ج بَ اور اَ بَ کا فرق صرف دوسرے رتبہ کی چھوٹی مقداروں پر مشتمل ہوتا ہے، اور صورت حال صریحاً یہی ہے کیونکہ ج کا فاصلہ اَ بَ سے پہلے رتبہ کا ہے۔

زیادہ پیچیدہ صورتوں سے بھی اسی طرح بحث کی جا سکتی ہے۔

(۱۸)

مثالیں

(۱) اگر سُورج کی روشنی کو ایک باریک سُوراخ میں سے داخل ہونے دیا جائے تو اِن شعاعوں کے حصول کے لیے ترتیب دیے ہوئے ایک پردہ پر سُورج کا خیال بنتا ہے، لیکن اگر سُوراخ بڑا ہو تو ہمیں اِس سُوراخ کا خیال حاصل ہوتا ہے۔ اِس کی توجیہ کرو۔

(۲) ہوا کے اعتبار سے شیشہ اور پانی کے انعطاف نما بالترتیب ۱٫۵۲ اور ۱٫۳۳ ہیں۔ شیشہ کا انعطاف نما پانی کے اعتبار سے معلوم کرو۔

(۳) ایک منوّر نقطہ دو ایسے مستوی آئینوں کے درمیان رکھا ہوا ہے جو ایک دوسرے سے ۹۰° کے زاویہ پر مائل ہیں۔ اِن آئینوں پر انعکاس کی وجہ سے پیدا ہونے والے خیالوں کے محل اور اِن کی تعداد معلوم کرو۔ نیز شعاعوں کی جس پنسل کی مدد سے ہر ایک خیال بنتا ہے، آنکھ تک اِس کے محور کا راستہ ایک نقشہ کے ذریعہ دکھلاؤ۔

(۴) ایک منوّر نقطہ دو ایسے مستوی آئینوں کے درمیان رکھا ہوا ہے جو ایک دوسرے سے ۶۰° کے زاویہ پر مائل ہیں۔ اِن کے انعکاس سے پیدا ہونے والے خیالوں کی تعداد معلوم کرو اور ثابت کرو کہ یہ سب ایک ہی دائرے کے محیط پر واقع ہوتے ہیں۔

(۵) دو مستوی آئینے جو ایک دوسرے سے زاویہ ط پر مائل ہیں ایک دوسرے کو نقطہ و پر قطع کرتے ہیں۔ ظ اِن آئینوں کے درمیان ایک نقطہ ہے اور ظ ق ع ایک ایسی شعاع ہے جو نقطہ ظ سے نکل کر اِن آئینوں کے متواتر انعکاسوں کے بعد پھر نقطہ ظ پر واپس آتی ہے۔ ثابت کرو کہ و ظ زاویہ ق ظ ع کی تنصیف کرتا ہے اور یہ کہ اِس کے راستہ کا طول ۲ و ظ جب ط ہے۔

(۶) چاندنی رات میں، جب سمندر کی سطح پر چھوٹی چھوٹی لہریں پائی جائیں، پانی کی سطح پر چاند کے ایک واضح خیال کی بجائے چاند کی سمت میں روشنی کی ایک پٹی دکھائی دیتی ہے۔ نقشہ کی مدد سے سمجھاؤ کہ ایسا کیوں ہوتا ہے۔

(۷) سورج کے قرص کے مرکز کا ظاہری فراز ۳۰° ہے۔ حقیقی فراز کی قیمت دریافت کرو۔ خلاء سے ہوا میں داخل ہونے والے نور کے لیے انعطاف نما ۱٫۰۰۰۳ مان لیا جاسکتا ہے۔

(۸) ایک مشاہد کو جو صاف شفاف پانی کے ایک حوض کو تہ کی طرف دیکھ رہا ہے، اس کی گہرائی ۴ فٹ معلوم ہوتی ہے۔ اس کی حقیقی گہرائی کیا ہے؟

(۹) شیشہ کی ایک سِل کے اندر ایک ہوائی بُلبلہ ہے جو اِس سِل کی سطح کی طرف عموداً دیکھنے والی آنکھ کو سِل کی سطح سے ۲ سمر نیچے دکھائی دیتا ہے۔ اگر شیشہ کا انعطاف نما ۱٫۵۲ ہو تو سِل کی سطح سے بُلبلہ کا حقیقی فاصلہ کیا ہے؟

(۱۰) شیشہ کی ایک سِل کو جس کی دبازت ۱۰ سمر اور جس کا انعطاف نما ۱٫۵۲ ہے، کاغذ پر بنے ہوئے ایک نشان کے اوپر اس طرح پکڑا گیا ہے کہ اس کی نچلی سطح اور نشان کا درمیانی فاصلہ ۶ سمر ہے۔ اِس نشان کی طرف سِل میں سے انتصاباً دیکھنے والی آنکھ کو یہ نشان کہاں نظر آئیگا؟ اپنے جواب کو ایک نقشہ کے ذریعہ واضح کرو۔

(۱۱) دو مستوی آئینے ایک دوسرے سے ایک مستقل زاویہ پر مائل ہیں اور اِس اجتماع کو آئینوں کے خط تقاطع کے گرد اس کو محور قرار دے کر گھمایا جاسکتا ہے۔ اگر ایک شعاع پہلے ایک آئینہ میں اور پھر دوسرے آئینہ میں محور مذکور کے علی القوائم مستوی میں منعکس ہو تو ثابت کرو کہ اِس اجتماع کی گردش سے شعاع کے انحراف میں کوئی فرق نہیں آتا۔

(۱۲) غیر مُنفصِل سطحوں کی خاصیت سے مدد لیے بغیر راست ثابت کرو کہ اگر نقطہ ط سے آنے والی شعاع کو ایک مستوی آئینہ کی مدد سے اِس طرح منعکس کیا جائے کہ یہ نقطہ ق پر آپہنچے تو اِس شعاع کے راستہ کا

مناظری طول اقل ہوتا ہے یعنی کم ہوتا ہے کسی اور ایسے راستہ کے مناظری طول سے جو ط سے آئینہ تک اور پھر یہاں سے ق تک کھینچا جائے۔

(۱۳) غیر متصل سطحوں کی خاصیت سے مدد لیے بغیر راست ثابت کرو کہ: اگر نقطہ ط سے آنے والی ایک شعاع کسی کثیف تر واسطہ کی مستوی سطح پر اس طرح منعطف ہو کہ اِس واسطہ کے اندر ایک نقطہ ق پر پہنچے تو اِس شعاع کے راستہ کا مناظری طول ط اور ق کے درمیان کسی اور راستہ کے مناظری طول سے چھوٹا ہوگا۔

(۱۴) مقعر آئینہ کے انعکاس کی صورت میں شخص اور خیال کے محلوں کو مربوط کرنے والے ضابطہ کو کلیۂ انتہائی راہ کی رو سے، یعنی کلیہ انعکاس سے مدد لیے بغیر اخذ کرو۔

(۱۹)

دوسرا باب
کُروی آئینوں اور عدسوں کا ابتدائی نظریہ

کُروی آئینے :- اگر دو واسطوں کی سرحدی سطح کی شکل کُروی اور اچھی طرح صیقل شدہ ہو تو اِس کو کُروی آئینہ کہتے ہیں۔ اِس پر چاندی چڑھی ہوئی ہونا ضروری نہیں؛ شیشہ کی، چاندی نہ چڑھی ہوئی سطح سے بھی اتنے ہی واضح خیال بنتے ہیں لیکن اگر شیشہ کی سطح پر چاندی چڑھی ہوئی ہو یا اگر یہ آئینہ سپیکولم (speculum) دھات (تانبے اور رانگ کی بھرت) کا بنا ہوا ہو تو خیال بہت زیادہ روشن ہوتے ہیں۔ بابِ ہٰذا کے سادہ نظریہ کے اطلاق کے لیے چاندی شیشہ کے سامنے کے رُخ پر چڑھی ہوئی ہونی چاہیے، کیونکہ اگر آئینہ شیشہ کی ایک ایسی پتلی تختی پر مشتمل ہو جس کی پچھلی سطح پر چاندی چڑھی ہوئی ہو تو نور کی شعاعیں پچھلی سطح پر منعکس ہونے سے پہلے اور نیز اِس کے بعد سامنے کی سطح پر منعطف ہو جاتی ہیں۔

کُروی آئینوں کو دو جماعتوں میں تقسیم کیا جاتا ہے: مقعر اور محدب۔ مقعر کُروی آئینہ کی صورت میں نور اِس کی سطح پر اُسی جانب سے واقع ہوتی ہے جس جانب کہ اِس سطح کا مرکزِ انحنا (یعنی اُس کرہ کا مرکز جس کا کہ

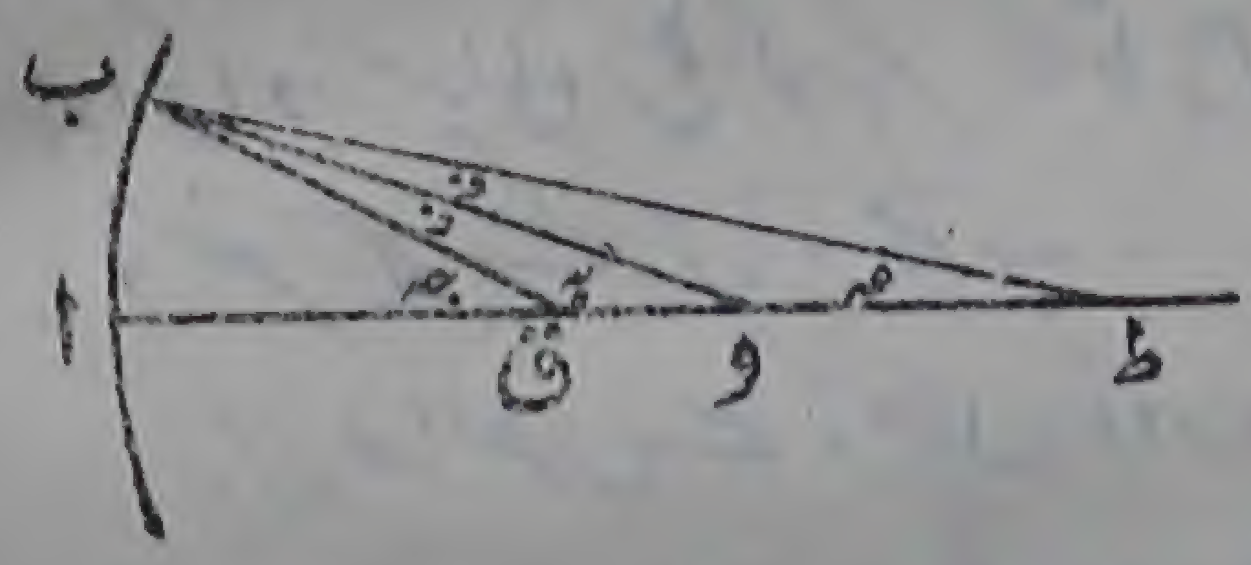
یہ سطح ایک حصّہ ہے) واقع ہوتا ہے۔ محدّب کروی آئینہ کی صورت میں نور اِس کی سطح پر مرکزِ انحنا کی مخالف سمت سے واقع ہوتی ہے۔ چنانچہ شیشہ اور ہوا کی درمیانی سطح کو ہم بلحاظ اِس امر کے کہ مبداء نور کس جانب واقع ہے یا تو مقعر سمجھ سکتے ہیں یا محدّب۔

جن ضابطوں سے آئینوں اور عدسوں کی مدد سے بننے والے خیالوں کے محل حاصل ہوتے ہیں، وہ جبری ہوتے ہیں۔ چنانچہ اگر کسی آئینہ کی وجہ سے بننے والے خیال کا محل اِس آئینہ سے فاصلہ خ پر واقع ہو اور ہم ضابطہ سے خ کی قیمت دریافت کرلیں تو جواب میں ہمیں +۱۰ سمر یا -۷ سمر جیسی کوئی قیمت حاصل ہوسکتی ہے۔ اب تک نور کی ابتدائی درسی کتابوں میں یہ طریقہ رائج رہا ہے کہ واقع نور کی مخالف سمت کو مثبت مان لیا جائے؛ چنانچہ خ = +۱۰ سمر کے معنے یہ ہیں کہ خیال آئینہ کی اُس جانب جس سے کہ نور آرہا ہے آئینہ سے ۱۰ سمر کے فاصلے پر واقع ہے؛ اور خ = -۷ سمر کے معنے یہ ہیں کہ خیال آئینہ کی دوسری جانب آئینہ سے ۷ سمر کے فاصلہ پر واقع ہے۔ برخلاف اِس کے ہندسۂ تحلیلی اور ترسیمات میں مثبت اعداد ہمیشہ دائیں جانب ناپے جاتے ہیں اور منفی اعداد بائیں جانب اور آج کل مدارس میں اتنے منحنی مرتسم کرائے جاتے ہیں کہ یہ قرارداد طلباء کے بخوبی ذہن نشین ہوجاتی ہے۔ اِن دونوں قراردادوں میں بلحاظ اِس امر کے کہ نور صفحہ کی کس جانب سے آرہا ہے۔ یا تو مطابقت پائی جاتی ہے یا تضاد ہوتا ہے۔

اِس ساری کتاب میں ہم ہندسۂ تحلیلی کی قرارداد اختیار کرینگے اور خ = -۷ سمر کے معنے یہ ہونگے کہ خیال آئینہ کی بائیں جانب ۷ سمر کے فاصلہ پہ واقع ہے، خواہ نور کسی جانب سے کیوں نہ آئے۔ اِس امر کی کوئی وجہ نہیں ہے کہ کیوں کوئی متعلم نور کا مطالعہ آغاز کرنے کے ساتھ ہی اپنا ہندسۂ تحلیلی بھول جائے بالخصوص جبکہ ایک قرارداد کو دوسری قرارداد پر کوئی فوقیت حاصل نہ ہو۔

(۲۰) فرض کرو کہ ا ب ایک مقعر کروی آئینہ کی تراشش ہے، و اِس کا

مرکز انحنا ہے، اور ط نور کا ایک نقطئ مبداء ہے۔ ط و کو ملاکر اس کو یہاں تک بڑھاؤ کہ یہ آئینہ کو نقطہ ا پر قطع کرے۔ پہلے ہم یہ فرض کرینگے کہ اط بڑا ہے او سے۔ اط سے ایک چھوٹا سا زاویہ عہ بناتی ہوئی ایک شعاع کھینچو جو آئینہ سے نقطہ ب پر جاملے۔تب و ب، آئینہ کے



شکل ۲۵

اُس چھوٹے سے ٹکڑے پر جو ب کے گرد واقع ہے عماد ہوگا۔ فرض کرو کہ ∠ ط ب و = فہ۔ یہ شعاع ب پر منعکس ہونے کے بعد عماد سے زاویہ فہ بناتی ہوئی اط سے نقطہ ق پر آملتی ہے۔ ∠ ب و ق کو بہ سے اور ∠ ب ق ا کو جہ سے تعبیر کرو اور فرض کرو کہ ا کے لحاظ سے نقاط ط، و اور ق کے محدد ش، ص اور خ ہیں۔

تب شکل سے ظاہر ہے کہ:

$$بہ = فہ + عہ \quad \text{اور} \quad جہ = فہ + بہ$$

اور اس لیے عہ + جہ = ۲ بہ۔ لیکن چونکہ عہ، بہ اور جہ چھوٹے زاویے ہیں اس لیے ہم لکھ سکتے ہیں:

$$عہ = \frac{اب}{ش}\text{،}\quad بہ = \frac{اب}{ص}\text{،}\quad جہ = \frac{اب}{خ}$$

پس مساوات بالا میں یہ قیمتیں درج کرکے اب پر تقسیم کر دینے سے ہمیں حاصل ہوگا:

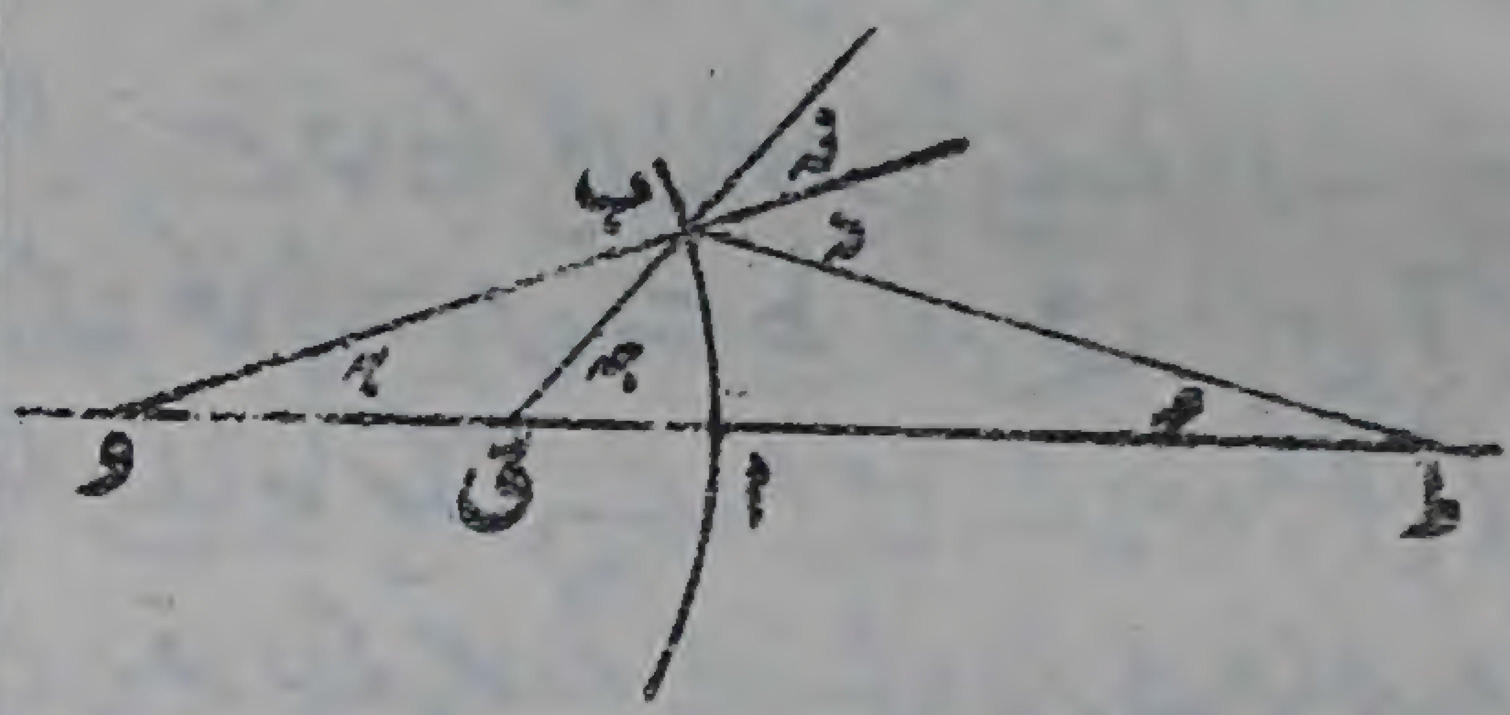
$$\frac{۲}{ص} = \frac{۱}{خ} + \frac{۱}{ش}$$

اگر نقطہ ط، و کی دوسری جانب واقع ہو اور منعکس شعاع اط سے ا کی داہنی جانب ہی آملے تو بھی ہم یہی طریقہ اختیار کرسکتے ہیں۔

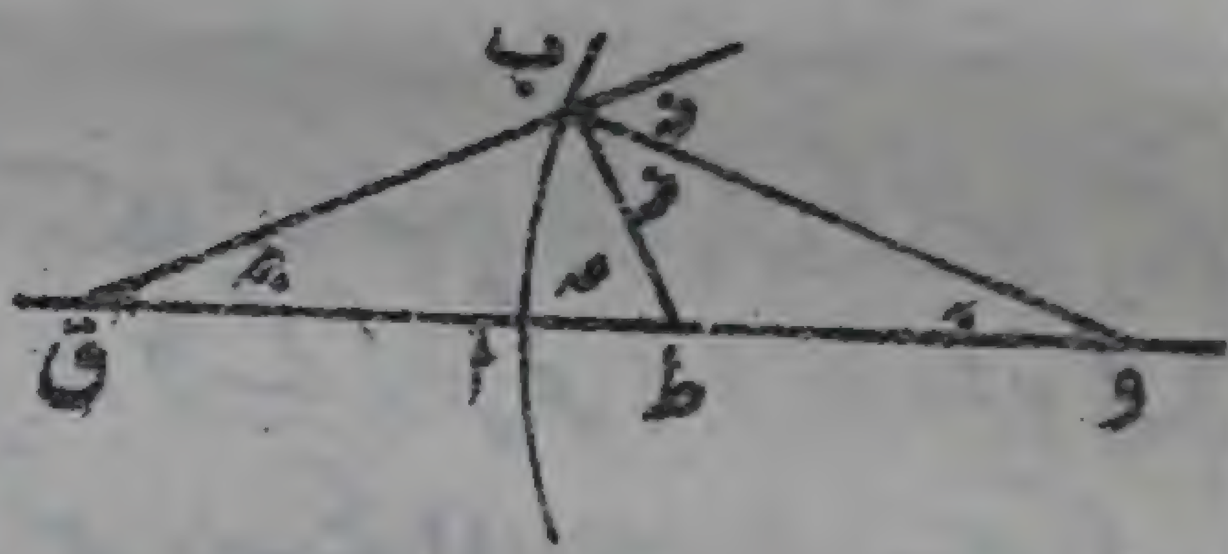
لیکن اگر ب ق، ا ط سے ا کی بائیں جانب آ ملے (شکل ۲۶) تو زاویوں
کے باہمی تعلقات حسب ذیل ہونگے:-

ھ = فہ + بہ ، ۲ فہ = ھ + جہ

جس سے ھ - جہ = ۲ بہ - لیکن اِس صورت میں جہ = - اب/رخ اور اِس لیے



شکل ۲۷



شکل ۲۶

آخری مساوات وہی ہوتی ہے جو اوپر حاصل ہوئی ہے۔
اگر آئینہ محدب ہو (شکل ۲۷) تو یہ مساواتیں حسب ذیل ہوتی ہیں:

جہ = بہ + طہ ، ۲ فہ = ھ + جہ

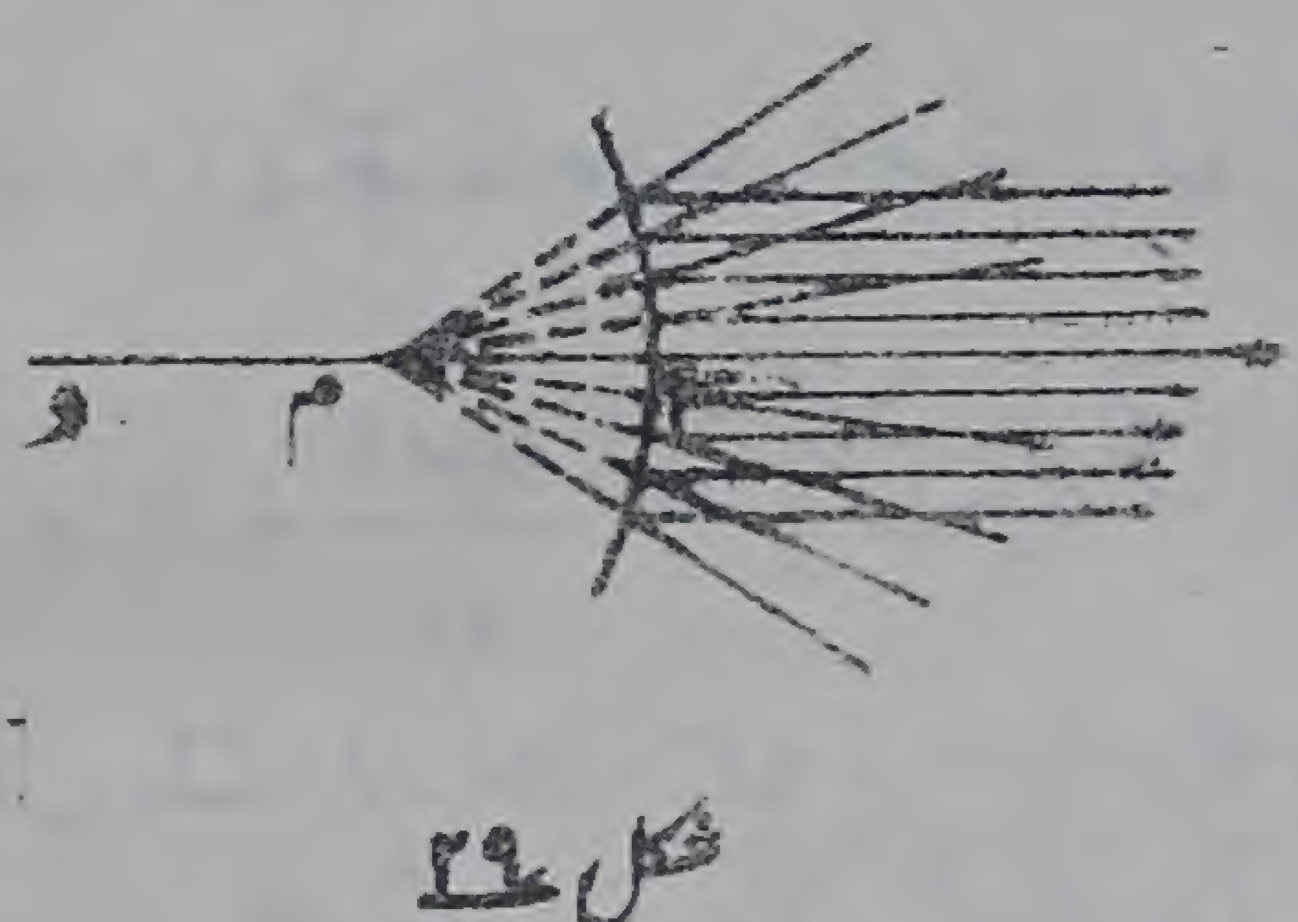
اور بنا بریں جہ - ھ = ۲ بہ - اِس صورت میں ھ = اب/س، بہ = - اب/ص

اور جہ = - اب/رخ اور اِس لیے ضابطہ کی شکل آخر کار پھر وہی ہوتی ہے۔
اشکال ۲۶ اور ۲۷ میں یہ امر غور طلب ہے کہ نقطہ ق میں سے منعکس شعاع خود نہیں گزرتی بلکہ پیچھے کی طرف بڑھائے جانے پر محض اِس کی سمت گزرتی ہے۔
اِس لیے وہ شعاعیں جو نقطہ ط سے متبع ہوتی اور ط کو آئینہ کے (۲۱)

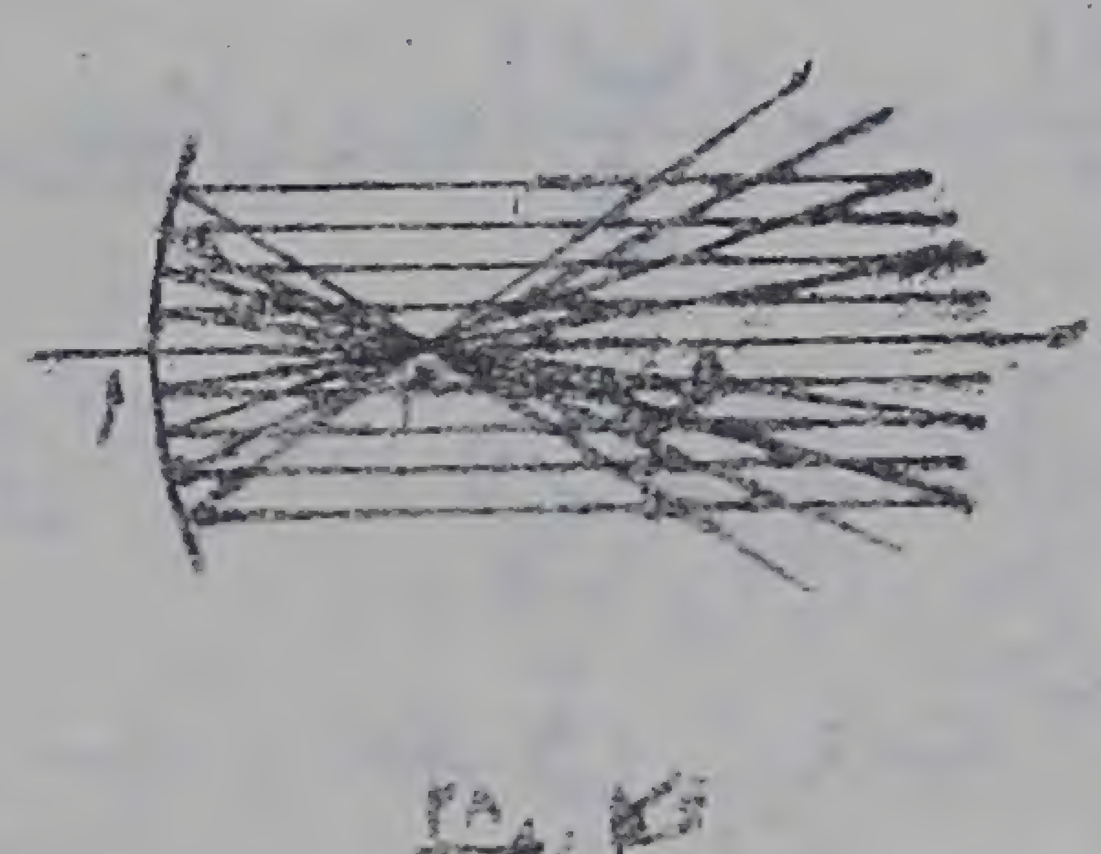
مرکز انحنا سے ملانے والے خطِ مستقیم کے ساتھ ایک چھوٹا سا زاویہ بناتی ہیں، آئینہ پر منعکس ہونے کے بعد یا تو ایک دوسرے نقطہ ق کی طرف مستدق ہوتی ہیں یا اِس سے متسع ہوتی نظر آتی ہیں۔ بالفاظِ دیگر یہ آئینہ نقطہ ط کا خیال ق پر بناتا ہے۔

اشکال ۲۵، ۲۶ اور ۲۷ میں سے ہر ایک میں آئینہ کو اور بنا بریں نقطہ و کو اپنی جگہ قایم رکھ کر خط ط و کو نقطہ و میں سے شکل کی مستوی کے علی القوایم گزرنے والے ایک محور کے گرد ایک چھوٹے سے زاویہ میں گھماؤ۔ اِس سے ط اور ق ایسی قوسین مرتسم کرینگے جن کو خطوطِ مستقیم مان لیا جا سکتا ہے۔ اِس کے بعد شکل کو ط و کے گرد گھماؤ تو ط اور ق پر رقبہ کے چھوٹے چھوٹے دائری عناصر مرتسم ہونگے اور اِن میں سے ایک عنصر دوسرے کا خیال ہوگا۔

کروی آئینوں کا کنارہ عام طور پر دائری ہوتا ہے اور وہ خطِ مستقیم جو مرکزِ انحناء سے اِس دائری کنارہ کے مستوی پر عمود وار گرایا جاتا ہے آئینہ کا محور کہلاتا ہے۔ گویا ہم نے یہ ثابت کیا ہے کہ کروی آئینہ ایک چھوٹی سی مستوی شکل کا جو اِس آئینہ کے محور پر اور اس کے علی القوایم واقع ہو، ہمیشہ ایک خیال بناتا ہے۔



شکل ۲۹

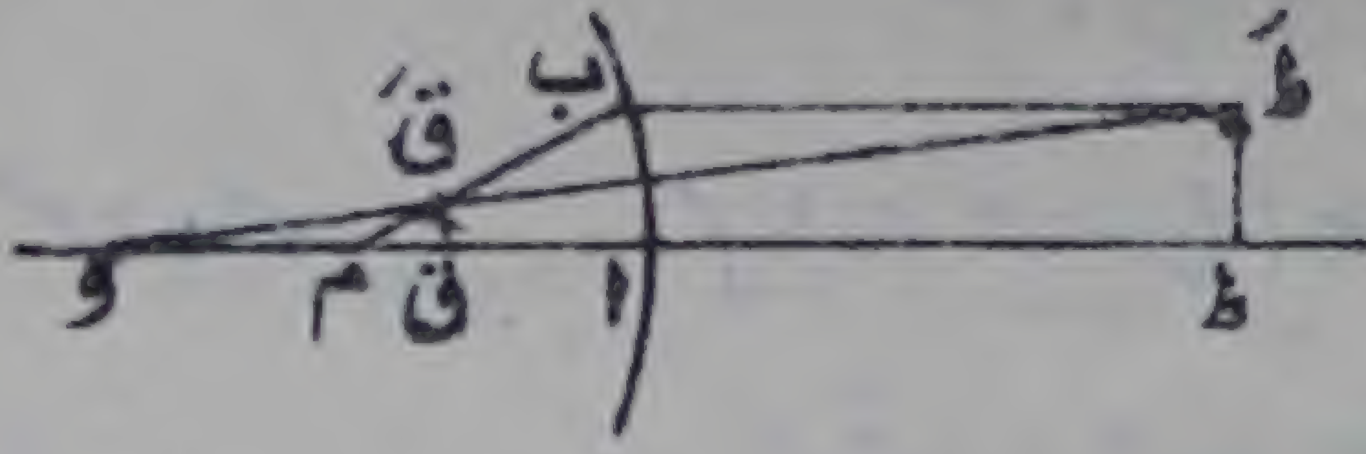


شکل ۲۸

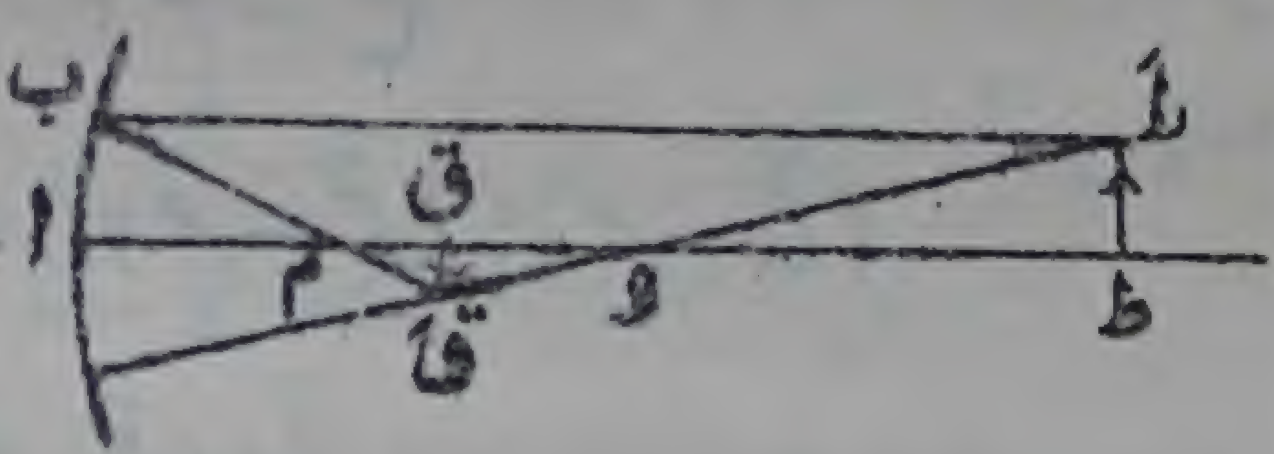
اگر شخص لا متناہی پر ہو تو $\frac{1}{\text{ش}}$ صفر ہوتا ہے اور رخ مساوی ہوجاتا

ہے صا/۲ کے۔ ایسی صورت میں تمام واقع شعاعیں متوازی ہوتی ہیں اور انعکاس کے بعد یہ ایک ایسے نقطہ م کی طرف جو ا اور و کے ٹھیک درمیان ہوتا ہے یا تو مستدق ہوتی ہیں یا اِس نقطہ سے منتشر ہوتی معلوم ہوتی ہیں۔ اِس نقطہ م کو کرُوی آئینہ کا صدار ماسکہ یا صرف ماسکہ کہتے ہیں اور طول ا م اِس کا ماسکی طول کہلاتا ہے جس کو عام طور پر 'م' سے تعبیر کیا جاتا ہے۔

اگر ماسکہ کی خاصیت اور یہ امر کہ کروی آئینہ خیال بناتا ہے، مان لیا جائے تو خیال کا محل اور اِس کی جسامت حسب ذیل ترسیمی عمل سے بآسانی معلوم کر لی جا سکتی ہے: فرض کرو کہ ط پر ایک شخص واقع ہے (اشکال ۳۰، ۳۱) جس کا صرف نصف حصہ طَ ط ہے۔ نقطہ طَ سے



شکل ۳۱



شکل ۳۰

مرکز انحنا و میں سے گزرتی ہوئی ایک شعاع کھینچو۔ یہ چونکہ آئینہ پر عماداً واقع ہوتی ہے اِس لیے انعکاس کے بعد اپنے اصلی راستہ پر واپس لوٹ آتی ہے۔ ایک اور شعاع طَ ب محور کے متوازی کھینچو۔ یہ انعکاس کے بعد یا تو ماسکہ میں سے واقعۃً گزرے گی یا اس سے گزرتی ہوئی معلوم ہوگی۔ (۲۲)
اِس لیے نقطہ قَ جہاں ب م، طَ و کو قطع کرتا ہے طَ کا خیال ہوگا اور بنا بریں اِس سے محور پر کھینچا ہوا عمود قَ ف، خیال ہوگا طَ ط کا۔

چونکہ ا ب مرکز انحنا کے مقابلہ میں چھوٹا ہے (شکل میں محض

وضاحت کی خاطر اِس کو بڑا دکھلایا گیا ہے) اِس لیے اِس کو مستقیم اور اط کے علی القوایم مان لیا جا سکتا ہے۔ بنا بریں اب = ط طَ اور

اِس لیے $\frac{\text{اب}}{\text{ق قَ}} = \frac{\text{ط طَ}}{\text{ق قَ}}$ ۔ یعنی مثلثات اب م اور ق قَ م اور ہمسر مثلثات ق قَ و اور ط طَ و مشابہ ہیں۔ پس:

$$\frac{\text{اب}}{\text{ق قَ}} = \frac{\text{ام}}{\text{ق م}} \quad \text{اور} \quad \frac{\text{ط طَ}}{\text{ق قَ}} = \frac{\text{ط و}}{\text{ق و}}$$

لیکن اِن دونوں مساواتوں کی داہنی جانبیں پہلے سے مساوی ہیں۔ اس لیے:

$$\frac{\text{ام}}{\text{ق م}} = \frac{\text{ط و}}{\text{ق و}}$$

یا

$$\frac{\text{م}}{\text{م - خ}} = \frac{\text{۲م - ش}}{\text{۲م - خ}}$$

جس سے

$$\text{م (۲م - خ)} = \text{(۲م - ش)(م - خ)}$$

یا

$$\text{م ش + م خ} = \text{ش خ}$$

اور ش خ م سے تقسیم کر دینے پر:

$$\frac{1}{\text{ش}} + \frac{1}{\text{خ}} = \frac{1}{\text{م}} = \frac{2}{\text{ص}}$$

یہ مساوات وہی ہے جو پہلے حاصل ہو چکی ہے۔

اشکال ۳۰ اور ۳۱ سے خیال اور شخص کی اضافی جسامتیں بھی حاصل کی جا سکتی ہیں۔ کیونکہ

$$\frac{\text{ق قَ}}{\text{ط طَ}} = \frac{\text{ق و}}{\text{ط و}} = \frac{\text{ص - خ}}{-\text{(ش - ص)}} = \frac{\text{خ}\left(\frac{1}{\text{خ}} - \frac{1}{\text{ص}}\right)}{-\text{ش}\left(\frac{1}{\text{ص}} - \frac{1}{\text{ش}}\right)}$$

لیکن چونکہ $\frac{1}{ش} + \frac{1}{خ} = \frac{2}{ص}$

اِس لیے $\frac{1}{خ} - \frac{1}{ص} = \frac{1}{ص} - \frac{1}{ش}$

اور $\frac{ق ق'}{ط ط'} = -\frac{خ}{ش}$

نسبت $\frac{ق ق'}{ط ط'}$ کو خطی تکبیر کہتے ہیں۔ اِس کی منفی علامت کے معنے یہ ہیں کہ اگر ش اور خ دونوں کی علامت ایک ہی ہو تو ق ق' اور ط ط' محور سے مختلف سمتوں میں کھینچے گئے ہیں یعنی یہ کہ خیال اُلٹا ہے۔ بہر حال علامتوں سے قطع نظر کرتے ہوئے مساوات بالا کو قاعدہ ذیل کے الفاظ میں بیان کیا جا سکتا ہے: خیال اور شخص کے خطی ابعاد کے مابین وہی نسبت پائی جاتی ہے جو آئینہ سے اِن کے فاصلوں کے مابین۔

کرُوی آئینوں پر سوالات حل کرتے وقت بہتر ہوگا کہ صرف مساوات

$$\frac{1}{ش} + \frac{1}{خ} = \frac{2}{ص} = \frac{1}{م}$$

ہی پر اعتبار نہ کیا جائے بلکہ نتائج کی تصدیق ترسیمی عمل سے کر لی جائے ورنہ علامت کی غلطیوں کا بڑا احتمال ہوتا ہے۔

(۲۳) جیسے جیسے کسی شخص کا محل بدلتا جائے ویسے ویسے ایک کرُوی آئینہ سے بننے والے خیال کے محل اور اُس کی نوعیت میں تبدیلی ترسیمی عمل سے بآسانی معلوم کر لی جا سکتی ہے۔ چنانچہ شخص کے مختلف محلوں کے مماثل اِس کے خیال کے محل اور اس کی نوعیتیں جدول ذیل میں بتلائی گئی ہیں:

مقعر آئینہ

شخص کا محل	خیال کا محل	خیال کی نوعیت
لاتناہی پر	ماسکہ پر	حقیقی
∞ اور و کے درمیان	م اور و کے درمیان	حقیقی، معکوس، کمتر
و پر	و پر	حقیقی، معکوس، اسی قامت کا
و اور م کے درمیان	و اور ∞ کے درمیان	حقیقی، معکوس، اکبر
م پر	لاتناہی پر	
م اور آئینہ کے درمیان	آئینہ کے پیچھے لاتناہی فاصلہ سے آئینہ تک	مجازی، سیدھا، اکبر
آئینہ پر	آئینہ پر	مجازی، سیدھا، اسی قامت کا

محدّب آئینہ

شخص کا محل	خیال کا محل	خیال کی نوعیت
لاتناہی پر	ماسکہ پر	مجازی
لاتناہی اور آئینہ کے درمیان	م اور آئینہ کے درمیان	مجازی، سیدھا، کمتر
آئینہ پر	آئینہ پر	مجازی، سیدھا، اسی قامت کا

ایک نیم قطر انحنا والے ایک بڑے مقعر آئینہ کی مدد سے ایک دلچسپ مناظری فریب ترتیب دیا جا سکتا ہے جو "طلسمی گلدستہ" کے نام سے موسوم ہے۔ کسی جزاً تاریک کمرہ میں اِس آئینہ کے سامنے ایک گلدستہ ایسے

Phantom Bouquet

محل پر رکھ دیا جاتا ہے کہ اس سے ایک حقیقی اور مکبّر خیال پیدا ہو۔ اس گلدستہ کو اُلٹا لٹکایا جاتا ہے تاکہ اس کا خیال سیدھا بنے۔ آئینہ اور گلدستہ کو ایک بڑے صندوق میں بند کرکے گلدستہ پر برقی قمقموں کی مدد سے تیز روشنی ڈالی جاتی ہے۔ یہ قمقمے صندوق کے اندر اس طرح ترتیب دیے ہوتے ہیں کہ یہ باہر سے دکھائی نہیں دیتے۔ گلدستہ پر واقع ہونے والی شعاعیں آئینہ پر منعکس ہوکر صندوق کے ایک پہلو میں بنے ہوئے بڑے سے سوراخ میں سے باہر آتی ہیں اور اس کے سامنے ایک حقیقی خیال بناتی ہیں۔ اِسی خیال کے نیچے ایک خالی گلدان رکھ دیا جاتا ہے۔ اگر کوئی مشاہد اس گلدان کی طرف ایسی سمت میں دیکھے کہ اس کی رویت کی سمت آئینہ سے جاملے تو اس کو گلدان میں گلدستہ رکھا ہوا معلوم ہوگا لیکن اگر وہ اس کی طرف بازو سے دیکھے تو گلدان خالی نظر آئیگا۔

اسی قسم کا ایک اور مناظری فریب گذشتہ چار سال کے دوران میں مختلف مقامات پر دکھایا جاتا رہا ہے؛ اس میں تقریباً ۹ انچ کی قامت والی انسانی شکلیں ناچتی ہوئی دکھائی دیتی ہیں۔ اس فریب کی نمائش کے لیے بھی حسب سابق ایک تاریک کمرہ درکار ہوتا ہے۔ یہ شکلیں بلا شبہ حقیقی انسانوں کے مکبّر خیال ہوتی ہیں اور ان کے پست قد کی وجہ صرف یہ ہے کہ مقعر آئینہ سے شخصوں کی بہ نسبت خیال بہت قریب تر ہوتے ہیں۔ اس مقعر آئینہ کا محور ناظرین کے خط رویت کے علی القوایم ہوتا ہے اور شعاعیں ان کی طرف مستوی آئینوں کے ایک اجتماع کی مدد سے موڑ دی جاتی ہیں جو ان خیالوں کو اُلٹ بھی دیتا ہے۔ اس اجتماع کی تفصیلات متعلّم کے لیے ایک مشق کے طور پر چھوڑ دی گئی ہیں۔

"غول پیپر" نامی مناظری فریب کے لیے شیشہ کی ایک بہت بڑی مستوی تختی درکار ہوتی ہے جس کو انتصاباً اور ناظرین کے خط رویت کے ساتھ ۴۵° کے زاویہ پر ترتیب دیا جاتا ہے۔ اس لیے ناظرین بیک وقت دو منظر دیکھتے ہیں: ایک پس منظر جو شیشہ کی تختی میں سے گزر کر آنے والی شعاعوں کی وجہ سے راست دکھائی دیتا ہے، اور دوسرے وہ اشخاص جو اسٹیج کے

ھ Peppes's ghost

بغل میں ہوتے ہیں اور جو شیشہ کی تختی سے ۹۰ کے زاویہ میں منعکس شدہ شعاعوں کی مدد سے دکھائی دیتے ہیں۔ یہ پس منظر عموماً کسی قدر مدھم ہوتا ہے اور پہلے پہل وہ اداکار جس کو کہ غول کا پارٹ ادا کرنا ہوتا ہے اسٹیج کے بازو تاریکی میں رکھا جاتا ہے۔ یہ اسٹیج کے بغل میں اتنی دور رہتا ہے کہ ناظرین اس کو راست نہیں دیکھ سکتے۔ جب اس کے "نمودار" ہونے کا وقت آتا ہے تو اس پر تیز روشنی ڈالی جاتی ہے اور اس کا خیال منعکس روشنی کی مدد سے پس منظر کے اوپر فوراً منطبق نظر آتا ہے۔ یہ خیال بلاشبہ شفاف ہوتا ہے۔ چنانچہ پس منظر کے روشن حصے اس خیال میں سے دکھائی دیتے ہیں۔ "کینے پلاسٹیکان" نامی مناظری فریب بھی "غول پپّر" ہی کی ایک بدل ہے اس میں اسٹیج کے بازو (۲۴) زندہ اداکار کی بجائے ایک پردہ ہوتا ہے جس پر سینما مشین کی مدد سے کسی اداکار کی تصویر ڈالی جاتی ہے۔

انعطاف کروی سطح پر :—

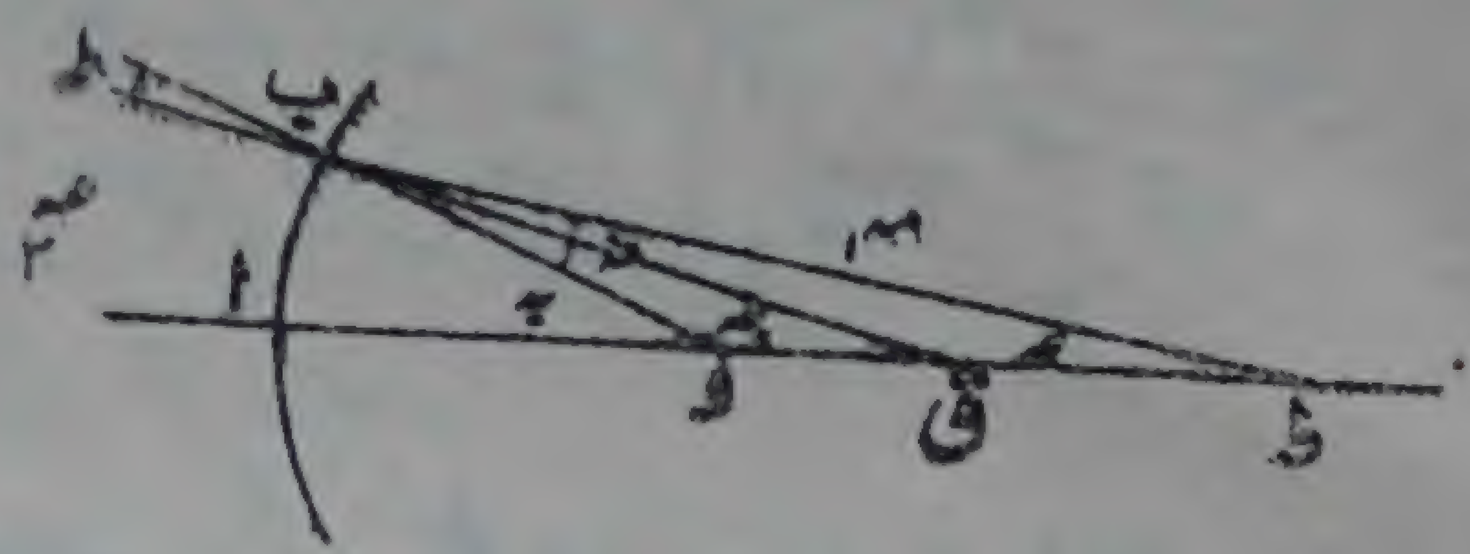
فرض کرو کہ دو شفاف واسطوں کی مشترک سرحد کروی شکل کی ہے اور یہ کہ پہلے واسطہ کے ایک منور نقطہ ط سے خارج ہونے والی شعاعیں اس کروی سرحد پر منعطف ہوتی ہیں۔ ہم پہلے واسطہ کو ہوا اور دوسرے واسطہ کو شیشہ خیال کر سکتے ہیں اگرچہ کہ عمومیت کی خاطر ہم پہلے واسطہ کے انعطاف نما کو م۱ سے اور دوسرے واسطہ کے انعطاف نما کو م۲ سے تعبیر کرینگے اور مان لینگے کہ م۲ بڑا ہے م۱ سے۔

کروی آئینوں کی صورت کی طرح یہ انعطاف انگیز سطح نقطہ ط کے لحاظ سے یا تو مقعر ہو سکتی ہے یا محدّب۔ ہم پہلے اُس صورت پر غور کرینگے جبکہ یہ مقعر ہو۔ (شکل ۳۲)

نقطہ ط کو اس سطح کے مرکزِ انحنا و سے ملاؤ اور فرض کرو کہ ط و سطح زیر غور سے ا پر آملتا ہے۔ فرض کرو کہ ط ب کوئی شعاع ہے جو ط و کے ساتھ ایک چھوٹا سا زاویہ ھ بناتی ہے اور سطح سے نقطہ

Kineplastikon —

ب پر جا ملتی ہے۔ و ب اِس سطح کا عماد ہوگا نقطہ ب پر۔ شعاع ط ب



شکل ۳۲ع

انعطاف کے بعد نقطہ ق سے آتی ہوئی معلوم ہوگی۔ فرض کرو کہ ∠ و ب ط = فہ اور ∠ و ب ق = طہ۔ بنابریں انعطاف کے کلیہ کی رو سے مہ_1 جب فہ = مہ_2 جب طہ چونکہ زاویہ عہ چھوٹا ہے اس لیے زاویے فہ اور طہ بھی چھوٹے ہونے چاہئیں پس یہ مساوات ذیل کی شکل میں لکھی جا سکیگی:

$$\text{مہ}_1\,\text{فہ} = \text{مہ}_2\,\text{طہ} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (۲)$$

فرض کرو کہ ∠ ا ق ب = جہ اور ∠ ا و ب = بہ۔ بنابریں:

$$\text{طہ} = \text{بہ} - \text{جہ} \text{ ، } \text{فہ} = \text{بہ} - \text{عہ}$$

اور مساوات (۲) میں یہ قیمتیں درج کرنے پر ہمیں حاصل ہوگا:

$$\text{مہ}_1(\text{بہ} - \text{عہ}) = \text{مہ}_2(\text{بہ} - \text{جہ}) \text{ یا } \text{مہ}_2\,\text{جہ} - \text{مہ}_1\,\text{عہ} = \text{بہ}(\text{مہ}_2 - \text{مہ}_1) \quad \ldots\ldots (۳)$$

اب فرض کرو کہ ا ط = ش، ا ق = خ اور ا و = ص جہاں ش، خ اور ص تمام کو ا کے دائیں جانب مثبت ناپے گئے ہیں۔ بنابریں ہم لکھ سکتے ہیں:

$$\text{عہ} = \frac{\text{اب}}{\text{ش}} \text{ ، } \text{جہ} = \frac{\text{اب}}{\text{خ}} \text{ اور } \text{بہ} = \frac{\text{اب}}{\text{ص}}$$

مساوات (۳) میں یہ قیمتیں درج کر کے مشترک جز ضربی سے تقسیم کر دینے پر ہمیں حاصل ہوگا:

$$\frac{\text{مہ}_2}{\text{خ}} - \frac{\text{مہ}_1}{\text{ش}} = \frac{\text{مہ}_2 - \text{مہ}_1}{\text{ص}} \quad \ldots\ldots\ldots (۴)$$

اگر نقطہ ط ، و کی دوسری جانب واقع ہو تو فہ = عہ - بہ اور طہ = جہ - بہ لیکن باقی سارا ثبوت وہی ہوگا۔ پس وہ تمام شعاعیں جو ط سے منتشر ہوتی اور ا ط کے ساتھ ایک چھوٹا سا زاویہ بناتی ہیں انعطاف کے بعد ق سے آتی ہوئی معلوم ہوتی ہیں یا بالفاظ دیگر نقطہ ق پر نقطہ ط کا ایک مجازی خیال بنتا ہے۔

(۲۵) اگر انعطاف انگیز سطح محدب ہو (اشکال ۳۳ و ۳۴) تو بلحاظ اس کے کہ ب ق نقطہ ا کی بائیں یا دائیں جانب ملے دو صورتیں پیش آتی ہیں :



شکل ۳۳

چنانچہ اگر ہم پہلی صورت پر غور کریں (شکل ۳۳) تو فہ = عہ + بہ ، طہ = بہ - جہ اور بنابریں :

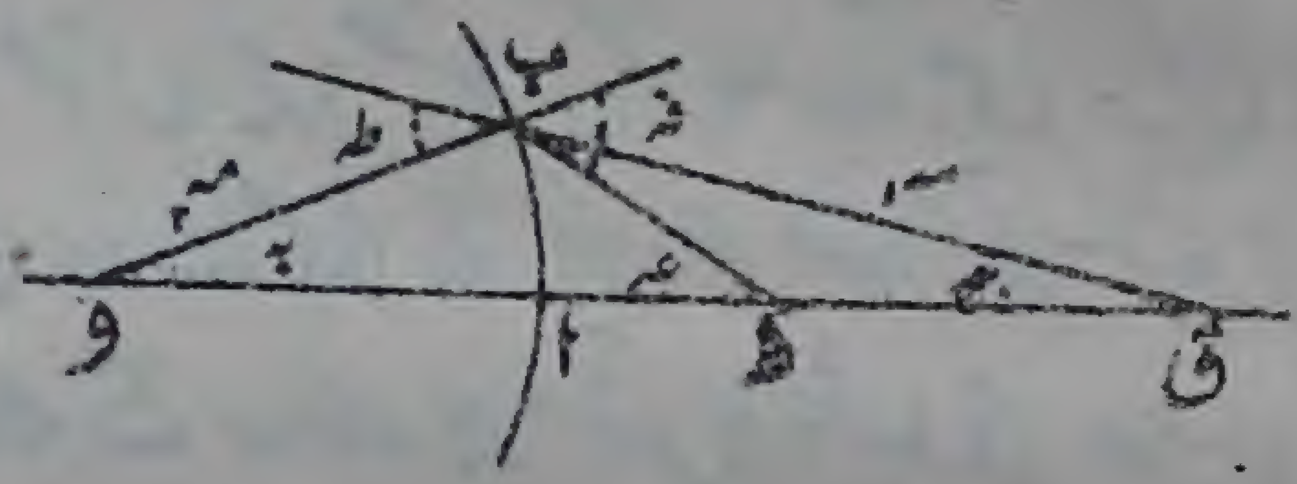
مہ۲ جہ + مہ۱ عہ = بہ (مہ۲ - مہ۱)

چونکہ عہ = اب/ش ، جہ = - اب/خ اور بہ = - اب/ص ، اس لیے مساوات بالا مساوات (۴) میں تحویل ہو جاتی ہے۔ اس صورت میں خیال حقیقی ہوتا ہے۔

اگر ہم دوسری صورت پر غور کریں (شکل ۳۴) تو فہ = عہ + بہ ، طہ = بہ + جہ اور اس لیے :

مہ۲ جہ - مہ۱ عہ = بہ (مہ۱ - مہ۲)

اِس صورت میں ع = $\frac{\text{اب}}{\text{ش}}$ ، جہ = $\frac{\text{اب}}{\text{خ}}$ ، اور ہ = $-\frac{\text{اب}}{\text{ص}}$ اور



شکل ۳۴

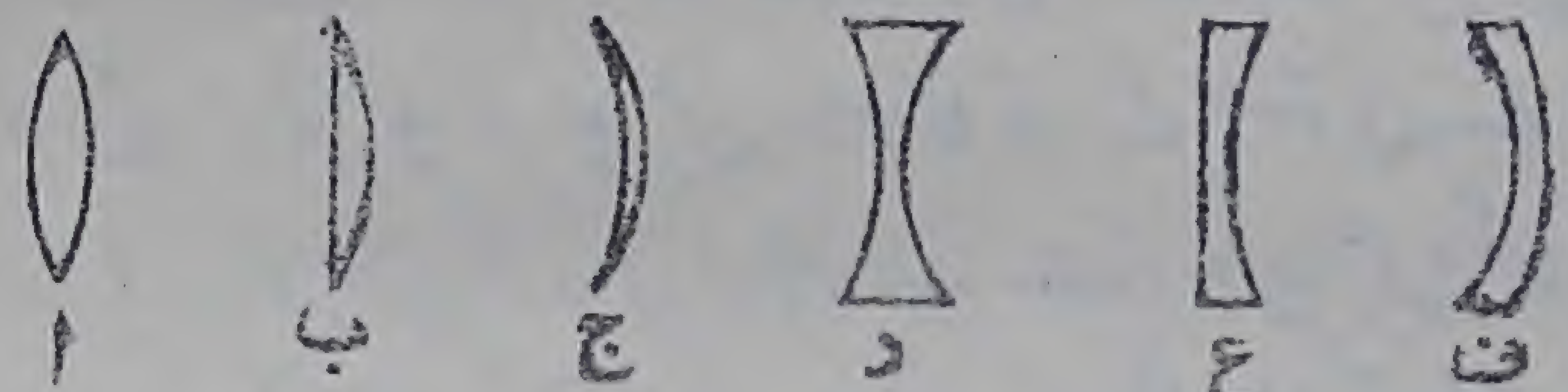
اِس لیے آخری مساوات پھر بھی وہی ہوتی ہے - اِس صورت میں خیال مجازی ہوتا ہے -

اگر اشکال ۳۲ ، ۳۳ اور ۳۴ میں انعطاف انگیز سطح اور بنا بریں نقطہ و کو قایم رکھ کر ط و کو و میں سے کاغذ کے مستوی کے علی القوایم گزرنے والے ایک محور کے گرد ایک چھوٹے سے زاویہ میں گھمایا جائے تو ط اور ق دو چھوٹی چھوٹی قوسیں مرتسم کرینگے جن کو خطوطِ مستقیم مان لیا جا سکتا ہے - اِس کے بعد اگر اِن اشکال کو ا ط کے گرد گھمایا جائے تو یہ خطوط چھوٹے چھوٹے رقبے مرتسم کرینگے اور ایک رقبہ پر کا ہر ایک نقطہ دوسرے رقبہ پر کے ایک نقطہ کا خیال ہوگا - پس ایک کروی سطح پر انعطاف کی وجہ سے اس سطح کے محور پر کے ایسے چھوٹے چھوٹے رقبوں کے خیال حاصل ہوتے ہیں جو کہ اِس محور پر عمودوار ہوں -

انعطاف عدسہ میں سے :- عدسہ سے مراد کسی انعطاف انگیز واسطہ کا ایک ایسا حصّہ ہے جو یا تو دو کروی سطحوں سے گھرا ہوا ہو یا ایک کروی سطح اور ایک مستوی سطح سے - اِن سطحوں کے

انحنائی مرکزوں کو ملانے والا خط مستقیم عدسہ کا محور کہلاتا ہے، یا اگر اِن سطوں میں سے ایک مستوی ہو تو محور وہ خط مستقیم ہے جو دوسری سطح کے مرکز انحنا سے اِس مستوی سطح پر عماداً کھینچا جائے۔ اِس محور میں سے گزرنے والا مستوی عدسہ کی صدر تراشش کہلاتا ہے۔

عدسے دو جماعتوں میں تقسیم کیے جاتے ہیں۔ پہلی جماعت کے عدسے جو محدّب یا استدقاقی عدسے کہلاتے ہیں، متوازی شعاعوں کو مستدق کر دیتے ہیں۔ دوسری جماعت کے عدسے جو مقعر یا اتّساعی عدسے کہلاتے ہیں متوازی شعاعوں کو متّسع کر دیتے ہیں۔ شکل ۳۵ میں بعض صنفی عدسوں کی صدر تراشیں
(۲۶) دکھلائی گئی ہیں۔ اِن میں سے ا، ب اور ج محدّب عدسے ہیں اور د، ع اور ف مقعر عدسے۔ ا دوہرا یا دو ٹیلا محدّب عدسہ کہلاتا ہے، ب مستوی محدّب عدسہ، اور ج ایک محدّب ہلالی عدسہ۔ اِسی طرح د



شکل ۳۵

ایک دوہرا یا دو گڈھلا مقعر عدسہ کہلاتا ہے، ع ایک مستوی مقعر عدسہ، اور ف ایک مقعر ہلالی عدسہ۔ بعض اوقات ج اور ف بلا کسی واضح امتیاز کے محدّب مقعر اور مقعر محدّب عدسے بھی کہلاتے ہیں۔

اگر ایک محدّب عدسہ کسی ایسے واسطہ میں رکھا جائے جس کا انعطاف نما اُس شیشہ کے انعطاف نما سے جس کا یہ عدسہ بنا ہوا ہے بڑا ہو تو یہ عدسہ ایک مقعر عدسہ کی طرح عمل کرتا ہے۔

فرض کرو کہ ایک عدسہ ایک ایسے واسطہ میں رکھا ہے جس کے

لحاظ سے عدسہ کے مادہ کا انعطاف نما مہ ہے۔ نیز فرض کرو کہ اِس کے محور پر ایک منوّر نقطہ ط واقع ہے جس کا فاصلہ عدسہ کی پہلی سطح سے ش ہے۔ فرض کرو کہ اِس کی دونوں سطحوں کے انحنائی مرکزوں کے فاصلے اپنی اپنی سطح سے بالترتیب $ص_۱$ اور $ص_۲$ ہیں اور عدسہ کی دبازت محور کی سیدھ میں د ہے۔

پہلی سطح پر انعطاف کی وجہ سے ط کا ایک خیال بنتا ہے۔ فرض کرو کہ عدسہ کی پہلی سطح سے اس کا فاصلہ ف ہے۔ تب مساوات (۴) سے:

$$\frac{مہ}{ف} - \frac{۱}{ش} = \frac{مہ - ۱}{ص_۱} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (۵)$$

یہ خیال عدسہ کی دوسری سطح سے فاصلہ ف + د پر واقع ہوگا اور اِس دوسری سطح پر انعطاف کی وجہ سے پہلے خیال کا پھر ایک خیال بنیگا۔ فرض کرو کہ اِس دوسرے خیال کا فاصلہ دوسری سطح سے خ ہے۔ تب مساوات (۴) کا دوبارہ اطلاق کرنے پر:

$$\frac{۱}{خ} - \frac{مہ}{ف + د} = \frac{۱ - مہ}{ص_۲} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (۶)$$

اب فرض کرو کہ عدسہ پتلا ہے اور د کو ف کے مقابلہ میں نظرانداز کر دیا جاسکتا ہے۔ بنا بریں مساوات (۶) ہو جائیگا:

$$\frac{۱}{خ} - \frac{مہ}{ف} = \frac{۱ - مہ}{ص_۲} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (۷)$$

مساواتوں (۵) اور (۷) کے طرفین کو جمع کرنے پر ہمیں بالآخر حاصل ہوگا:

$$\frac{۱}{خ} - \frac{۱}{ش} = (مہ - ۱)\left(\frac{۱}{ص_۱} - \frac{۱}{ص_۲}\right) \quad \ldots\ldots\ldots (۸)$$

یہی وہ اساسی مساوات ہے جس سے ایک پتلے عدسہ کی وجہ سے بننے والے خیال کا محل حاصل ہوتا ہے۔

اگر شخص عدسہ سے لا تمناہی فاصلہ پر واقع ہو تو واقع شعاعیں

متوازی ہوتی ہیں، تب $\frac{1}{ش} = 0$ اور غ

$$= \frac{1}{(\text{مہ} - 1)\left(\frac{1}{ص_1} - \frac{1}{ص_2}\right)} \qquad (۲۸)$$

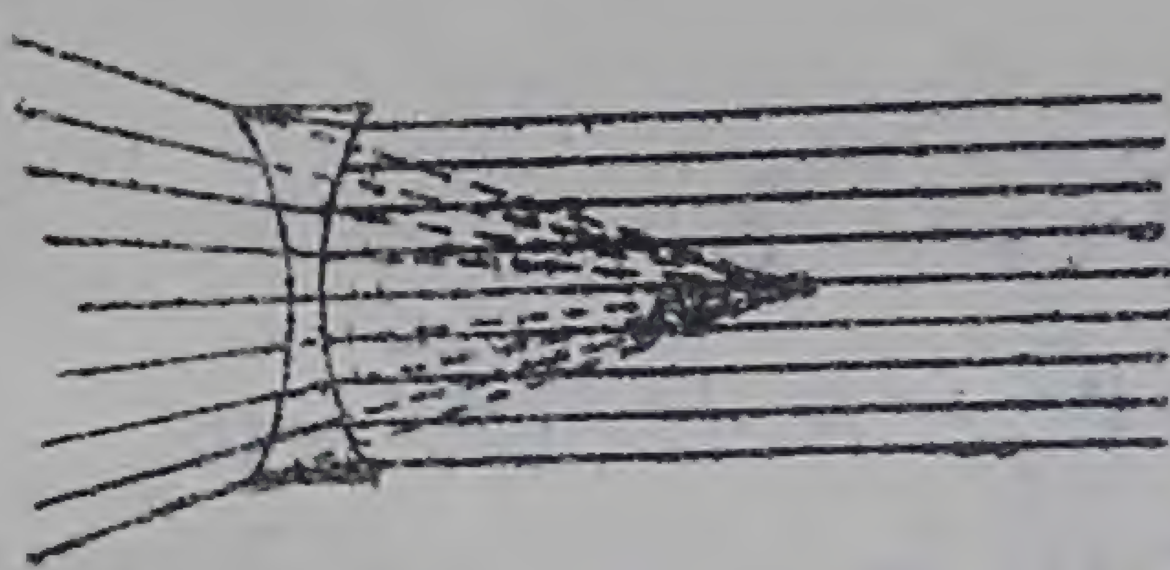
اِس مقدار کو عدسہ کا ماسکی طول کہتے ہیں جس کو عام طور پر م سے تعبیر کیا جاتا ہے۔ اگر مساوات (۸) کی بائیں جانب م کو درج کیا جائے تو پتلے عدسہ کی اساسی مساوات حسبِ ذیل ہو جاتی ہے:

$$\frac{1}{غ} - \frac{1}{ش} = \frac{1}{م}$$

اگر عدسہ محدب ہو تو لاتناہی پر کے ایک شخص کا خیال عدسہ کی دوسری جانب واقع ہوتا ہے اور حقیقی ہوتا ہے (شکل ۳۶)۔ اگر عدسہ مقعر ہو تو



شکل ۳۶



شکل ۳۷

خیال عدسہ کی اُسی جانب واقع ہوتا ہے جس جانب سے کہ واقع شعاعیں آتی ہیں اور یہ خیال مجازی ہوتا ہے۔ (شکل ۳۷)

مساوات:

$$\frac{1}{م} = (\text{مہ} - 1)\left(\frac{1}{ص_1} - \frac{1}{ص_2}\right)$$

سے م کی قیمت معلوم کرتے وقت $ص_1$ اور $ص_2$ کی علامتوں کا لحاظ ازبس

ضروری ہے۔ اگر عدسہ دوہرا محدّب یا دوہرا مقعر ہو تو اِس کی دونوں سطحوں کے مرکزِ انحنا عدسہ کی مخالف جانب واقع ہونگے اور بنا بریں ص۱ اور ص۲ کی علامتیں ایک دوسرے کی مخالف ہونگی۔ اِس امر کا انحصار کہ کونسی سطح مثبت ہے اور کونسی منفی ہے ایک تو اِس بات پر ہوتا ہے کہ آیا یہ عدسہ دوہرا محدّب ہے یا دوہرا مقعر اور نیز اِس بات پر بھی کہ عدسہ کی کونسی سطح صفحہ کے دائیں جانب واقع ہے، لیکن ہر صورت میں عددی قیمتیں درج کر دینے کے بعد دوسری قوس کے اندر کی دونوں رقمیں ایک ہی علامت کی ہونی چاہئیں۔ اگر عدسہ مقعر محدّب یا محدّب مقعر ہو تو ص۱ اور ص۲ کی علامتیں ایک ہی ہونگی اور عددی قیمتیں درج کر دینے کے بعد دوسری قوس کے اندر کی دونوں رقموں کی علامتیں مختلف ہوتی ہیں؛ یہ دونوں منحنی سطحیں ایک دوسرے کے اثر کی جزءاً تعدیل کر دیتی ہیں۔ اگر عدسہ مستوی محدّب یا مستوی مقعر ہو تو ص۱ یا ص۲ لامتناہی ہو جاتا ہے۔

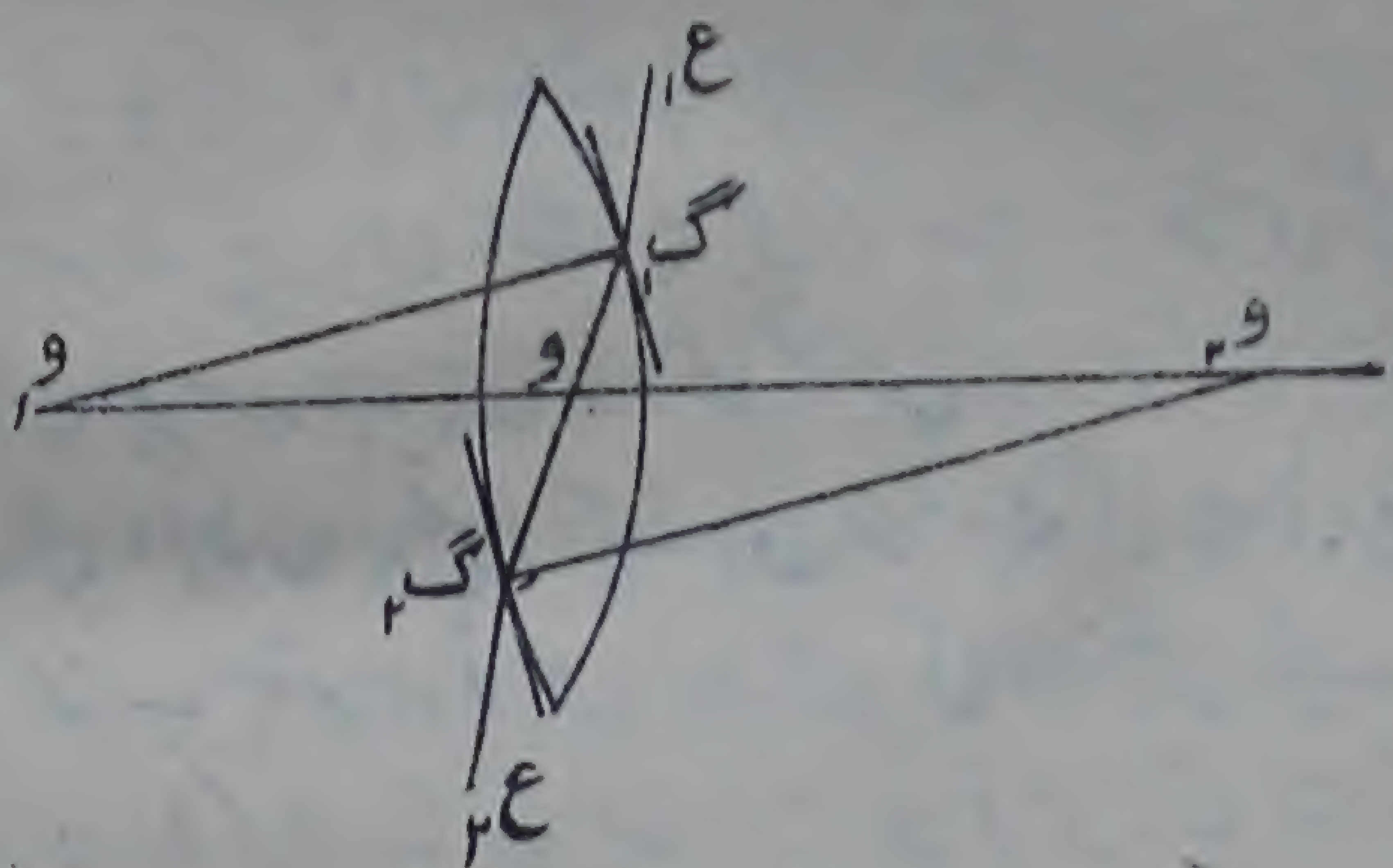
عدسہ کا مناظری مرکز:۔ اگر ایک شعاع کسی عدسہ میں سے منحرف ہوئے بغیر گزرے یعنی اگر اِس شعاع کی سمت عدسے میں سے خارج ہونے کے بعد متوازی ہو اِس کی اُس سمت کے جو وقوع سے پہلے پائی جائے تو عدسہ اِس شعاع پر محض متوازی پہلوؤں والی ایک سلّی کی طرح عمل کرنا چاہیے اور نقاط وقوع اور خروج پر کے مماسی مستوی باہم متوازی ہونے چاہئیں۔

فرض کرو کہ ع۱ گ۱ گ۲ ع۲ ایسی ایک غیر منحرف شعاع ہے۔ چنانچہ نصف قطر و۱گ۱ اور و۲گ۲ جو مماسی مستویوں پر عمود وار ہوتے ہیں باہم متوازی ہونے چاہییں۔ فرض کرو کہ گ۱ گ۲ عدسہ کے محور کو و پر قطع کرتا ہے۔

مثلثات و و۱گ۱ اور و و۲گ۲ متشابہ ہیں کیونکہ ∠ گ۱ و۱ و = ∠ گ۲ و۲ و (کیونکہ و۱گ۱ متوازی ہے و۲گ۲ سے) اور

$\angle$ وو گ$_1$ = $\angle$ وو گ$_2$ - پس و$_1$و : و و$_2$: : و گ$_1$: و گ$_2$

یا بالفاظ دیگر دونوں سطحوں کے مرکزوں کا درمیانی فاصلہ اِن کے نصف قطروں



شکل ۳۸

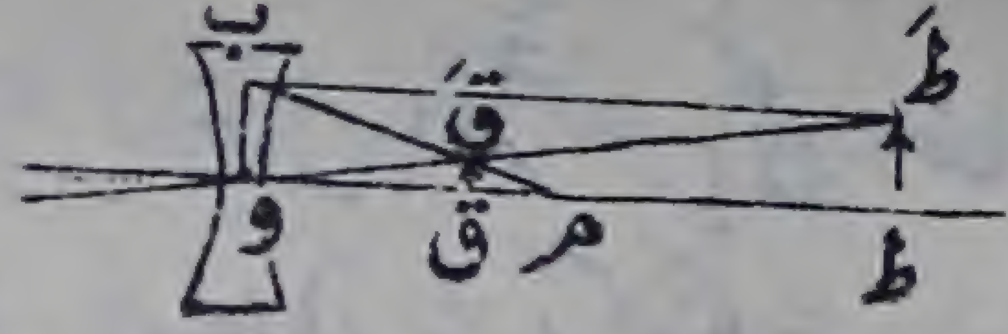
کی نسبت میں منقسم ہو جاتا ہے اور و ایک ثابت نقطہ ہوتا ہے - اِس لیے وہ تمام شعاعیں جو اِس عدسہ کی وجہ سے منحرف نہیں ہوتیں اِس کے محور پر کے ایک ثابت نقطہ میں سے گزرتی ہیں - یہ نقطہ عدسہ کا مناظری مرکز کہلاتا ہے -

بالعکس اِس کے، اگر کوئی شعاع مناظری مرکز میں سے گزرے تو یہ منحرف نہیں ہوتی کیونکہ اگر نقاط وقوع اور خروج سے نصف قطر کھینچے جائیں تو یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ یہ باہم متوازی ہوتے ہیں -

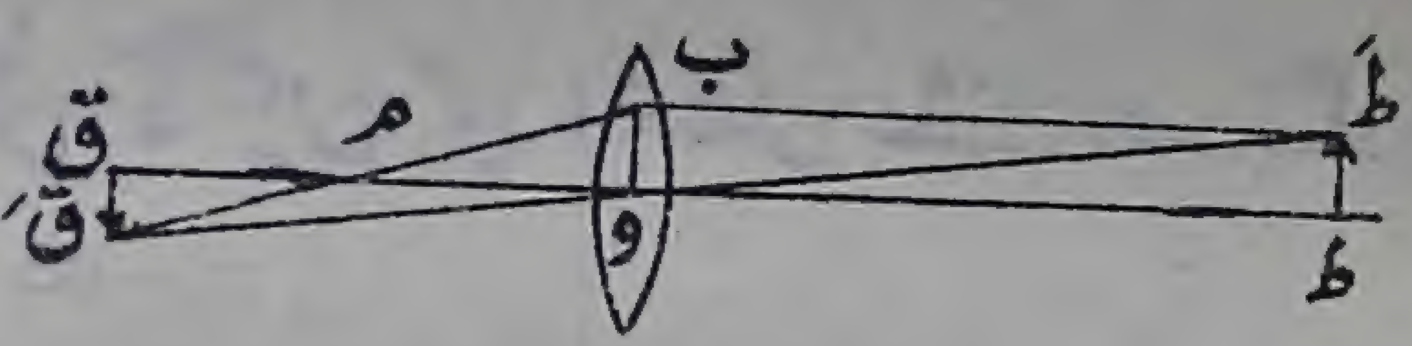
شکل ۳۸ میں وضاحت کی خاطر مبالغہ سے کام لیا گیا ہے - ع گ$_1$ جیسی مائل وضع میں واقع ہونے والی شعاعوں پر غور کرنے کی ضرورت کبھی پیش نہ آئیگی - جب عدسہ پتلا ہو تو ہم مناظری مرکز کو اور اُن دونوں نقطوں کو جن پر عدسہ کا محور اس کی سطحوں کو قطع کرتا ہے - باہم منطبق خیال کر سکتے ہیں -

خیال کے محل کی ترسیمی تعین :- اگر عدسہ کے ماسکہ

اور مناظری مرکز کے خواص مان لیے جائیں تو خیال کا محل ترسیمی طریقہ سے بآسانی معلوم کرلیا جا سکتا ہے۔ چنانچہ فرض کرو کہ ط طَ شخص کے نصف حصّہ کو تعبیر کرتا ہے۔ طَ سے ایک شعاع محور کے متوازی کھینچو جو عدسہ سے نقطہ ب پر آملے۔ عدسہ کی وجہ سے منعطف ہونے کے بعد یہ شعاع یا تو فی الحقیقت نقطہ ھ میں سے گزریگی (شکل ۳۹) یا نقطہ ھ میں سے گزرتی ہوئی معلوم ہوگی (شکل ۴۰)۔ طَ سے ایک اور شعاع کھینچو



شکل ۴۰



شکل ۳۹

جو عدسہ کے مناظری مرکز و میں سے گزرتی ہے۔ یہ بغیر انحراف کے گزر جائیگی۔ وہ نقطہ جہاں یہ دونوں شعاعیں ایک دوسرے کو قطع کرتی ہیں یعنی قَ، خیال ہوگا طَ کا اور محور پر کا عمود قَ ق خیال ہوگا طَ ط کا۔

تپلے عدسہ کے لیے اساسی مساوات اشکال ۳۹ اور ۴۰ سے بآسانی اخذ کی جا سکتی ہے۔ چنانچہ و ب = ط طَ اور بنا برین

$$\frac{\text{و ب}}{\text{ق قَ}} = \frac{\text{ط طَ}}{\text{ق قَ}}$$

۔ مثلثات ھ ق قَ اور ھ و ب اور نیز مثلثات و ق قَ اور و ط طَ باہم مشابہ ہیں۔ پس

$$\frac{\text{و ب}}{\text{ق قَ}} = \frac{\text{و ھ}}{\text{ق ھ}} \quad \text{اور} \quad \frac{\text{ط طَ}}{\text{ق قَ}} = \frac{\text{ط و}}{\text{ق و}}$$

لیکن اِن دونوں مساواتوں کی داہنی جانبین پہلے ہی سے مساوی

ہیں ۔ پس

$$\frac{\text{وم}}{\text{قم}} = \frac{\text{طو}}{\text{قو}} \quad \text{یا} \quad \frac{\text{م}}{\text{م} - \text{خ}} = \frac{-\text{ش}}{-\text{خ}}$$

جس سے خ م = ش م ۔ ش خ اور اِس ساری مساوات کو ش خ م سے تقسیم کر دینے پر :

$$\frac{1}{\text{خ}} - \frac{1}{\text{ش}} = \frac{1}{\text{م}}$$

خیال اور شخص کی اضافی قامتیں بھی اشکال ۳۹ء اور ۴۰ء سے حاصل ہو جاتی ہیں کیونکہ :

$$\frac{\text{ققَ}}{\text{ططَ}} = \frac{\text{وق}}{\text{وط}} = \frac{\text{خ}}{\text{ش}}$$

یعنی خیال اور شخص کے خطی ابعاد میں وہی نسبت پائی جاتی ہے جو عدسہ سے اِن کے فاصلوں میں ۔

عدسوں کے متعلق عددی سوالات حل کرتے وقت بہتر ہوگا کہ صرف مساوات

$$\frac{1}{\text{خ}} - \frac{1}{\text{ش}} = \frac{1}{\text{م}}$$

ہی پر اعتبار نہ کیا جائے بلکہ ترسیمی عمل سے بھی نتیجہ کی تصدیق کر لی جائے ۔

جیسے جیسے شخص کا محل بدلتا جاتا ہے ویسے ویسے ایک عدسہ سے بننے والے خیال کا محل اور اُس کی نوعیت میں تبدیلی ترسیمی عمل سے بآسانی معلوم کر لی جا سکتی ہے ۔ یہ نتائج ذیل کی جدولوں میں درج ہیں :-

محدّب عدسہ

شخص کا محل	خیال کا محل	خیال کی نوعیّت
لاتناہی پر	ماسکہ پر	حقیقی
∞ اور ش = -۲م کے درمیان	خ = م اور خ = ۲م کے درمیان	حقیقی، معکوس، مکستر
ش = -۲م پر	خ = ۲م پر	حقیقی، معکوس، اُسی قامت کا
ش = -۲م اور ش = -م کے درمیان	خ = ۲م اور خ = -∞ کے درمیان	حقیقی، معکوس، مکبّر
ش = -م پر	خ = -∞ پر	
ش = -م اور عدسہ کے درمیان	خ = +∞ اور عدسہ کے درمیان	مجازی، سیدھا، مکبّر

مقعر عدسہ

شخص کا محل	خیال کا محل	خیال کی نوعیّت
لاتناہی پر	ماسکہ پر	مجازی
∞ اور عدسہ کے درمیان	ماسکہ اور عدسہ کے درمیان	مجازی، سیدھا، مکستر

حل شدہ مثالیں

نوٹ :- ذیل کی مثالوں میں یہ مان لیا گیا ہے کہ روشنی داہنی جانب سے آرہی ہے۔

(۱) ایک مقعر آئینہ کا نصف قطر انحنا ۱۶ سم ہے۔ اگر اِس آئینہ سے

(۱) ۲۰ سمر (ب) ۶ سمر، کے فاصلہ پر ۵ سمر کی قامت کا ایک شخص رکھا ہو تو اس کے خیال کا محل، اس کی نوعیت اور قامت معلوم کرو۔

(۱) ضابطہ کی رو سے :

$$\frac{۲}{۱۶} = \frac{۱}{\text{خ}} + \frac{۱}{۲۰}$$

پس خ = $۱۳\frac{۱}{۳}$ سمر اور خیال حقیقی اور معکوس ہے۔ تکبیر $\frac{\text{خ}}{\text{ش}} = \frac{۲}{۳}$ اور اس لیے خیال کی قامت $۳\frac{۱}{۳}$ سمر ہوگی۔

(ب) اس صورت میں : (۳۰)

$$\frac{۲}{۱۶} = \frac{۱}{\text{خ}} + \frac{۱}{۶}$$

پس خ = - ۲۴ یعنی خیال آئینہ کے پیچھے، مجازی، اور سیدھا ہوتا ہے۔
تکبیر = $-\frac{۲۴}{۶}$ = - ۴، اور اس لیے خیال کی قامت ۲ سمر ہوگی۔

(۲) ایک محدب آئینہ کا نصف قطر انحنا ۱۶ سمر ہے۔ جب ۵ سمر کی قامت کا ایک شخص اس آئینہ سے ۲۰ سمر کے فاصلہ پر رکھا ہو تو خیال کا محل، اس کی نوعیت اور قامت معلوم کرو۔

اس صورت میں مرکز انحنا آئینہ کے پیچھے ہوتا ہے۔ اس لیے ص کی قیمت - ۱۶ لکھی جانی چاہیے۔ تب ضابطہ کی رُو سے :

$$-\frac{۲}{۱۶} = \frac{۱}{\text{خ}} + \frac{۱}{۲۰}$$

پس خ = $-۵\frac{۵}{۷}$ ۔ بنا بریں خیال آئینہ کے پیچھے، مجازی اور سیدھا ہوگا۔

تکبیر = $-\frac{۴۰}{۲۰ \times ۷} = -\frac{۲}{۷}$ اور اس لیے خیال کی قامت = $\frac{۱۰}{۷}$ سمر۔

(۳) ایک پتلے محدّب عدسہ کی دونوں سطحوں کے نصف قطر انحنا بالترتیب ۲۰ سمر اور ۴۰ سمر ہیں اور جس شیشہ کا یہ بنا ہوا ہے اُس کا انعطاف نما ۱٫۵ ہے ۔ اِس کے ماسکی طول کی عددی قیمت معلوم کرو جب کہ یہ عدسہ (ا) دوہرا محدّب ہو (ب) مقعر محدّب ہو۔

پہلی صورت میں

$$\frac{۱}{م} = (۱٫۵ - ۱)\left(\frac{۱}{۲۰} + \frac{۱}{۴۰}\right) \text{ یعنی } م = ۲۶\frac{۲}{۳} \text{ سمر}$$

اور دوسری صورت میں

$$\frac{۱}{م} = (۱٫۵ - ۱)\left(\frac{۱}{۲۰} - \frac{۱}{۴۰}\right) \text{ یعنی } م = ۸۰ \text{ سمر}$$

(۴) ایک محدّب عدسہ کا ماسکی طول ۴۰ سمر ہے۔ خیال کے محل معلوم کرو جبکہ شخص کے فاصلے عدسہ سے (ا) ۶۰ سمر (ب) ۳۰ سمر ہوں۔

اِس صورت میں م = - ۴۰ کیونکہ شعاعیں عدسہ کی منفی جانب ماسکہ میں آتی ہیں ۔ پس پہلی صورت میں :

$$\frac{۱}{خ} - \frac{۱}{۶۰} = -\frac{۱}{۴۰}$$

یعنی خ = - ۱۲۰ سمر اور خیال حقیقی ہے اور عدسہ کی جس جانب شخص ہے اُس کی مخالف جانب واقع ہوتا ہے۔ دوسری صورت میں :

$$\frac{۱}{خ} - \frac{۱}{۳۰} = -\frac{۱}{۴۰}$$

لہٰذا خ = + ۱۲۰ سمر۔ یعنی خیال مجازی اور عدسہ کی اُسی جانب واقع ہوتا ہے جس جانب کہ شخص ہے ۔

مثالیں

(۱) ایک مقعر آئینہ کا نصف قطر انحنا ۲۰ سمر ہے۔ شخص کے دو محل

معلوم کرو جن کے مماثل اِس کی تگنی قامت کا ایک حقیقی خیال اور اس کی دُگنی قامت کا ایک مجازی خیال حاصل ہو۔

(۲) ایک مقعر آئینہ کے سامنے ۵۰ سمر کے فاصلہ پر ایک گلدستہ اُلٹا لٹکایا ہوا ہے۔ اِس آئینہ کے سامنے ۱۰۰ سمر کے فاصلے پر ایک خالی گلدان رکھا ہوا ہے۔ اِس آئینہ کا نصف قطر انحنا کیا ہونا چاہیے کہ یہ گلدستہ آئینہ کی طرف دیکھنے والے ایک مشاہد کو گلدان میں نظر آئے؟

(۳) شیشہ کا ایک کرہ جس کا قطر ۶ انچ ہے، پانی سے بھرا ہوا ہے۔
(۲۱) اِس پانی کے اندر ایک نقطہ ایک قطر کے ایک سرے سے دوسرے سرے تک حرکت کرتا ہے۔ اگر ایک مشاہد اِس قطر کی سمت میں متحرک نقطہ کو دیکھ رہا ہو تو اِس کے خیال کے محل کی تبدیلیاں مرتسم کرو۔ شیشہ کی دبازت نظر انداز کر دی جا سکتی ہے۔

(۴) ایک محدّب آئینہ کا نصف قطر انحنا ۱۵ سمر ہے۔ شخص اِس آئینہ سے ایک میتر کے فاصلے پر واقع ہے اور اِس کی قامت ۵ سمر ہے۔ خیال کا محل اور اِس کی قامت معلوم کرو۔

(۵) شیشہ کے ۳ سمر قطر والے ایک کرہ میں ہوا کا ایک چھوٹا سا بلبلہ رہ گیا ہے جو ایک قطر کی سیدھ میں دیکھے جانے پر کرہ کی سطح سے ایک سمر کے فاصلہ پر معلوم ہوتا ہے۔ اگر اِس شیشہ کا انعطاف نما ۱۵۲ ہو تو بلبلہ کا صحیح محل دریافت کرو۔

(۶) ۲۰ سمر ماسکی طول والے ایک محدّب عدسہ سے ۵ میتر کے فاصلہ پر عدسہ کے محور پر ایک گیس لیمپ رکھا ہے جس کے مینٹل کی بلندی ۸ سمر ہے۔ خیال کا محل دریافت کرو۔ اگر اس لیمپ کو اِس کے اصلی محل سے ۵۰ سمر اُوپر اٹھایا جائے تو خیال کے محل میں کیا تبدیلی واقع ہوگی؟

(۷) ایک دیے ہوئے عدسہ سے شخص کے فاصلہ اور اِس کے حقیقی خیال کی تکبیر کے مابین رشتہ ظاہر کرنے والے منحنی کی شکل کو تجربہ سے معلوم کرو۔

(۸) ایک لیمپ کا چار گنا مکبّر خیال اِس لیمپ سے ۴ میتر کے فاصلہ پر

رکھے ہوئے ایک پردہ پر حاصل کرنا مقصود ہے۔ اِس کے لیے کس ماسکی طول کا عدسہ درکار ہوگا؟

(۹) ۱۲ سمر کے ماسکی طول والا ایک عدسہ جو انعطاف نما ۱٫۵۲ والے شیشہ کا بنا ہوا ہے پانی میں ڈبو دیا گیا ہے۔ اِس کا ماسکی طول کیا ہو جائیگا؟

(۱۰) ماسکی طول م کا ایک محدّب عدسہ تکبیرت والا ایک حقیقی خیال پیدا کرتا ہے۔ ثابت کرو کہ عدسہ سے شخص کا فاصلہ $\frac{(ت + ۱) م}{ت}$ ہونا چاہیے۔

(۱۱) ایک محدّب عدسہ کی مدد سے ایک پردہ پر قامت ا کا ایک خیال بنتا ہے۔ شخص اور پردے کے محلوں کو بدلے بغیر عدسہ کو پردے کی طرف حرکت دینے پر یہ دیکھا جاتا ہے کہ عدسہ کا ایک دوسرا محل بھی ایسا ہے جس کے مماثل پردہ پر ایک واضح خیال حاصل ہوتا ہے۔ اگر اِس صورت میں خیال کی قامت ب ہو تو ثابت کرو کہ شخص کی قامت $\sqrt{ا ب}$ ہے۔

(۱۲) ثابت کرو کہ کسی محدّب عدسہ کی صورت میں دو حقیقی مزدوج نقطوں کا درمیانی فاصلہ اِس کے ماسکی طول کے چار گنے سے کم نہیں ہو سکتا۔

(۱۳) ایک دوہرے محدّب عدسہ کے نصف قطر انحنا ۳۰ اور ۲۰ سمر ہیں اور یہ ایسے شیشہ کا بنا ہوا ہے جس کا انعطاف نما ۱٫۵۲ ہے۔ اِس کا ماسکی طول محسوب کرو۔ اگر یہ عدسہ ان ہی انحنائی نصف قطروں والا ایک محدّب ہلالی عدسہ ہوتا تو اِس کا ماسکی طول کیا ہوتا؟

(۱۴) اگر ایک مستوی آئینہ کو جس پر نور کی شعاعوں کی ایک پنسل واقع ہے وقوعی مستوی کے ایک علی القوایم محور کے گرد کسی زاویہ میں گھمایا جائے تو منعکس شعاع اِس زاویہ کے دگنے زاویہ میں منحرف ہو جاتی ہے۔

بنا بریں ثابت کرو کہ جب ایک مستوی موج کسی کروی سطح پر منعکس ہوتی ہے تو منعکس موج کا انحنا اِس کروی سطح کے انحنا کا دوگنا ہوتا ہے۔

(۱۵) اگر ہم اپنی آنکھ کے سامنے ایک عدسہ رکھ کر اِس کو ایک جانب حرکت دیں تو ثابت کرو کہ عدسہ مقعر ہونے کی صورت میں اِس میں سے

دکھائی دینے والے شخص عدسہ ہی کی سمت میں حرکت کرتے نظر آئینگے، لیکن اگر عدسہ محدّب ہو تو یہ شخص عدسہ کی مخالف سمت میں حرکت کرتے نظر آئینگے۔

(۱۶) و ا اور و ب دو علی القوایم خطوط مستقیم ہیں۔ و ا میں ایک نقطہ ج اور و ب میں ایک نقطہ د اس طرح لیے جاتے ہیں کہ و ج = و د = م۔ نقاط د اور ج سے و ا اور و ب کے متوازی دو خطوطِ مستقیم کھینچے جاتے ہیں جو ایک دوسرے سے ع پر ملتے ہیں۔ نقطہ ع میں سے گزرنے والا ایک خطِ مستقیم کھینچا جاتا ہے جو و ا اور و ب کو نقاط ط اور ق پر قطع کرتا ہے۔ ثابت کرو کہ اگر و ط ماسکی طول م والے ایک محدّب عدسہ کے لیے شخص کے فاصلہ کو تعبیر کرے تو و ق خیال کے فاصلہ کو تعبیر کرتا ہے۔

ثابت کرو کہ اگر نقاط ج اور د کو بالترتیب و ا اور و ب ممدودہ میں لیے جائیں تو یہی ہندسی عمل مقعر عدسہ کی صورت پر بھی صادق آتا ہے۔

(۱۷) ایک پتلے عدسہ کا ماسکی طول، بہت دور کے ایک لیمپ کو شخص کے طور پر استعمال کرکے، عدسہ سے خیال کا فاصلہ ناپ لینے پر، (۳۲)
۲۵ سمر پایا گیا ہے۔ یہ لیمپ کتنے فاصلے پر ہونا چاہیے کہ یہ نتیجہ ۳ فی صدی تک صحیح ہو؟

(۱۸) شعاعوں کا ایک نظام ایسا ہے کہ یہ سب کے سب ایک دی ہوئی سطح کو علی القوائمᵃ قطع کرتی ہیں۔ ایک کروی آئینہ پر ایک شعاع کو ایک ایسے نقطہ پر قطع کرتا ہے کہ علی القوائم سطح سے اور ایک ثابت نقطہ سے اِس نقطہ کے فاصلوں کا حاصل جمع یا فرق مستقل رہے۔ ثابت کرو کہ یہ آئینہ شعاعوں کے نظام کو ثابت نقطہ مذکور پر سے ماسکہ کی طرف منعکس کر دیتا ہے۔

ᵃ Orthogonally

(۱۹) ایک محدب عدسہ اور ایک مقعر عدسہ، جن میں سے ہر ایک کا ماسکی طول ۲۰ سمر ہے، ہم محور طور پر ۶ سمر کے فصل پر رکھے ہوئے ہیں۔ اگر شئے (ا) محدب عدسہ کے آگے (ب) مقعر عدسہ کے آگے، ۳۰ سمر کے فاصلہ پر واقع ہو تو خیال کا محل دریافت کرو۔

تیسرا باب

موٹے عدسے اور عدسوں کے نظام

پتلے عدسوں کی صورت میں ان کے ماسکی طول کے علم سے ہم خیال (۳۳)
کا فاصلہ محسوب کر سکتے ہیں جب کہ شخص کا فاصلہ معلوم ہو۔ اِس بات کو کوئی اہمیت نہیں کہ ان فاصلوں کو عدسہ میں کے کس نقطہ سے ناپے جاتے ہیں۔ لیکن اگر عدسہ موٹا ہو یا کسی عکسیالہ کا دہانہ ہو جو عموماً چار یا چھ جداگانہ عدسوں پر مشتمل ہوتا ہے تو شخص اور خیال کے فاصلوں کی بہت ہی مختلف قیمتیں حاصل ہونگی بلحاظ اِس کے کہ یہ فاصلے عدسے کے سامنے کی سطح سے ناپے جائیں یا اُس کی پچھلی سطح سے۔ چنانچہ سوال یہ پیدا ہوتا ہے کہ آیا کوئی نقطے ایسے ہیں جن سے یہ فاصلے ناپے جانے پر مطابق نتائج حاصل ہوتے ہیں یا یہ کہ ہمیں واحد سطحوں پر فرداً فرداً غور کرنا ہوگا۔

گاؤس؎ نے کوئی ستر سال پہلے ثابت کیا تھا کہ ہمیں اِن واحد سطحوں پر علحدہ علحدہ غور کرنے کی ضرورت نہیں ہے بلکہ ہم ایک مرکب عدسہ پر مجموعی حیثیت سے غور کر سکتے ہیں اور اگر شخص اور خیال کے فاصلے دو نظری مستویوں سے جو اِس عدسہ کے اعتبار سے ثابت ہوتے ہیں ناپے جائیں تو اِس سے بھی پتلے عدسوں کا معمولی ضابطہ متعلق کیا جا سکتا ہے۔ جب عدسہ کی

؎ Gauss

دونوں جانب واسطہ ایک ہی ہو تو اِن مستویوں کو **معادل مستوی** کہتے ہیں، جب یہ واسطہ مختلف ہو تو یہ **صدر مستوی** کہلاتے ہیں۔ شخص سے آنے والی شعاعیں ایک معادل مستوی تک متسع ہوتی ہیں اور پھر دوسرے معادل مستوی سے خیال تک مستدق ہوتی ہیں اور مزدوج شعاعیں اِن معادل مستویوں کو محور سے ایک ہی فاصلے پر قطع کرتی ہیں۔

ایک ایسا پتلا عدسہ معلوم کرنا ہمیشہ ممکن ہے جو ایک دیے ہوئے شخص کا خیال اُسی مقام پر اور اُسی قامت کا پیدا کرے جو کہ ایک عدسئ نظام کے پیدا کردہ خیال کا محل اور اِس کی قامت ہوتی ہے۔ کیونکہ اِس کے معنے صرف یہ ہیں کہ مساواتوں

$$\frac{1}{خ} - \frac{1}{ش} = \frac{1}{م} \text{، } ت = \frac{خ}{ش} \text{، } ف = ش - خ$$

کو حل کیا جائے جبکہ ف اور ت دیے گئے ہوں۔ لیکن یہ تعادل صرف دیے ہوئے دو مزدوج نقطوں ہی پر صادق آئیگی۔ دیگر شخصوں کے وہ خیال جو مذکورۂ بالا دونوں عدسوں سے حاصل ہوں نہ تو محل ہی میں منطبق ہونگے نہ قدر میں۔ پس یہ ناممکن ہے کہ ایک واحد عدسہ ایسا معلوم کیا جائے جو کسی ایک مقام پر رکھا رہنے پر اُسی طرح عمل کرے جس طرح کہ عدسوں کا ایک نظام عمل کرتا ہے۔

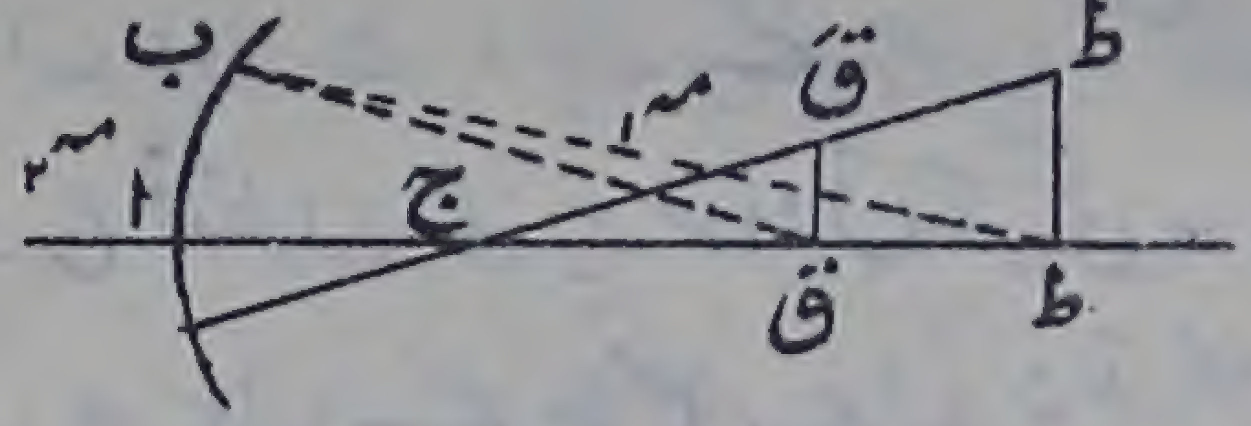
لیکن اگر ہم ایک خاص ماسکی طول کا ایک پتلا عدسہ لے کر اِس کو پہلے معادل مستوی پر نور کی شعاعیں حاصل کرنے کے لیے رکھ دیں اور پھر اِس کو فوراً دوسرے معادل مستوی پر پہنچا دیں تاکہ یہ اپنی حاصل کردہ شعاعوں کو بری کرے تو یہ عدسہ ٹھیک اُسی طرح عمل کریگا جس طرح کہ ایک مرکب عدسہ۔

(۴۴) یہ بلاشبہ اِس مسئلہ کو سمجھانے کا ایک نہایت ہی عام فہم طریقہ ہے لیکن یہ ابتدائی تصورات کے پیش کرنے کے کام آئیگا۔

باب ہذا میں تمام مسائل کی بحث مزدوج مستویوں کی خاصیت پر اور هلم هولٹز کے کلیہ تکبیر پر منحصر کی گئی ہے۔ اِس طریقہ سے عام صورت میں

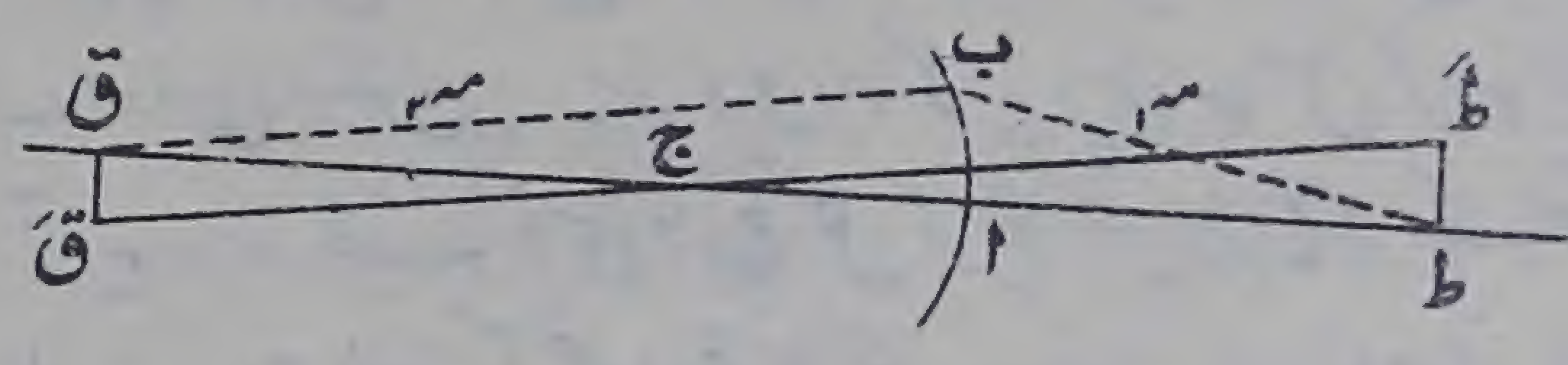
اساسی نقطوں[a] کے محل محسوب نہیں کیے جا سکتے لیکن یہ طریقہ دیگر طریقوں سے بہت زیادہ آسان ہے اور اس کے ساتھ ساتھ یہ صحت کا بھی پورا پورا پابند ہے۔ ممکن ہے کہ اس نظریہ سے آج کل عدم واقفیت کی وجہ دیگر طریقوں کی تحلیلی نوعیت ہی ہو۔

ہلم ہولٹز کا کُلّیہ :- فرض کرو کہ ق قَ خیال ہے ط طَ کا جو ایک انعطاف انگیز سطح کی وجہ سے بنتا ہے (اشکال ۴۱، ۴۲، ۴۳۔ مقابلہ کے لیے دیکھو اشکال ۳۲، ۳۳، ۳۴)۔ فرض کرو کہ ط ب نقطہ ط سے گزرنے والی کوئی شعاع ہے جو محور سے ایک چھوٹا سا زاویہ بناتی ہے اور فرض کرو کہ ب ق انعطاف کے بعد یا تو وہی شعاع ہے یا اس کی سمت



شکل ۴۱

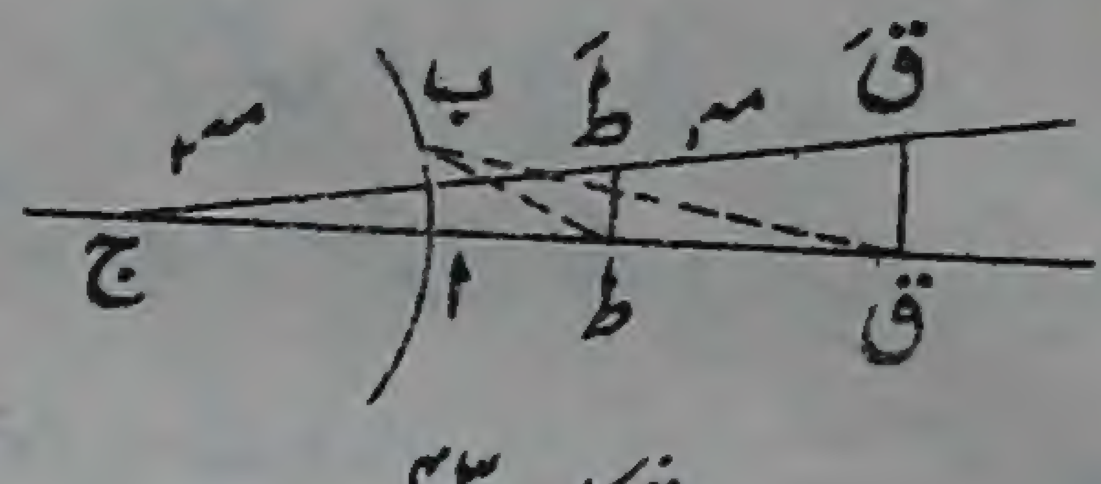
ہے جب کہ اس کو پیچھے کی طرف بڑھایا جائے۔ فرض کرو کہ $م_1$ = ططَ ، $م_2$ = ققَ اور $ع_1$ اور $ع_2$ وہ زاویے ہیں جو ط ب اور ق ب



شکل ۴۲

بالترتیب عدسے کے محور کی مثبت سمت کے ساتھ بناتے ہیں۔ ہم مان لینگے کہ $م_1$ اور $م_2$ نقاط طَ اور قَ کے محدّد ہیں۔ یہ محدّد مثبت ہونگے اگر نقاطِ

مذکورہ محور کے اُوپر واقع ہوں اور منفی جبکہ یہ نقاط محور کے نیچے



شکل ۲۳

واقع ہوں۔ بنا بریں :

$$\frac{\text{ما}_1\,\text{مس عہ}_1}{\text{ما}_2\,\text{مس عہ}_2} = \frac{\text{طط}'\cdot\frac{\text{اب}}{\text{اط}}}{\text{قق}'\cdot\frac{\text{اب}}{\text{اق}}} = \frac{\text{طج}}{\text{قج}}\cdot\frac{\text{اق}}{\text{اط}} = \frac{(\text{ص}-\text{ش})\,\text{خ}}{(\text{ص}-\text{خ})\,\text{ش}} \quad \ldots (9)$$

لیکن
$$\frac{\text{مہ}_2}{\text{خ}} - \frac{\text{مہ}_1}{\text{ش}} = \frac{\text{مہ}_2 - \text{مہ}_1}{\text{ص}}$$

یعنی $\text{مہ}_2\left(\frac{1}{\text{خ}} - \frac{1}{\text{ص}}\right) = \text{مہ}_1\left(\frac{1}{\text{ش}} - \frac{1}{\text{ص}}\right)$ یا $\text{مہ}_2\,\text{ش}(\text{ص}-\text{خ}) = \text{مہ}_1\,\text{خ}(\text{ص}-\text{ش})$ (۳۵)

پس مساوات (۹) میں اندراج سے ہمیں حاصل ہوگا :

$$\frac{\text{ما}_1\,\text{مس عہ}_1}{\text{ما}_2\,\text{مس عہ}_2} = \frac{\text{مہ}_2}{\text{مہ}_1}.$$

یا
$$\text{مہ}_1\,\text{ما}_1\,\text{مس عہ}_1 = \text{مہ}_2\,\text{ما}_2\,\text{مس عہ}_2 \quad \ldots\ldots\ldots (10)$$

یہ ضابطہ سب سے پہلے لیگرینج[۵] نے پیش کیا تھا۔ مزدوج نقاط ط اور ق کے لیے نسبت $\frac{\text{ما}_2}{\text{ما}_1}$ خطی تکبیر اور نسبت $\frac{\text{مس عہ}_2}{\text{مس عہ}_1}$ زاویئی تکبیر کہلاتی ہے۔

۵ Lagrange

اِسی طرح یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ کسی کروی آئینہ پر انعکاس کی صورت میں

ما$_{1}$ مس عہ$_{1}$ = ما$_{2}$ مس عہ$_{2}$

اب فرض کرو کہ دو واسطوں کے درمیان ایک کروی انعطاف انگیز سطح کی بجائے ن واسطوں کے درمیان ن - ۱ ہم محور انعطاف انگیز سطوح ہیں اور یہ کہ پہلے واسطہ کا انعطاف نما مہ$_{1}$، دوسرے واسطہ کا انعطاف نما مہ$_{2}$ اور علیٰ ہذا ن ویں واسطہ کا انعطاف نما مہ$_{ن}$ ہے۔ فرض کرو کہ ایک چھوٹا سا شخص جس کے خطی ابعاد محور کے علی القوایم ما$_{1}$ ہیں پہلے واسطہ میں محور پر رکھا ہوا ہے اور فرض کرو کہ اِس سے کھینچی ہوئی کوئی شعاع محور کے ساتھ زاویہ عہ$_{1}$ بناتی ہے۔ پہلی سطح پر منعطف ہونے کے بعد یہ شعاع محور کے ساتھ زاویہ عہ$_{2}$ بنائیگی اور خطی ابعاد ما$_{2}$ والے ایک خیال سے متشع ہوتی معلوم ہوگی۔ اِسی طرح دوسری سطح پر منعطف ہونے کے بعد یہ شعاع محور کے ساتھ زاویہ عہ$_{3}$ بناتی ہے اور خطی ابعاد ما$_{3}$ کے ایک خیال سے متشع ہوتی معلوم ہوتی ہے۔ پس مساوات (۱۰) کے اطلاق سے ہمیں حاصل ہوگا:-

مہ$_{1}$ ما$_{1}$ مس عہ$_{1}$ = مہ$_{2}$ ما$_{2}$ مس عہ$_{2}$

مہ$_{2}$ ما$_{2}$ مس عہ$_{2}$ = مہ$_{3}$ ما$_{3}$ مس عہ$_{3}$

....

مہ$_{ن-1}$ ما$_{ن-1}$ مس عہ$_{ن-1}$ = مہ$_{ن}$ ما$_{ن}$ مس عہ$_{ن}$

یا درمیانی جملوں کو ترک کر دینے پر:

مہ$_{1}$ ما$_{1}$ مس عہ$_{1}$ = مہ$_{ن}$ ما$_{ن}$ مس عہ$_{ن}$ .... (۱۱)

سطحوں کے کسی نظام کے لیے یہ مساوات سب سے پہلے ہلم ہولٹز نے پیش کی تھی۔

ماسکی مستوی:- فرض کرو کہ ہمارے ہاں ہم محور کروی انعطاف انگیز سطحوں کا کوئی نظام ہے جس کے محور پر کے ایک نقطہ ظ پر ایک چھوٹا سا مستوی ٹکڑا رکھا ہوا ہے اور یہ کہ اِس ٹکڑے کا آخری خیال نظام زیر غور کی وجہ سے نقطہ ق پر بنتا ہے۔ محور پر کے کسی نقطہ کو مبداء مان لو اور فرض کرو کہ اِس مبداء کے اعتبار سے ظ اور ق کے محدد بالترتیب لا₁ اور لا₂ ہیں۔ ہمیں درمیانی خیالوں پر غور کرنے کی ضرورت پیش نہ آئیگی اور اِس لیے ہم لاحقہ عدد ۲ کو آخری خیال سے منسوب کرسکتے ہیں۔ بنا بریں :

$$ا\,لا_1لا_2 + ب\,لا_1 + ج\,لا_2 + د = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

جہاں ا، ب، ج اور د مستقلات ہیں جو سطحوں کے محلوں اور انحناؤں پر اور مختلف واسطوں کے انعطاف نماؤں پر منحصر ہوتے ہیں۔ یہ مساوات صرف اِس امر کو ظاہر کرتی ہے کہ شخص کے ہر محل کے جواب میں آخری خیال کا ایک اور صرف ایک محل ہوتا ہے۔ یہی امر ہم واحد انعطافوں پر علٰحدہ علٰحدہ غور کرکے بھی ثابت کرسکتے ہیں، اور اس امر کو بیان کرنے کا یہی ایک عام ترین طریقہ (۳۶)
ہے جیساکہ مزید رقموں کے جمع کرنے کی کوشش پر واضح ہو جائیگا۔

اب ایک واحد انعطاف کی صورت میں :

$$\frac{مہ_2}{خ} - \frac{مہ_1}{ش} = \frac{مہ_2 - مہ_1}{ص}$$

اِس کو بلحاظ ش کے تفرقانے پر ہمیں حاصل ہوگا :

$$-\frac{مہ_2}{خ^2}\cdot\frac{فرخ}{فرش} + \frac{مہ_1}{ش^2} = 0$$

یا

$$\frac{فرخ}{فرش} = \frac{مہ_1 خ^2}{مہ_2 ش^2}$$

اور یہ ہمیشہ مثبت ہوتا ہے۔ پس اگر شخص کو محور پر ہٹایا جائے تو خیال بھی محور پر اسی سمت میں ہٹتا جائیگا۔ چونکہ یہی بات تمام درمیانی انعطافوں پر صادق آتی ہے اس لیے اس کو اس نظام کی وجہ سے بننے والے آخری خیال پر بھی صادق آنا چاہیے۔

جملہ (١٢) کو لا₁ کے لحاظ سے تفرقانے پر:

$$\text{ا}\,\text{لا}_2 + \text{ا}\,\text{لا}_1 \frac{\text{فرلا}_2}{\text{فرلا}_1} + \text{ب} + \text{ج}\,\frac{\text{فرلا}_2}{\text{فرلا}_1} = ٠$$

اور

$$\frac{\text{فرلا}_2}{\text{فرلا}_1} = -\frac{\text{ا}\,\text{لا}_2 + \text{ب}}{\text{ا}\,\text{لا}_1 + \text{ج}}$$

$$= \frac{\text{ا}\,\dfrac{\text{ب}\,\text{لا}_1 + \text{د}}{\text{ا}\,\text{لا}_1 + \text{ج}} - \text{ب}}{\text{ا}\,\text{لا}_1 + \text{ج}} = -\frac{(\text{ب}\,\text{ج} - \text{ا}\,\text{د})}{(\text{ا}\,\text{لا}_1 + \text{ج})^2}$$

چونکہ یہ لازماً مثبت ہوگا اور نسب نما مربع ہونے کی وجہ سے ہمیشہ مثبت ہوتا ہے اس لیے ب ج − ا د منفی ہوتا ہے۔

فرض کرو کہ ا صفر نہیں ہے۔ چنانچہ جملہ (١٢) کو ذیل کی شکل میں لکھا جا سکیگا:

$$\text{لا}_1\text{لا}_2 + \frac{\text{ب}}{\text{ا}}\text{لا}_1 + \frac{\text{ج}}{\text{ا}}\text{لا}_2 + \frac{\text{ب}\,\text{ج}}{\text{ا}^2} = \frac{\text{ب}\,\text{ج}}{\text{ا}^2} - \frac{\text{د}}{\text{ا}}$$

یا

$$(\text{لا}_1 - \text{گ}_1)(\text{لا}_2 - \text{گ}_2) = -\text{جہ}^2$$

جہاں $\text{گ}_1 = -\frac{\text{ج}}{\text{ا}}$ ، $\text{گ}_2 = -\frac{\text{ب}}{\text{ا}}$ اور $-\text{جہ}^2 = \frac{\text{ب}\,\text{ج} - \text{ا}\,\text{د}}{\text{ا}^2}$ کیونکہ یہ جملہ لازماً منفی ہوتا ہے۔

وہ خطہ جس میں شخص کے تمام ممکنہ محل واقع ہوتے ہیں خطۂ شخص

کہلاتا ہے اور وہ خطہ جس میں خیال کے تمام ممکنہ محل واقع ہوتے ہیں خطۂ خیال کہلاتا ہے۔ شخص اور خیال کے یہ خطے بلاشبہ جزاً منطبق ہو سکتے ہیں۔

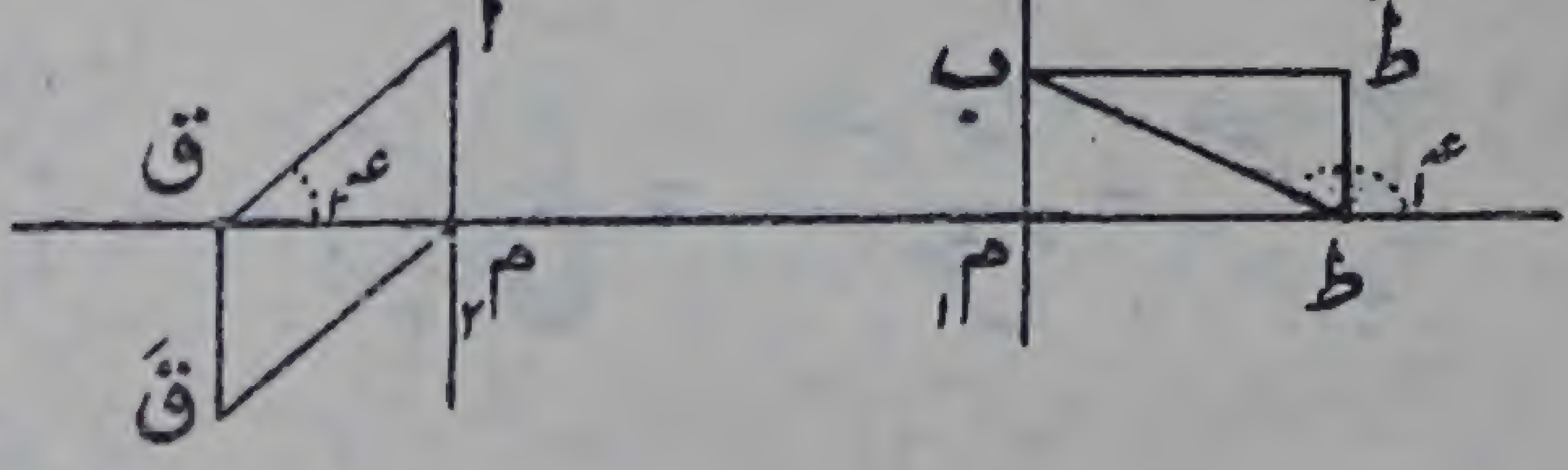
اگر شخص ط لامتناہی پر ہو تو لا۱ لامتناہی ہوگا اور لا۲ ۔ گ۲ صفر کے مساوی ہونا چاہیے یعنی خیال مستوی لا۲ = گ۲ پر واقع ہوتا ہے۔ یہ مستوی خطۂ خیال کا ماسکی مستوی کہلاتا ہے۔ اسی طرح اگر خیال لامتناہی پر ہو تو شخص مستوی لا۱ = گ۱ پر واقع ہوتا ہے اور یہ خطۂ شخص کا ماسکی مستوی کہلاتا ہے۔

صدر مستوی۔ عقدی نقطے۔ کسی نظام کے ماسکی طول

ماسکی طول:۔ فرض کرو کہ شخص اور خیال کے فاصلے ماسکی مستویوں سے ش اور خ ہیں۔ چنانچہ:

ش = لا۱ ۔ گ۱ ، خ = لا۲ ۔ گ۲

فرض کرو کہ ط طَ طول ا۱ والا ایک خطی شخص ہے، ق قَ طول ا۲ والا خیال ہے، ط ق اس نظام کا محور ہے، ب م۱ اور ا م۲ وہ خطوط ہیں جن میں خطۂ شخص اور خطۂ خیال کے ماسکی مستوی شکل کے مستوی کو قطع کرتے ہیں۔ (۳۷)



شکل ۴۴

ط م۱ کے متوازی طَ ب کھینچو۔ چونکہ طَ ب خطۂ شخص میں محور کے متوازی ہے اس لیے یہ نظام میں سے گزرنے کے بعد خطۂ خیال کے ماسکی مستوی کو

م_2 پر قطع کرنا چاہیے۔ اِس کو قَ میں سے بھی گزرنا چاہیے کیونکہ نقطہ قَ خیال ہے نقطہ طَ کا۔ بنا بریں م_2 قَ، خیال ہوگا شعاع طَ ب کا اِس کے نظام میں سے انعطاف کے بعد، یا بالفاظ دیگر شعاع م_2 قَ مزدوج ہوگا شعاع طَ ب کا۔

ق ا، قَ م_2 کے متوازی کھینچو۔ خطۃً شخص میں ق ا کی مزدوج شعاع کو ق کے مزدوج نقطہ طَ میں سے گزرنا چاہیے۔ نیز یہ ب م_1 کو اُسی نقطہ پر قطع کرنا چاہیے جس نقطہ پر کہ ق م_2 کی مزدوج شعاع یعنی ب طَ قطع کرتی ہے۔ اِس لیے یہ ب طَ ہونا چاہیے۔

اب ہم اِس مسئلہ سے ہلمہولٹز کا کلیہ متعلق کر سکتے ہیں۔ چنانچہ

$\text{م}_1\text{ط} = \text{ش}$، $\text{م}_2\text{قَ} = \text{خَ}$، $\text{مس ع}_1 = -\frac{\text{م}_1\text{ب}}{\text{م}_1\text{ط}} = -\frac{\text{ما}_1}{\text{ش}}$،

$\text{مس ع}_2 = \frac{\text{م}_2\text{ا}}{\text{قَ م}_2} = \frac{\text{ما}_2}{\text{خَ}}$ فرض کرو کہ جس واسطہ میں شخص واقع ہے اُس کا انعطاف نما مہ_1 اور جس واسطہ میں خیال واقع ہے اُس کا انعطاف نما مہ_2 ہے۔ بنا بریں:

$$-\frac{\text{مہ}_1\text{ما}_1}{\text{ش}} = \frac{\text{مہ}_2\text{ما}_2}{\text{خَ}}$$

یا
$$\frac{\text{ما}_2}{\text{ما}_1} = -\frac{\text{مہ}_1\text{خَ}}{\text{مہ}_2\text{ش}} = \frac{\text{مہ}_1\text{جہ}^2}{\text{مہ}_2\text{ش}^2} = \frac{\text{مہ}_1\text{خَ}^2}{\text{مہ}_2\text{جہ}^2} \quad \ldots\ldots\ldots (۱۳)$$

کیونکہ $\text{ش خَ} = -\text{جہ}^2$

اگر خطی تکبیر اکائی ہو تو $\text{ما}_2 = \text{ما}_1$ اور ضابطہ (۱۳) میں اندراج سے:

$$\left.\begin{aligned} ش^2 &= \frac{س_1}{س_2}\, ج^2 = م_1^2 \\ خ^2 &= \frac{س_2}{س_1}\, ج^2 = م_2^2 \end{aligned}\right\} \quad \text{.............. (۱۴)}$$

اِن مساواتوں سے $م_1^2$ اور $م_2^2$ کی تعریفیں اخذ کی جا سکتی ہیں۔ چنانچہ مساواتوں (۱۴) کے جذر لینے سے ہمیں حاصل ہوگا $ش = \pm م_1$ اور $خ = \pm م_2$ یعنی شخص کے دو محل اور خیال کے دو محل ہونگے۔ اگر ہم مساوات (۱۳) میں $ہا_1 = ہا_2$ لکھے ہوتے تو بھی ہمیں یہی نتیجہ حاصل ہوتا۔ ظاہر ہے کہ مزدوج نقطوں کے ایک جوڑے سے تکبیر مثبت اکائی حاصل ہوتی ہے اور دوسرے جوڑے سے منفی اکائی۔ اِس امر کا انحصار کہ تکبیر کس جوڑے سے مثبت اکائی حاصل ہوتی ہے اور کس جوڑے سے منفی، $م_1$ اور $م_2$ کی مطلق علامتوں پر ہوتا ہے اور یہ ایسی مقداریں ہیں جن کے صرف مربعوں کی تعریفیں اب تک کی جا چکی ہیں۔

(۳۸) جن نقطوں کے جوڑے سے تکبیر مثبت اکائی حاصل ہوتی ہے اُن کو **صدر نقاط** کہتے ہیں۔ دوسرے جوڑے کے نقاط کو **ضد صدر نقاط** کہتے ہیں۔ وہ مستوی جو صدر نقاط میں سے گزرتے ہیں اور محور پر عمود وار ہوتے ہیں **صدر مستوی** کہلاتے ہیں۔ یہ مستوی ایسے ہوتے ہیں کہ اگر کوئی شعاع اِن میں سے ایک کو محور سے ایک خاص فاصلہ پر قطع کرے تو اِس شعاع کی مزدوج شعاع دوسرے مستوی کو محور سے اُسی فاصلہ پر قطع کرتی ہے۔

اب فرض کرو ہم $م_1$ اور $م_2$ کی مطلق قیمتیں اِس طرح تعین کرتے ہیں کہ شخص اور خیال کے خِطوں کے ماسکی مستوی بالترتیب ذیل کی مساواتوں سے حاصل ہوتی ہیں:

$$ش = -م_1 \quad \text{اور} \quad خ = -م_2$$

بنا بریں چونکہ

$$ش\, خ = -ج^2 \quad \text{اِس لیے} \quad م_1 م_2 = -ج^2$$

اور مساوات (۱۴) میں ج^2 کی یہ قیمت درج کرنے پر ہمیں حاصل ہوگا

$$\text{مہ}_2 \text{م}_1 = -\text{مہ}_1 \text{م}_2$$

فرض کرو کہ $\text{عہ}_1 = \text{عہ}_2$ - بنا بریں مس عہ_1 = مس عہ_2 اور ہلم ہولٹز کے کُلیّہ کی رو سے $\text{مہ}_1 \text{ما}_1 = \text{مہ}_2 \text{ما}_2$ - پس ہم مساوات (۱۳) کو ذیل کی شکل میں لکھ سکتے ہیں:

$$\frac{\text{ما}_2^2}{\text{ما}_1^2} = \frac{\text{م}_1^2}{\text{ش}^2} = \frac{\text{خ}^2}{\text{م}_2^2}$$

یا جذر لینے پر:

$$\frac{\text{ما}_2}{\text{ما}_1} = -\frac{\text{م}_1}{\text{ش}} = -\frac{\text{خ}}{\text{م}_2} \quad \text{............} (۱۵)$$

اور اب علامت کے متعلق کوئی اشتباہ باقی نہ رہیگا۔ شمار کنندوں کو مہ_2 سے اور نسب نماؤں کو مہ_1 سے ضرب دینے پر ہمیں حاصل ہوگا:

$$\frac{\text{مہ}_2 \text{ما}_2}{\text{مہ}_1 \text{ما}_1} = -\frac{\text{مہ}_2 \text{م}_1}{\text{مہ}_1 \text{ش}} = -\frac{\text{مہ}_2 \text{خ}}{\text{مہ}_1 \text{م}_2}$$

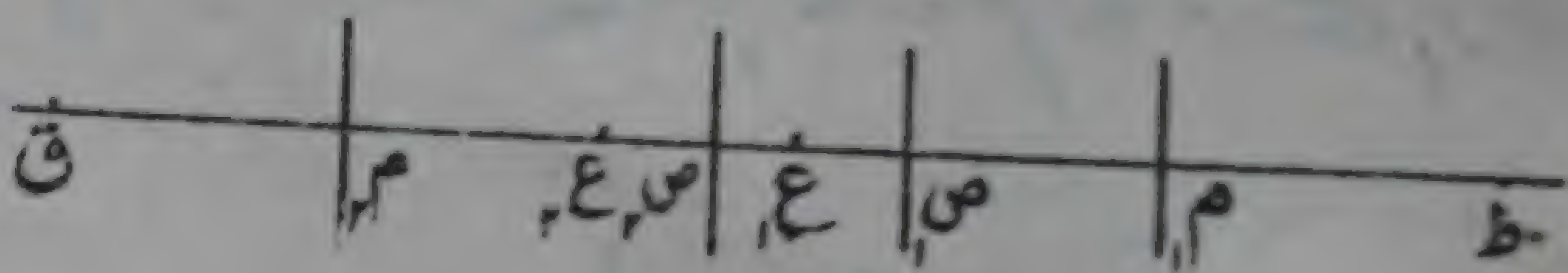
$$\frac{\text{مہ}_2 \text{ما}_2}{\text{مہ}_1 \text{ما}_1} = \frac{\text{م}_2}{\text{ش}} = \frac{\text{خ}}{\text{م}_1}$$

کیونکہ $\text{مہ}_2 \text{م}_1 = -\text{مہ}_1 \text{م}_2$ - پس اگر $\text{عہ}_1 = \text{عہ}_2$ تو

$$\text{ش} = \text{م}_2 \quad \text{اور} \quad \text{خ} = \text{م}_1$$

اِن مساواتوں سے جن نقطوں کا تعیّن ہوتا ہے وہ **عقدی نقاط** کہلاتے ہیں۔ یہ محور پر کے دو ایسے نقطے ہیں کہ اگر شعاع واقع ایک نقطہ میں سے گزرے تو شعاع خارج دوسرے نقطہ میں سے گزرتی ہے اور نیز شعاع واقع کے متوازی ہوتی ہے۔

شکل ۴۵ میں فرض کرو کہ نقطہ ط کا خیال ق ہے، $م_1$ اور $ص_1$



شکل ۴۵

خطۂ شخص کے ماسکی اور صدر مستوی ہیں اور $م_2$ اور $ص_2$ خطۂ خیال کے ماسکی اور صدر مستوی ہیں۔ تب $م_1 ط =$ ش اور $م_2 ق =$ خ۔ فرض کرو کہ خطۂ شخص کا عقدی نقطہ $ع_1$ ہے اور خطۂ خیال کا عقدی نقطہ $ع_2$ ہے۔ بموجب تعریف $ص_1 م_1 = م_1$، $ص_2 م_2 = م_2$، $م_1 ع_1 = م_2$ اور $م_2 ع_2 = م_1$۔

فرض کرو کہ ط اور ق کے محدد اپنے اپنے صدر مستویوں کے حوالہ سے ش اور خ ہیں۔ تب

$$ش = ص_1 ط = م_1 + ش \qquad (۳۹)$$

اور

$$خ = ص_2 ق = م_2 + خ$$

ان مساواتوں سے ش اور خ کی قیمتیں مساوات ش خ = - $ج^2$ میں درج کرنے اور یہ ذہن نشین رکھنے پر کہ - $ج^2 = م_1 م_2$ ہمیں حاصل ہوگا

$$(ش - م_1)(خ - م_2) = م_1 م_2$$

اس کو مختصر کرنے پر:

$$\frac{م_2}{خ} + \frac{م_1}{ش} = 1 \quad .... (۱۶)$$

$م_1$ اور $م_2$ بالترتیب شخص اور خیال کے خطہ کے ماسکی طول کہلاتے ہیں۔

اگر ابتدائی اور آخری واسطے ایک ہی ہوں تو $مہ_1 = مہ_2$ اور $م_2 = -م_1$ اس صورت میں $م_2 = -م_1 = م$ لکھنے پر مساوات (۱۶) ہوجائیگی :

$$\frac{1}{خ} - \frac{1}{ش} = \frac{1}{م}$$

بالکل وہی مساوات ہے جو پتلے عدسوں کے لیے اساسی مساوات ہے۔

جب $م_2 = -م_1 = م$ تو عقدی نقطے صدر مستویوں میں واقع ہوتے ہیں، تب یہ صدر مستوی نظام کے **معادل مستوی** کہلاتے ہیں اور م کو اِس نظام کے **معادل ماسکی طول** کے نام سے موسوم کیا جاتا ہے۔

تکبیر کے لیے جملہ : مساوات (۱۵) کی رو سے :

$$\frac{ما_2}{ما_1} = -\frac{خ}{م_2}$$

اِس میں خ کی بجائے $خ - م_2$ درج کرنے پر ہمیں حاصل ہوگا :

$$\frac{ما_2}{ما_1} = -\frac{(خ - م_2)}{م_2} \quad \text{.............} \quad (۱۷)$$

لیکن مساوات (۱۶) سے : $\frac{خ - م_2}{م_2} = \frac{خ\, م_1}{ش\, م_2}$

مساوات (۱۷) میں اندراج سے : $\frac{ما_2}{ما_1} = -\frac{خ\, م_1}{ش\, م_2}$

چونکہ $مہ_2 م_1 = - مہ_1 م_2$ ، اس لیے :

$$\frac{ما_2}{ما_1} = \frac{مہ_1\, خ}{مہ_2\, ش}$$

اگر ابتدائی اور آخری واسطے ایک ہی ہوں تو یہ ہوجائیگی

$\frac{م_۲ م_۲}{م_۱ م_۱}$ = $\frac{رخ}{ش}$ یعنی تکبیر مساوی ہوتی ہے اپنے اپنے صدر مستویوں سے خیال اور شخص کے فاصلوں کی نسبت کے۔

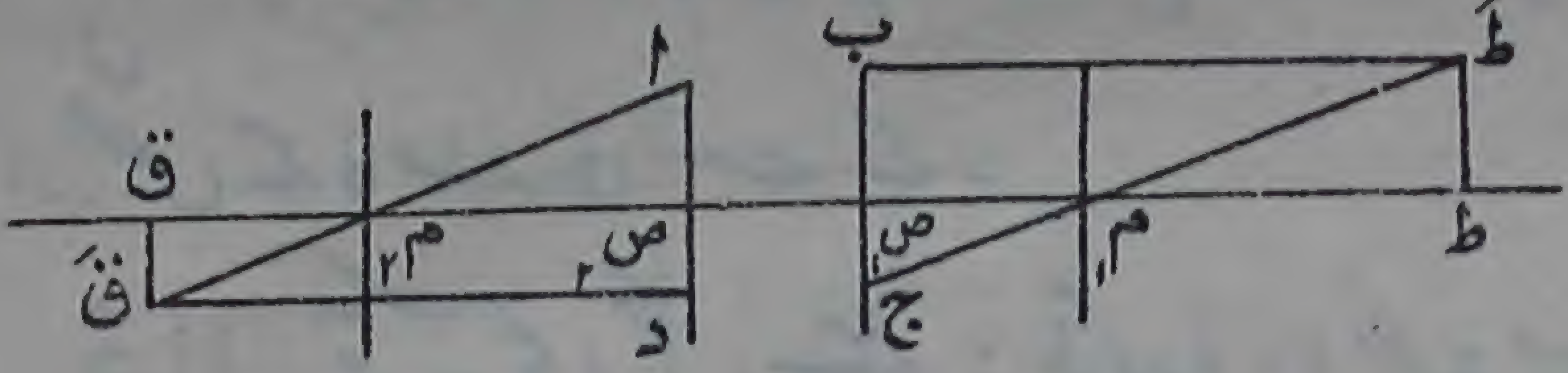
خیال ترسیمی عمل سے : مذکورۂ بالا نظریہ سب سے پہلے گاؤس نے پیش کیا تھا لیکن اس کا طریقہ وہی نہیں تھا جو اُوپر اختیار کیا گیا ہے۔ عقدی نقاط کا تعارف سب سے پہلے لِسٹنگ[۵] نے کیا۔ ماسکی نقاط، صدر نقاط اور عقدی نقاط کو کسی عدسہ یا عدسوں کے نظام کے لیے گاؤس کے نقاط یا **اساسی نقاط** کہتے ہیں۔ اگر صحت بیان کا پورا پورا لحاظ رکھا جائے تو اِن نقطوں کے خواص صرف اُسی صورت میں صادق آتے ہیں جبکہ شخص چھوٹے اور عدسوی نظام کے محور پر واقع ہوں اور جبکہ خیال اُن شعاعوں سے بنیں جو اِس محور سے چھوٹے چھوٹے زاویوں پر مائل ہوں۔ لیکن پھر بھی اِن نقاط کو خاص اہمیت حاصل ہے کیونکہ اِن سے بیشتر (۴۰) مناظری آلات کے نظریہ کا پہلا تقرّب حاصل ہوجاتا ہے۔

ہم محور، کروی، انعطاف انگیز سطحوں کا ایک نظام خواہ کتنے ہی عدسوں پر کیوں نہ مشتمل ہو یا شعاعوں کو مختلف انعطاف نماؤں والے خواہ کتنے ہی واسطوں میں سے کیوں نہ گزرنا پڑے۔ اگر شخص کا محل دیا جائے اور اِس نظام کے اساسی نقطے معلوم ہوں تو خیال کا محل اور اِس کی تکبیر فوراً اخذ کرلی جاسکتی ہے۔ انعطاف انگیز سطحوں کے محاوں اور انحناؤں سے متعلق یا اُن درمیانی واسطوں کی نوعیت سے متعلق جن میں سے شعاعوں کو گزرنا پڑتا ہے، کسی بات کے جاننے کی ضرورت مطلق نہیں ہے۔ صرف اساسی نقطوں کا علم بہت کافی ہے۔

مثلاً شکل ۴۶ میں فرض کرو کہ ط ط' ایک شخص ہے، ہ$_۱$، ہ$_۲$ اور ص$_۱$، ص$_۲$ ماسکی مستوی اور صدر مستوی ہیں، اور فرض کرو کہ خیال کا محل اور اس کی قامت مطلوب ہے۔

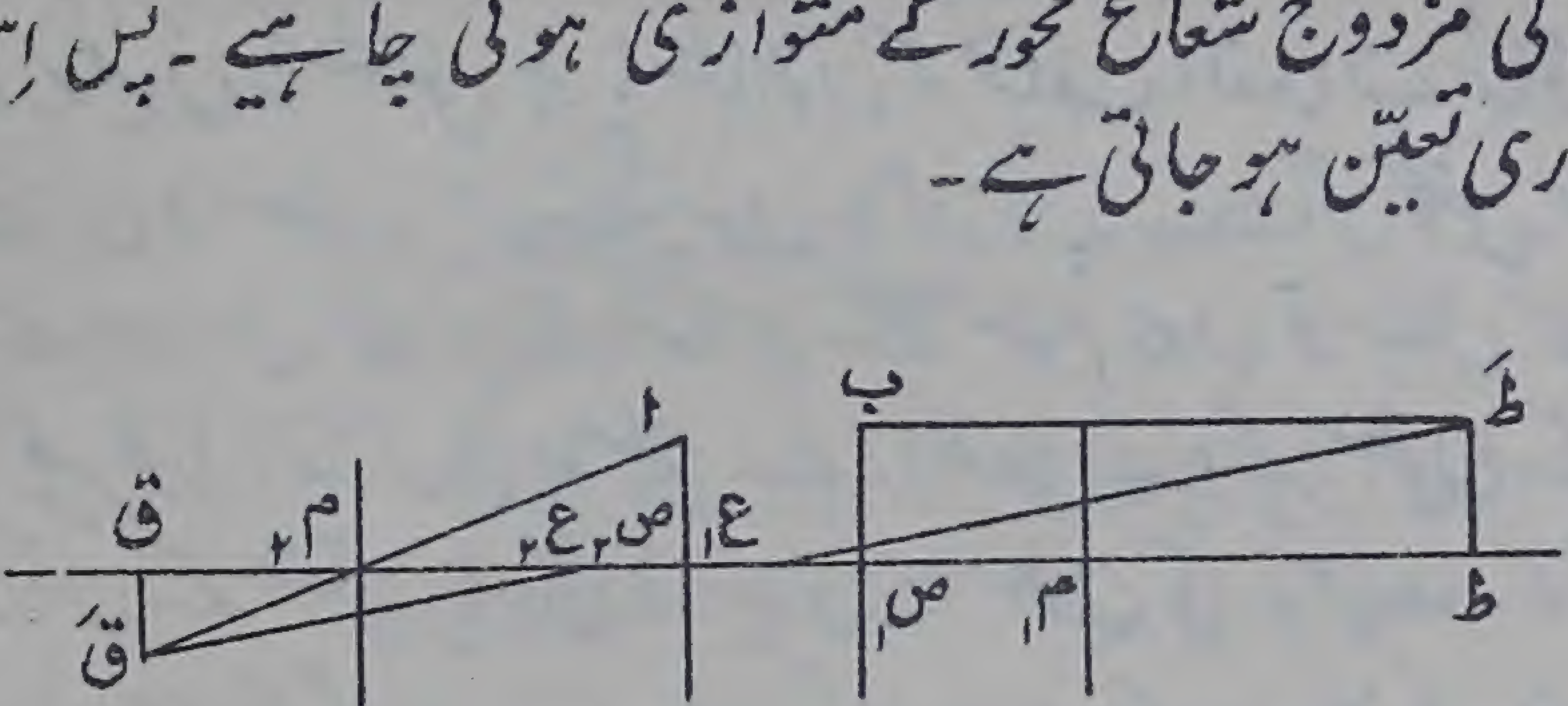
[۵] Listing

طَ میں سے محور کے متوازی ایک شعاع کھینچو جو صدر مستوی کو ب پر



شکل ۴۶

ملے۔ تب چونکہ طَ ب محور کے متوازی ہے اس لیے اِس کی مزدوج شعاع کو م۲ میں سے گزرنا چاہیے اور خطۂ خیال کے صدر مستوی کو نقطہ ا پر جا ملنا چاہیے جہاں ا محور سے اُتنے ہی فاصلہ پر ہے جتنا کہ ب۔ پس اِس نقطہ کی پوری تعیین ہو جاتی ہے۔ طَ م۱ کو ملا کر اتنا بڑھاؤ کہ یہ صدر مستوی سے ج پر جا ملے۔ دوسرے صدر مستوی پر ایک نقطہ د اِس طرح لو کہ اس کا فاصلہ محور سے وہی ہو جو ج کا ہے اور اِس میں سے محور کے متوازی شعاع قَ د کھینچو۔ یہ شعاع، ج طَ کی مزدوج شعاع ہوگی کیونکہ ج طَ خطۂ شخص میں م۱ سے گزرتی ہے اور اِس لیے خطۂ خیال میں اِس کی مزدوج شعاع محور کے متوازی ہونی چاہیے۔ پس اِس طرح قَ کی پوری تعیین ہو جاتی ہے۔



شکل ۴۷

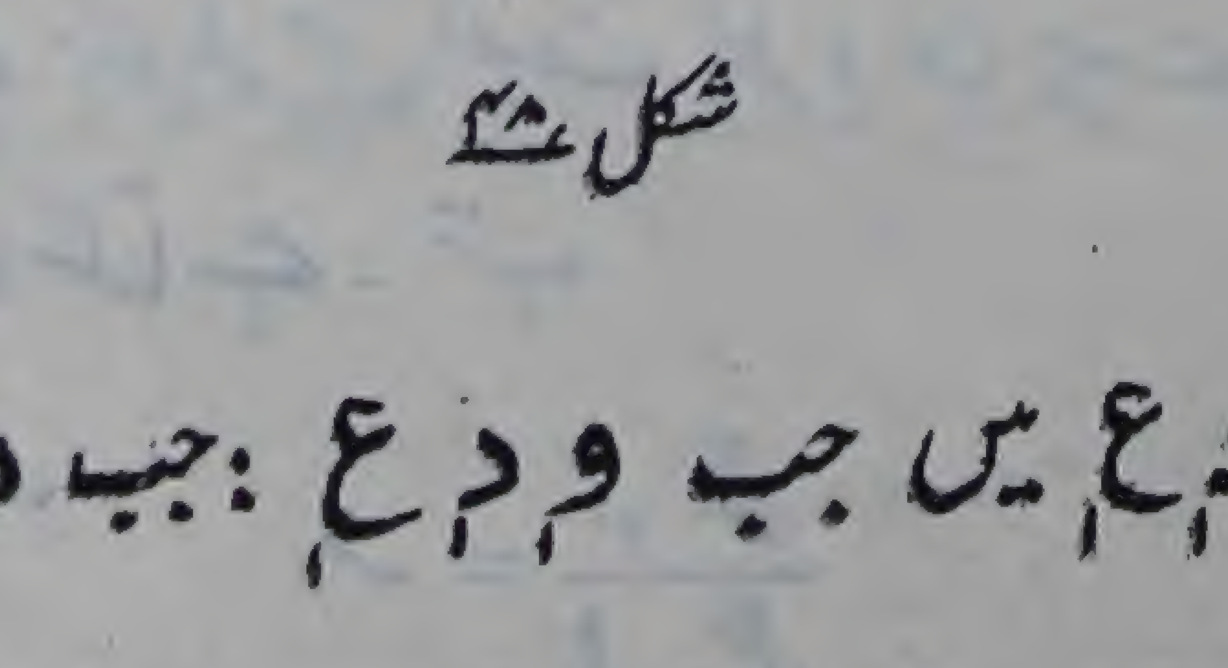
شکل ۴۷ میں اِس کا ایک اور طریقہ دکھلایا گیا ہے۔ طَ ب کی مزدوج شعاع ا قَ کو سابقہ طریقہ ہی سے معلوم کر لی جاتی ہے۔ پھر طَ کو

خطۂ شخص کے عقدی نقطہ ع۱ سے ملاتا ہوا ایک خط مستقیم کھینچا جاتا ہے اور خطۂ خیال کے عقدی نقطہ ع۲ سے ع۲ قَ متوازی کھینچا جاتا ہے طَ عَ۱ کے یہ خط ۱ م کو جس نقطہ پر قطع کرتا ہے وہ یعنی قَ خیال ہوگا طَ کا۔

اساسی نقطوں کے محل یا تو تجربہ سے حاصل کیے جاسکتے ہیں یا حسابی عمل سے۔ اِن کو کسی خاص ترتیب میں واقع ہونے کی ضرورت نہیں۔

مسایل ذیل میں ہم صرف ایسے نظاموں کو اپنے پیش نظر رکھینگے جن میں ابتدائی اور آخری واسطہ ہوا ہو اور بنا بریں ہمیں کسی (۴۱)
نظام کے صدر مستویوں اور عقدی نقاط کی بجائے عام طور پر اس کے معادل مستویوں کا ذکر کرنا ہوگا۔

موٹا عدسہ: فرض کرو کہ د د۱ د۲ د۳ ایک شعاع ہے جو ایک موٹے عدسہ میں سے بغیر انحراف کے گزر جاتی ہے۔ فرض کرو کہ اِس عدسہ کا مناظری مرکز (صفحہ ۴۹) و ہے اور اِس عدسہ کی دونوں سطحوں کے انحنائی مرکز و۱ اور و۲ ہیں۔ د د۱ کو اتنا بڑھاؤ کہ یہ محور سے ع۱ پر جا ملے اور د۲ د۳ کو اتنا بڑھاؤ کہ یہ محور سے ع۲ پر جا ملے۔



شکل ۳۸ع

مثلث و۱ د۱ ع۱ میں جب و۱ د۱ ع۱ : جب د۱ و۱ و :: و۱ ع۱ : د۱ ع۱۔

مثلث و۱ د۱ و میں جب و۱ د۱ و : جب د۱ و۱ و :: و۱ و : و د۱۔

پس جب د، و، و کو ساقط کر دینے پر ہمیں حاصل ہوگا:

$$\frac{\text{جب } \text{و}_1\text{د}_1\text{ع}_1}{\text{جب } \text{و}_1\text{د}_1\text{و}} = \frac{\text{د}_1\text{و} \cdot \text{و}_1\text{ع}_1}{\text{د}_1\text{ع}_1 \cdot \text{و}_1\text{و}}$$

لیکن $\angle$ و،د،ع، مساوی ہے د، پر کے زاویہ وقوع کے اور $\angle$ و،د،و مساوی ہے د، پر کے زاویہ انعطاف کے۔ پس:

$$\text{مہ} = \frac{\text{جب } \text{و}_1\text{د}_1\text{ع}_1}{\text{جب } \text{و}_1\text{د}_1\text{و}}$$

جہاں مہ عدسہ کے شیشہ کا انعطاف نما ہے۔

فرض کرو کہ نقطہ د، عدسہ کی سطح پر حرکت کرتے کرتے ا، پر پہنچ جاتا ہے۔ اِس دوران میں نقطہ ع، محور پر حرکت کرتا جاتا ہے۔ جب د، ا، پر پہنچ جائے تو ع، کا انتہائی محل خطِ تشخص کا عقدی نقطہ ہوتا ہے۔ اب ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{مہ} = \frac{\text{د}_1\text{و} \cdot \text{و}_1\text{ع}_1}{\text{د}_1\text{ع}_1 \cdot \text{و}_1\text{و}_1}$$

انتہا میں چل کر یہ ہو جائیگا:

$$\text{مہ} = \frac{\text{ا}_1\text{و} \cdot \text{و}_1\text{ع}_1}{\text{ا}_1\text{ع}_1 \cdot \text{و}_1\text{و}}\,.$$

اگر عدسہ کی موٹائی کے مقابلہ میں نصف قطر انحنا بہت ہی بڑا ہو تو و،ع، کو و، و کے مساوی لکھا جا سکتا ہے۔ تب

$$\text{مہ} = \frac{\text{ا}_1\text{و}}{\text{ا}_1\text{ع}_1}$$

اِسی طرح یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ:

$$مہ = \frac{۱_۲ \, و}{۱_۲ \, ع_۲}$$

پس انعطاف نما ۱ء۵۲ والے ایک متشاکل دوہرے محدب عدسہ کی صورت میں اِس کے عقدی نقطے اور اِس لیے اِس کے معادل مستوی اِس عدسہ کے اندر ہر ایک سطح سے تقریباً ایک تہائی دبازت پر واقع ہوتے ہیں۔ ایک متشاکل دوہرے مقعر عدسہ کی صورت میں بھی یہی نتیجہ صادق آتا ہے۔ (۴۲)

انعطاف نما مہ والے کسی مستوی محدب یا مستوی مقعر عدسہ کی صورت میں ایک عقدی نقطہ صریحاً اُس نقطہ پر واقع ہوتا ہے جہاں کہ محور منحنی سطح سے ملتا ہے اور اِس عدسہ کے مناظری مرکز پر منطبق رہتا ہے۔ اگر اِس عدسہ کی دبازت د ہو تو دوسرا عقدی نقطہ عدسہ کے اندر اور پہلے عقدی نقطہ سے فاصلہ $\frac{(مہ - ۱) \, د}{مہ}$ پر واقع رہتا ہے۔ یہ عقدی نقطے بلاشبہ ایک دوسرے کے خیال ہوتے ہیں اور اِس صورت میں عدسہ شیشہ کی مستوی متوازی رُخوں والی محض ایک سلّی کی طرح عمل کرتا ہے، اگر جس کے رُخ کے قریب کوئی نقطئی شخص رکھا ہوا ہو۔

کسی ہلالی عدسہ یا غیر متشاکل دوہرے محدّب یا دوہرے مقعر عدسہ کی صورت میں اِس کے مناظری مرکز کا محل ترسیمی طریقہ سے بآسانی معلوم کرلیا جاسکتا ہے، اور اِسی طریقہ سے ثابت کیا جاسکتا ہے کہ معادل مستوی مناظری مرکز اور عدسہ کی سطحوں کے درمیانی فاصلوں کو مہ - ۱ اور ۱ کی نسبت میں تقسیم کرتے ہیں اور صریحاً مناظری مرکز سے قریب تر ہوتے ہیں۔

بعض صنفی صورتوں میں معادل مستویوں کے محل شکل ۴۹ میں دکھلائے گئے ہیں۔

کسی دبیز عدسہ کا معادل ماسکی طول معلوم کرنے کے لیے ہم صفحہ ۴۷ کے



شکل ۴۹

مساواتوں (۵) اور (۶) سے شروع کرتے ہیں جو حسبِ ذیل ہیں :

$$\frac{\text{مہ}}{\text{ف}} - \frac{1}{\text{ش}} = \frac{\text{مہ}-1}{\text{ص}_1}$$

$$\frac{1}{\text{خ}} - \frac{\text{مہ}}{\text{ف}+\text{د}} = \frac{1-\text{مہ}}{\text{ص}_2}$$

جہاں ش شخص کا فاصلہ ہے پہلی سطح سے، ف پہلے خیال کا فاصلہ ہے پہلی سطح سے اور خ آخری خیال کا فاصلہ ہے دوسری سطح سے۔ سابق میں ف کے مقابلہ میں د کو نظر انداز کر دیا گیا تھا لیکن صورت زیر بحث میں ایسا نہیں کیا جا سکتا۔

اُوپر کی مساواتوں کو ذیل کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے

$$\text{ف} = \frac{\text{مہ}}{\frac{\text{مہ}-1}{\text{ص}_1} + \frac{1}{\text{ش}}}$$

$$\text{ف}+\text{د} = \frac{\text{مہ}}{\frac{1}{\text{خ}} - \frac{1-\text{مہ}}{\text{ص}_2}}$$

پس ف کو ساقط کردینے پر ہمیں حاصل ہوگا :-

(۴۳)

$$\text{د} = \frac{\text{مہ}}{\frac{1}{\text{خ}} - \frac{1-\text{مہ}}{\text{ص}_2}} - \frac{\text{مہ}}{\frac{\text{مہ}-1}{\text{ص}_1} + \frac{1}{\text{ش}}}$$

جس سے :

$$\frac{\text{د}}{\text{مہ}}\left\{1 - \text{خ}\,\frac{(1-\text{مہ})}{\text{ص}_2}\right\}\left\{1 + \text{ش}\,\frac{(\text{مہ}-1)}{\text{ص}_1}\right\}$$

$$= \text{خ}\left\{1 + \text{ش}\,\frac{(\text{مہ}-1)}{\text{ص}_1}\right\} - \text{ش}\left\{1 - \text{خ}\,\frac{(1-\text{مہ})}{\text{ص}_2}\right\}$$

یا

$$\text{ش خ}\left\{\frac{\text{د}}{\text{مہ}}\,\frac{(\text{مہ}-1)^2}{\text{ص}_1\text{ص}_2} - \frac{(\text{مہ}-1)}{\text{ص}_1} + \frac{(\text{مہ}-1)}{\text{ص}_2}\right\}$$

$$+\text{خ}\left\{\frac{\text{د}}{\text{مہ}}\cdot\frac{(\text{مہ}-1)}{\text{ص}_2} - 1\right\} + \text{ش}\left\{\frac{\text{د}}{\text{مہ}}\cdot\frac{(\text{مہ}-1)}{\text{ص}_1} + 1\right\} + \frac{\text{د}}{\text{مہ}} = 0$$

سہولت کے مدِ نظر اِن سروں کو ا ، ب ، ج ، د سے تعبیر کرو۔ چنانچہ مساواتِ بالا ذیل کی شکل میں لکھی جاسکیگی :

$$\text{ا ش خ} + \text{ب ش} + \text{ج خ} + \text{د} = 0 \quad \text{.........} \quad (18)$$

اب یہ بآسانی ثابت کیا جاسکتا ہے کہ ب ج - ا د = - ۱ ؛ بنا بریں مساوات (۱۸) کی شکل ہو جائیگی :-

$$\text{ش خ} + \frac{\text{ب}}{\text{ا}}\,\text{ش} + \frac{\text{ج}}{\text{ا}}\,\text{خ} + \frac{\text{ب ج}}{\text{ا}^2} = \frac{\text{ب ج} - \text{ا د}}{\text{ا}^2}$$

یا

$$\left(\text{ش} + \frac{\text{ج}}{\text{ا}}\right)\left(\text{خ} + \frac{\text{ب}}{\text{ا}}\right) = -\frac{1}{\text{ا}^2} \quad \text{........} \quad (19)$$

اِس کا مقابلہ مساوات (۱۲) کے ساتھ کرنے سے ظاہر ہوگا کہ مساواتوں

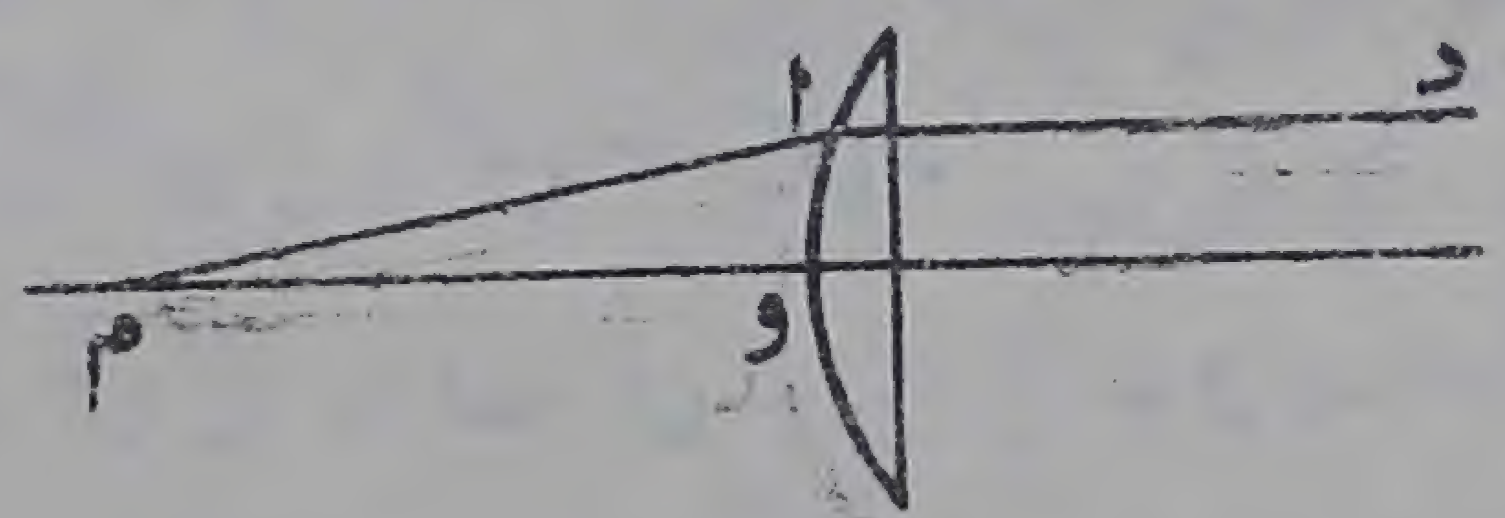
$\text{ش} + \frac{\text{ج}}{\text{ا}} = ۰$ اور $\text{خ} + \frac{\text{ب}}{\text{ا}} = ۰$ سے عدسہ کے ماسکی مستوی حاصل ہونگے۔

اور اِس کا معادل ماسکی طول م رشتہ ذیل سے حاصل ہوگا:

$$\frac{۱}{\text{م}} = -\text{ا} = (\text{مہ} - ۱)\left(\frac{۱}{\text{ص}_۱} - \frac{۱}{\text{ص}_۲} - \frac{(\text{مہ}-۱)\text{د}}{\text{مہ}\,\text{ص}_۱\text{ص}_۲}\right)$$

اِس کی علامت کے متعلق کوئی اشتباہ نہیں ہے کیونکہ جب د = ۰ تو م کی قیمت وہی ہونی چاہیے جو ایک پتلے عدسہ کی صورت میں ہوتی ہے۔ یہ امر قابلِ غور ہے کہ مساوات (۱۹) میں ش اور خ ایک ہی نقطہ سے نہیں ناپے جاتے۔

کسی موٹے مستوی محدب یا مستوی مقعر عدسہ کا معادل ماسکی طول ضابطہ بالا سے مدد لیے بغیر ہی بآسانی معلوم کر لیا جا سکتا ہے۔ چنانچہ شکل نمبر ۵ پر غور کرو۔ فرض کرو کہ د ا محور کے متوازی ایک واقع شعاع ہے۔ یہ



شکل نمبر ۵

مستوی سطح میں سے بغیر کسی انحراف کے گزر جاتی ہے۔ اِس لیے عدسہ کی دوسری سطح پر ضابطہ

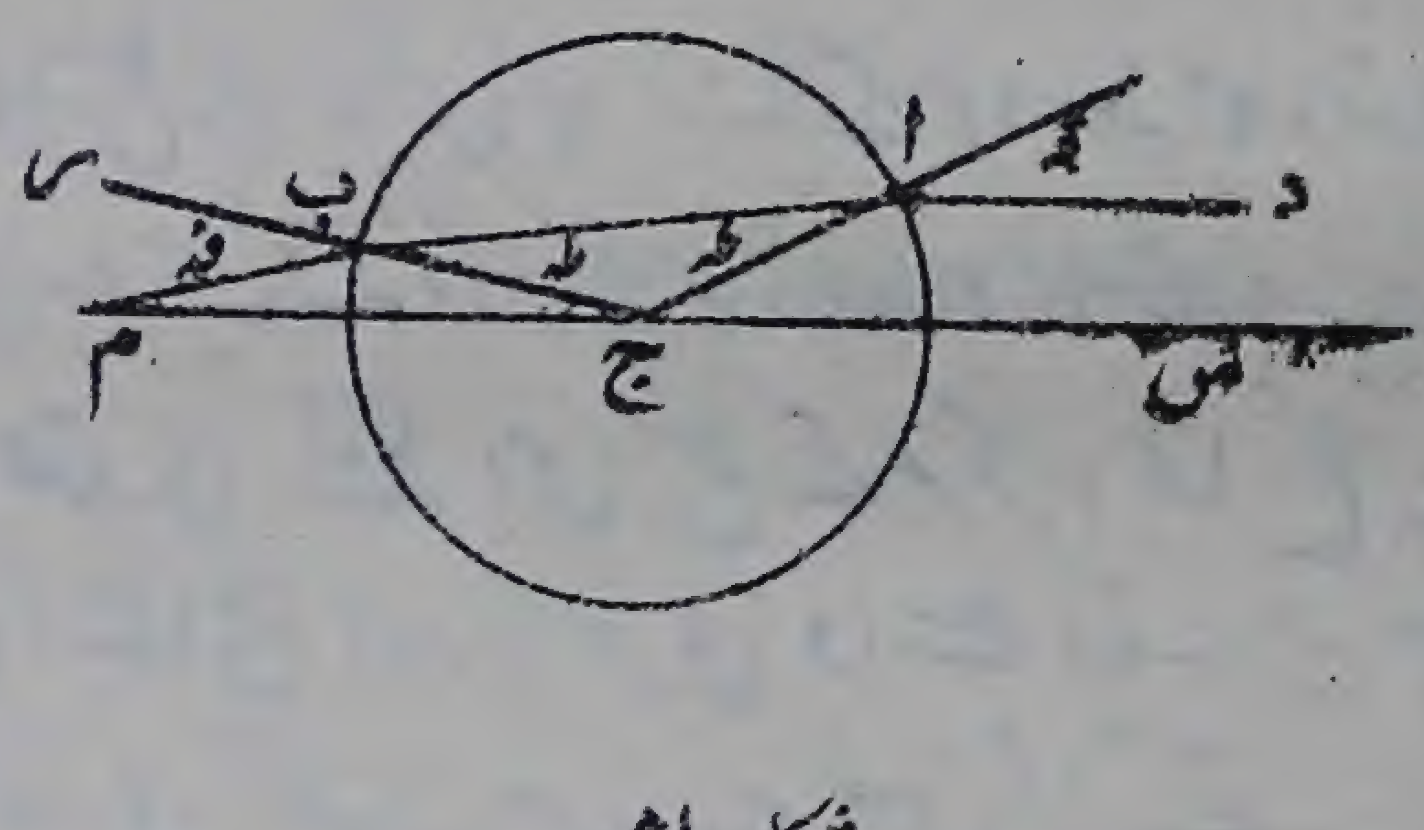
$$\frac{\text{مہ}_۲}{\text{خ}} - \frac{\text{مہ}_۱}{\text{ش}} = \frac{\text{مہ}_۲ - \text{مہ}_۱}{\text{ص}}$$

کے اطلاق کے لیے ہمیں لکھنا ہوگا ش = ∞ ، $م_2$ = ۱ اور $م_1$ = م ۔ اس سے حاصل ہوگا

$$\text{خ} = \frac{\text{ص}}{\text{۱} - \text{م}} \qquad \text{(۱۴۴)}$$

پس ج م = $\frac{\text{ص}}{\text{۱} - \text{م}}$ اور چونکہ ج نقطۂ خیال کا عقدی نقطہ ہے اس لیے ج م عدسہ کا ماسکی طول ہوتا ہے۔

کروی عدسہ:- ہوا سے گھرے ہوئے کسی کروی عدسہ کی صورت میں ظاہر ہے کہ اس کے دونوں عقدی نقطے کرہ کے مرکز پر منطبق ہو جاتے ہیں اور اس لیے اس کے دونوں صدر مستوی وہاں کے قطری مستوی کے ساتھ منطبق ہو جاتے ہیں۔



شکل ۵۱

اس کا معادل ماسکی طول معلوم کرنے کے لیے ایک شعاع د ا پر غور کرو جو عدسہ میں نقطہ ا پر داخل ہوتی ہے، نقطہ ب پر اس سے خارج ہو جاتی ہے اور محور کو نقطہ م پر قطع کرتی ہے۔ فرض کرو کہ ا پر زاویہ وقوع فہ ہے زاویہ انعطاف ط اور یہ کہ اس کرہ کا نصف قطر ص اور اس کرہ کے مادّہ کا انعطاف نما م ہے۔ تب د ا ب ج = ط

اور د ب م = فہ - نیز چونکہ ا ج محور سے ایک چھوٹے زاویہ پر مائل ہے اِس لیے زاویے فہ اور طہ چھوٹے ہوتے ہیں اور بنا بریں ہم جب فہ = مہ جب طہ کی بجائے فہ = مہ . طہ لکھ سکتے ہیں - اب د ا ج س = فہ؛ اِس لیے د ب ج م = π - د ب ج ا - فہ = π - (π - ۲ طہ) - فہ = ۲ طہ - فہ اور بنا بریں د ب م ج = ۲ (فہ - طہ)

مثلث م ب ج میں ؛

م ج / ب ج = جب م ب ج / جب ب م ج = جب فہ / جب ۲ (فہ - طہ) = فہ / ۲ (فہ - طہ)

کیونکہ زاویے چھوٹے ہیں - پس معادل ماسکی طول م ج

= ب ج . فہ / ۲ (فہ - طہ) = مہ ص / ۲ (مہ - ۱)

ایک کرُوی انعطاف انگیز سطح کے اساسی نقطے:

فرض کرو کہ کرُوی سطح کی بائیں جانب کے واسطہ کا انعطاف نما مہ اور اِس سطح کی داہنی جانب کے واسطہ کا انعطاف نما ا ہے - چنانچہ ظاہر ہے کہ اِس کے دونوں عقدی نقطے اِس سطح کے مرکز انحناع پر منطبق ہونگے - چونکہ اِس صورت میں ابتدائی اور آخری واسطے ایک ہی نہیں ہیں اِس لیے صدر مستوی اِن عقدی نقطوں میں سے نہیں گزرتے -

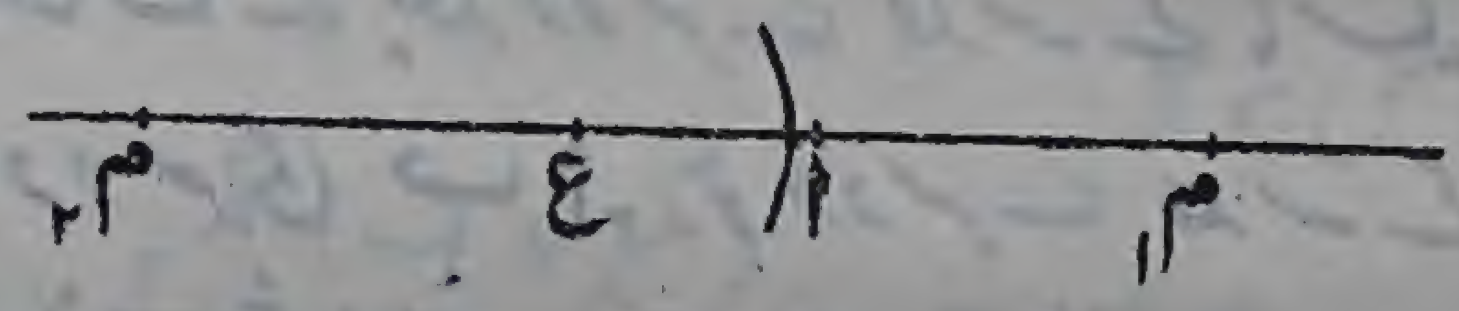
ضابطہ

مہ / خ - ۱ / ش = (مہ - ۱) / ص

میں ش اور خ کو یکے بعد دیگرے لا متناہی کے مساوی لکھنے پر معلوم ہوگا کہ خیال اور شخص کے نقطوں کے ماسکی مستوی م۲ اور م۱ پر واقع ہوتے ہیں جہاں ا م۲ = مہ ص / (مہ - ۱) اور ا م۱ = - ص / (مہ - ۱) - صدر مستویاں

باہم منطبق ہو کر ا میں سے گزرتے ہیں۔

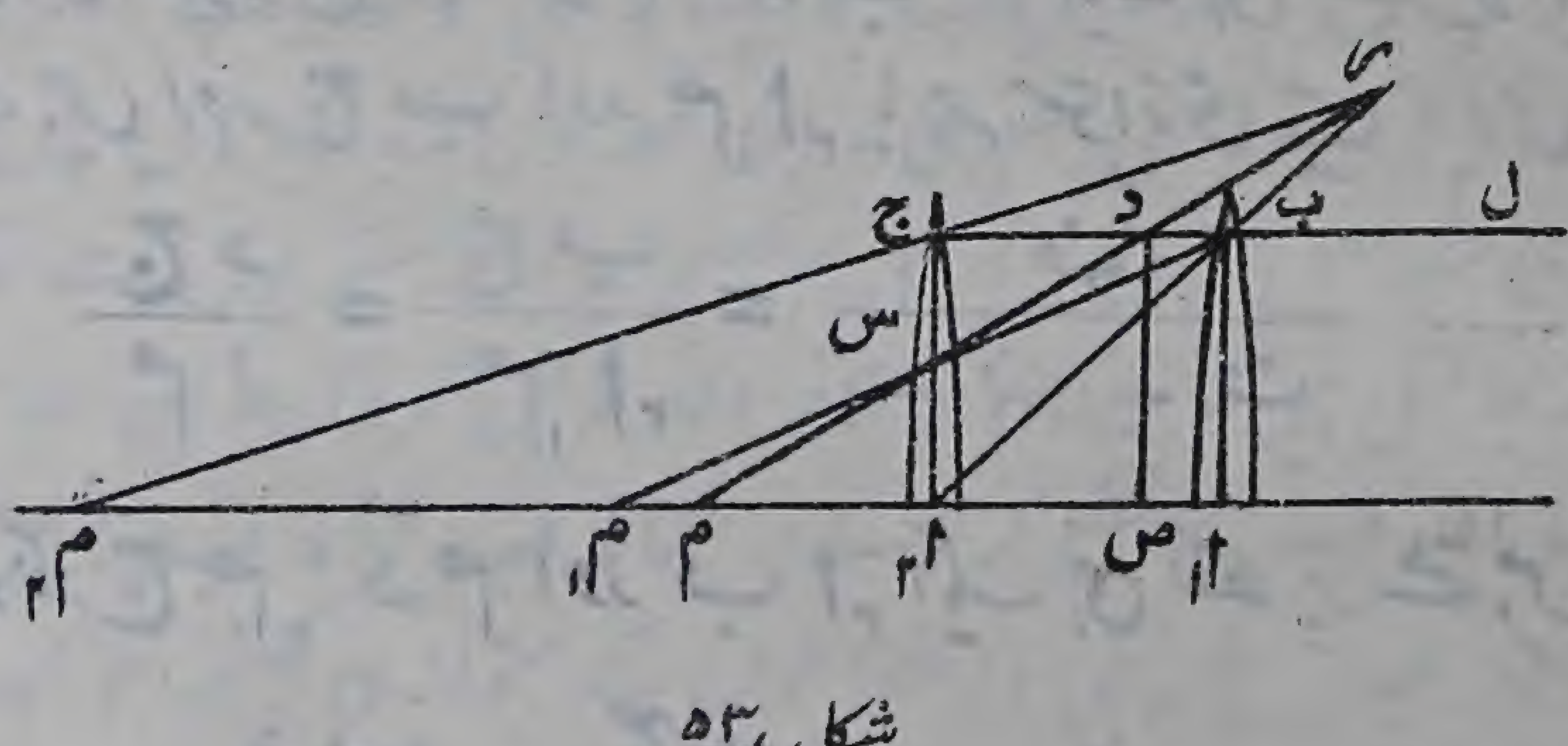
(۴۵) ایک کروی آئینہ کی صورت میں اس کے عقدی نقطے اِس کے مرکزِ انحنا کے ساتھ منطبق ہوتے ہیں، اِس کے دونوں صدر مستوی اس کی سطح کے ساتھ، اور اِس کے ماسکی مستوی اِس کے ماسکہ کے ساتھ۔ نیز کسی



شکل ۵۲

آئینہ کی صورت میں مساوات (۱۲) کا جملہ ب ج۔ ا د مثبت ہوتا ہے اور مساوات (۱۴) کی رُو سے مختص کیے ہوئے ماسکی طول م۱ اور م۲ باہم مساوی اور ایک ہی علامت کے ہوتے ہیں۔

دو پتلے عدسے: دو ایسے پتلے عدسوں کی صورت میں جو ایک ہی محور پر واقع ہوں اور جن کا درمیانی فاصلہ ف ہو، ماسکی مستوی، معادل ماسکی طول اور عقدی نقطے سب کے سب ترسیمی عمل سے بآسانی معلوم کر لیے جا سکتے ہیں۔



شکل ۵۳

فرض کرو کہ پہلے عدسہ کا ماسکی طول فہ۱ اور دوسرے عدسہ کا ماسکی طول

فہ۲ ہے۔ فرض کرو کہ ل ب (شکل ۵۳) ایک شعاع ہے جو پہلے عدسہ پر محور کے متوازی واقع ہو رہی ہے۔ چنانچہ انعطاف کے بعد یہ پہلے عدسہ کے ماسکہ م۱ میں سے گزریگی۔

اب نقطہ ب کا وہ خیال معلوم کرو جو دوسرے عدسہ کی وجہ سے بنتا ہے۔ اِس کے لیے نقطہ ب سے حسبِ معمول دو شعاعیں کھینچو: ایک محور کے متوازی جو انعطاف کے بعد دوسرے عدسہ کے ماسکہ م۲ میں سے گزرتی ہے، اور دوسری ب ا۲ جو دوسرے عدسہ کے مرکز میں سے گزرتی ہے۔ یہ دونوں شعاعیں نقطہ ر پر ملتی ہیں، اِس لیے ب کا خیال دوسرے عدسہ کی وجہ سے ر ہوگا۔ بنا بریں ب س کی سمت دوسرے عدسہ کی وجہ سے منعطف ہونے کے بعد ر س ہوگی اور نقطہ م جہاں شعاع ر س محور کو قطع کرتی ہے خطۂ خیال کا ماسکہ ہوگا۔

فرض کرو کہ شعاع ر س، ب ج کو د پر قطع کرتی ہے۔ اِس نقطہ د سے محور پر عمود د ص گراؤ۔ مستوی د ص خطۂ خیال کا معادل مستوی ہوگا کیونکہ خط د ص محور سے صریحاً اُس فاصلہ کو تعبیر کرتا ہے جس پر شعاع ل ب خطۂ شخص کے معادل مستوی سے آملتی ہے۔ بنا بریں اِس نظام کا معادل ماسکی طول ص م ہوگا۔

چونکہ خطوط ج ا۲، د م اور ب م۱ ایک ہی نقطہ پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں اور ج ب اور م۱ ا۲ باہم متوازی ہیں، اس لیے:

(۴۶)

$$\frac{\text{ج د}}{\text{م ا}_۲} = \frac{\text{ج ب}}{\text{م}_۱\text{ ا}_۲} = \frac{\text{ف}}{-\text{فہ}_۱ - \text{ف}} \quad \text{........ (۲۰)}$$

اِسی طرح چونکہ ج م۲، د م اور ب ا۲ ایک ہی نقطہ پر ملتے ہیں۔ اِس لیے:

$$\frac{\text{د ب}}{\text{م ا}_۲} = \frac{\text{ج ب}}{\text{م}_۲\text{ ا}_۲} = \frac{\text{ف}}{-\text{فہ}_۲} \quad \text{.......... (۲۱)}$$

پس (۲۰) اور (۲۱) کو جمع کرنے سے ہمیں حاصل ہوگا

$$\frac{\text{ج د}}{\text{م ا}_2} + \frac{\text{د ب}}{\text{م ا}_2} = \frac{\text{ف}}{-\text{فہ}_1 - \text{ف}} + \frac{\text{ف}}{-\text{فہ}_2}$$

یا

$$\frac{\text{ج ب}}{\text{م ا}_2} = \frac{-\text{ف}\,(\text{فہ}_1 + \text{فہ}_2 + \text{ف})}{(\text{فہ}_1 + \text{ف})\,\text{فہ}_2}$$

جس سے ہمیں حاصل ہوگا:

$$\text{م ا}_2 = -\frac{(\text{فہ}_1 + \text{ف})\,\text{فہ}_2}{\text{فہ}_1 + \text{فہ}_2 + \text{ف}}$$

پس اِس نظام کا معادل ماسکی طول جملہ ذیل سے حاصل ہوگا:

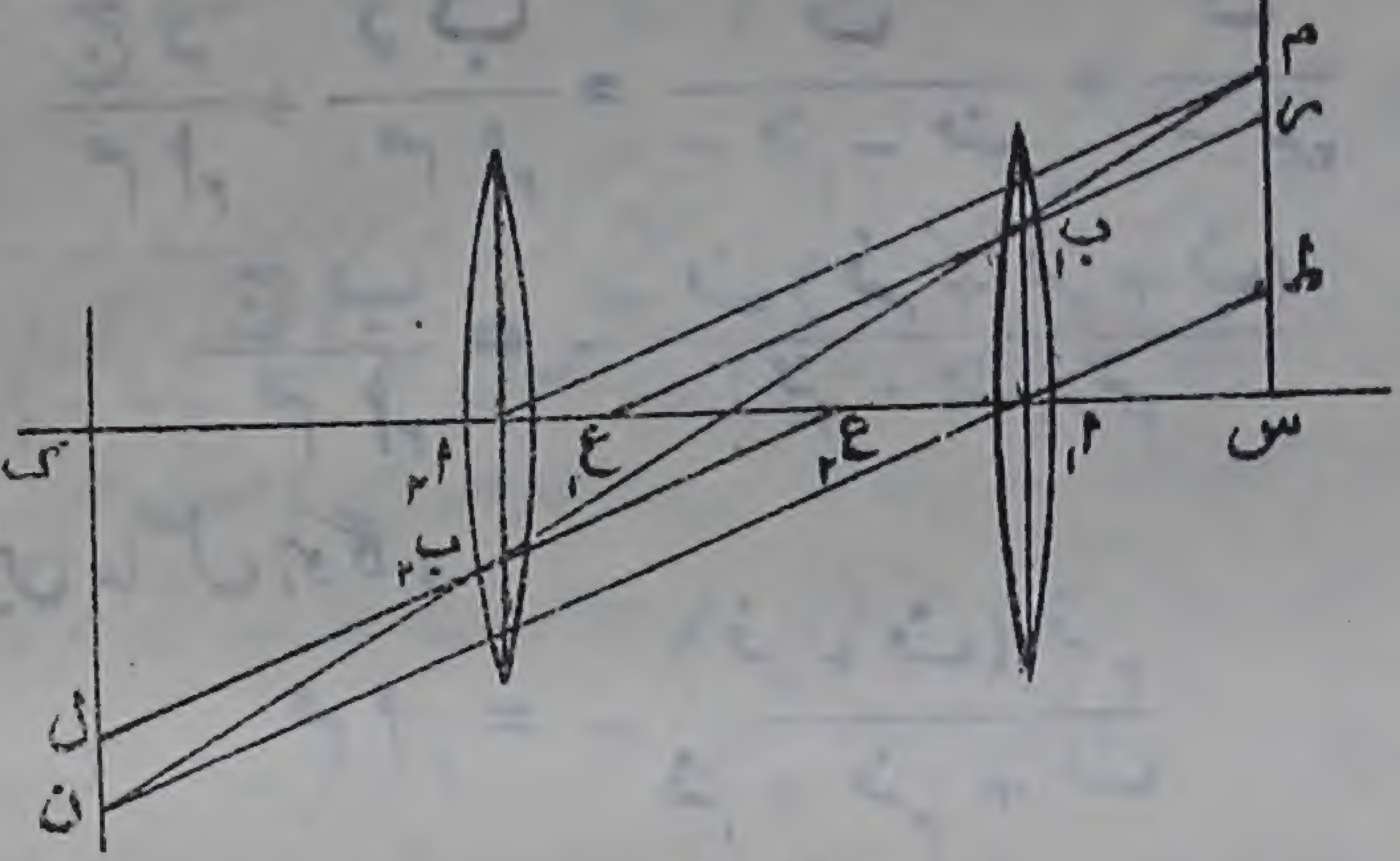
$$\text{ص م} = \text{ص ا}_2 + \text{ا}_2\text{م} = \text{د ج} + \text{ا}_2\text{م} = \text{ا}_2\text{م}\left(1 + \frac{\text{د ج}}{\text{ا}_2\text{م}}\right)$$

$$= \frac{(\text{فہ}_1 + \text{ف})\,\text{فہ}_2}{\text{فہ}_1 + \text{فہ}_2 + \text{ف}}\left(1 + \frac{\text{ف}}{-\text{فہ}_1 - \text{ف}}\right) \quad \text{مساوات (۲۰) سے}$$

$$= \frac{\text{فہ}_1\,\text{فہ}_2}{\text{فہ}_1 + \text{فہ}_2 + \text{ف}}$$

عقدی نقطے بطریق ذیل راست تدبیرا یہ میں حاصل کیے جا سکتے ہیں۔ فرض کرو کہ ک ن، عدسہ $\text{ا}_1\text{ب}_1$ کا ایک ماسکی مستوی ہے اور م س عدسہ $\text{ا}_2\text{ب}_2$ کا ایک ماسکی مستوی۔ اِن عدسوں کے مرکزوں میں سے کوئی دو متوازی شعاعیں ا_1 ن اور ا_2م کھینچو جو اِن مستویوں سے نقاط ن اور م پر جا ملتی ہیں۔ ن م کو ملاؤ اور فرض کرو کہ یہ اِن عدسوں کو نقاط ب_1 اور ب_2 پر قطع کرتا ہے۔ نقاط ب_1 اور ب_2 میں سے $\text{ب}_1\text{ع}_1$ اور $\text{ب}_2\text{ع}_2$ پہلی دو شعاعوں کے متوازی کھینچو جو محور سے نقاط ع_1 اور ع_2 پر جا ملیں۔ چنانچہ شعاع ر ب_1 پہلے عدسہ کی وجہ سے منعطف ہونے کے بعد سمت $\text{ب}_1\text{ب}_2$ اختیار کرنی چاہیے کیونکہ

یہ سمت شعاع ط ا$_1$ کو ن پر قطع کرتی ہے۔ اِسی طرح شعاع ب$_1$ ب$_2$ کو



شکل ۵۴

دوسرے عدسہ کی وجہ سے منعطف ہونے کے بعد سمت ب$_2$ ل اختیار کرنا چاہیے۔ اِس لیے اِس عدسوی نظام میں سے ایک شعاع کا راستہ ر ب$_1$ ب$_2$ ل ہوتا ہے، خطِّ شخص کا عقدی نقطہ ع$_1$ ہے، اور خطِّ خیال کا عقدی نقطہ ع$_2$ ہے۔

اب

$$\frac{ا_1 ع_1}{ا_1 ا_2} = \frac{ط ر}{ط م} = \frac{ن ب_1}{ن م} = \frac{ک ا_1}{ک س} = \frac{فہ_2}{فہ_1 + فہ_2 + ف} \quad (۴۷)$$

پس

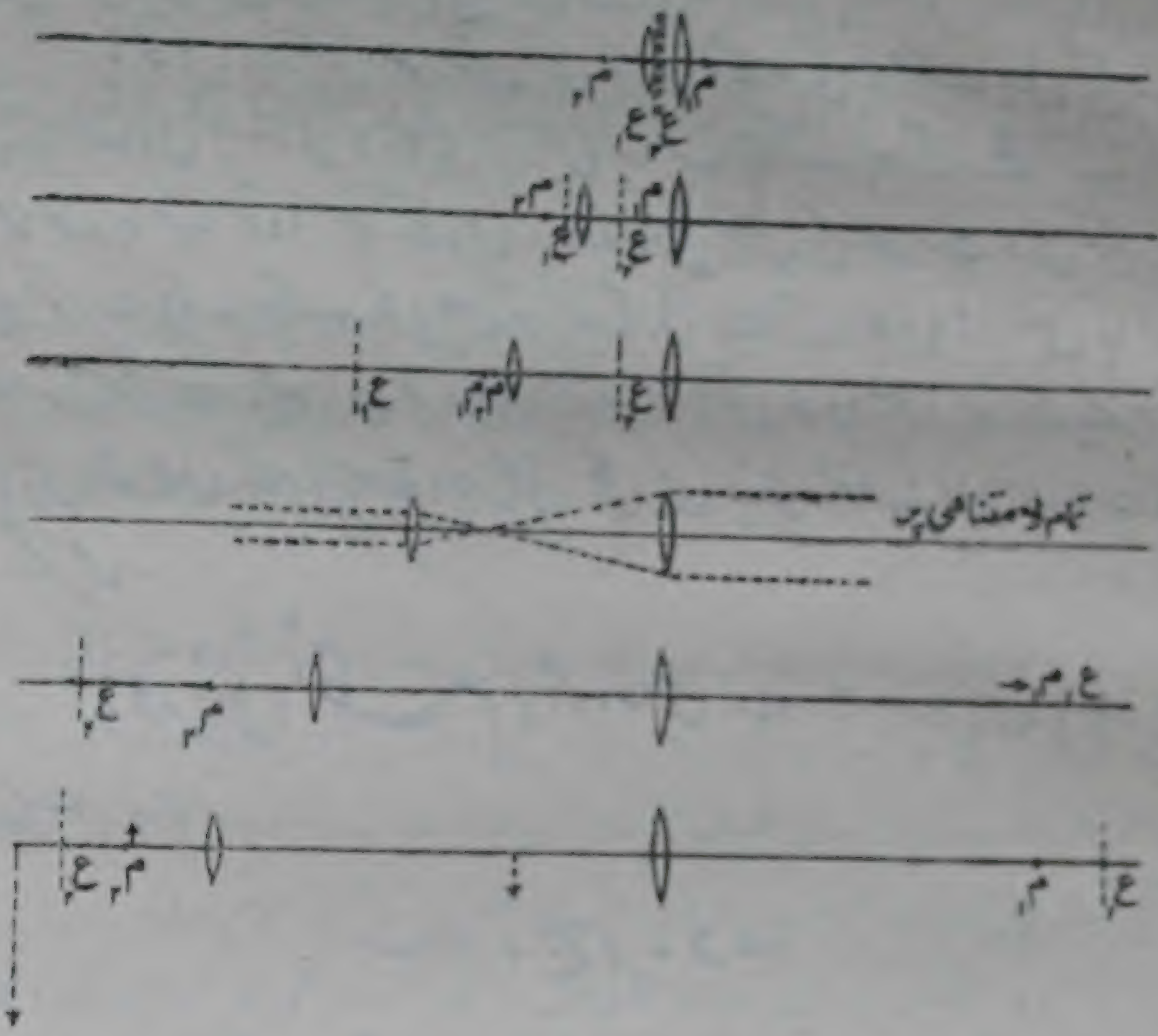
$$ا_1 ع_1 = - \frac{فہ_1 ف}{فہ_1 + فہ_2 + ف}$$

اسی طرح

$$ا_2 ع_2 = \frac{فہ_2 ف}{فہ_1 + فہ_2 + ف}$$

دو پتلے محدب عدسوں کے ایک نظام کی صورت میں جیسے جیسے اِن کا درمیانی فاصلہ بتدریج بڑھایا جائے، ویسے ویسے اِس نظام کے معادل مستویوں اور ماسکی مستویوں کے محل کا تغیّر شکل ۵۵ میں

دکھلایا گیا ہے۔ اس میں ف۱ اور ف۲ کو بالترتیب ۔۳ اور ۔۱ مان لیا گیا ہے اور ف کو یکے بعد دیگرے قیمتیں ۰ء۵، ۱ء۵، ۲ء۵، ۴ء۰، ۵ء۵، اور ۷ء۰



شکل ۵۵

دیگئی ہیں۔ جس عدسہ کے ماسکی طول کو ف۲ سے تعبیر کیا گیا ہے وہ بائیں جانب واقع ہے۔

یہ امر قابل غور ہے کہ پہلے محل میں معادل مستوی ایک دوسرے کو عبور کیے ہوئے ہیں اور یہ کہ جیسے جیسے عدسوں کا درمیانی فاصلہ بڑھتا جاتا ہے ویسے ویسے اِس نظام کے معادل مستوی دور ہٹتے جاتے ہیں اور اِس کے ساتھ ساتھ معادل ماسکی طول میں اضافہ ہوتا جاتا ہے۔ دوسری اور تیسری شکلوں میں خطۂ شخص کا ماسکہ مجازی ہے۔

چوتھی صورت میں، جو ایک ایسی دُوربین کو تعبیر کرتی ہے جس کا

(۱۰۴) دہانہ داہنی جانب کا عدسہ ہے، تمام اساسی نقطے لاتناہی پر واقع ہوتے ہیں اور اس نظام میں داخل ہونے والی متوازی شعاعیں ہمیشہ متوازی شعاعوں ہی کی شکل میں اس سے باہر آتی ہیں۔

پانچویں اور چھٹی صورتوں میں اس نظام کی نوعیت بدل گئی ہے، اس کے معادل مستوی لاتناہی پر جس جانب غائب ہوگئے تھے اب اُس کی مخالف جانب نمودار ہوگئے ہیں، اور اسکی طول کی علامت بدل گئی ہے۔ چھٹی صورت ایک مرکب خردبین کو تعبیر کرتی ہے جس کا دہانہ بائیں جانب کا عدسہ ہے۔ دوربین اور خردبین کے ساتھ تعلق کو واضح کرنے کے لیے چوتھی شکل میں شعاعوں کے راستے اور چھٹی شکل میں خیال نقطہ دار خطوط سے ظاہر کیے گئے ہیں۔

دوربینی نظام : اگر اساسی مساوات (۱۲) میں ا صفر ہو تو ہمیں حاصل ہوگا :

$$ب لا_۱ + ج لا_۲ + د = ۰$$

اس سے ظاہر ہے کہ اگر لا۱ لامتناہی ہو تو لا۲ بھی لامتناہی ہوگا، یا اگر لا۲ لامتناہی ہو تو لا۱ بھی لامتناہی ہوگا۔ اس لیے جو شعاعیں اس نظام میں متوازی داخل ہوتی ہیں وہ اس سے متوازی ہی باہر نکلتی ہیں۔ ایسی صورت میں نظام کو دوربینی نظام کہتے ہیں۔ اس کی ایک مثال شکل ۵۵ کی چوتھی صورت میں ملتی ہے۔

مثالیں

(۱) کسی مقعر یا محدب کروی سطح پر کے انعکاس کی صورت میں ہلم ہولٹز کا کلیہ تکبیر ثابت کرو۔

(۲) کسی پتلے عدسہ کے محور پر شخص کو بقدر ایک چھوٹے سے فاصلہ فرش ہٹایا جاتا ہے۔ خیال کے متناظر ہٹاؤ فرخ کے لیے ایک جملہ حاصل کرو۔ اگر محور پر رکھے ہوئے شخص مذکور کا طول فرش ہو اور اس کے متناظر خیال کا طول فرخ ہو تو نسبت

فرخ/فرش کو طولی تکبیر کے نام سے موسوم کیا جاسکتا ہے۔ ثابت کرو کہ یہ طولی تکبیر معمولی عرضی تکبیر کے مربع کے مساوی ہوتی ہے۔

(۳) اگر ایک موٹے محدب عدسہ سے شخص ایک ایسے فاصلے پر رہے کہ عدسہ کی دوسری جانب اسی جسامت کا ایک خیال حاصل ہو تو ثابت کرو کہ شخص اور خیال کا درمیانی فاصلہ منفی دونوں صدر نقطوں کا درمیانی فاصلہ مساوی ہوتا ہے ماسکی طول کے چار گنا کے۔

(۴) ایک دوہرے محدب پتلے عدسہ کی ایک جانب کا واسطہ پانی ہے اور عدسہ کی دوسری جانب ہوا ہے۔ اس عدسہ کے دونوں رخوں کے نصف قطر انحنا ۲۰، ۲۰ سمر ہیں اور یہ عدسہ ایسے شیشہ کا ہے جس کا انعطاف نما ۱٫۵۲ ہے۔ اس کے ماسکی مستویوں، صدر مستویوں، اور عقدی نقطوں کے محل معلوم کرو۔

(۵) شیشہ کے ایک کرہ کا انعطاف نما ۱٫۵ اور اس کا نصف قطر انحنا ۴ سمر ہے۔ اگر شخص اس کرہ کے مرکز سے ۵ سمر کے فاصلہ پر واقع ہو تو اس کا خیال کہاں بنیگا اور اس خیال کی تکبیر کیا ہوگی؟

(۶) شیشہ کے ایک کروی عدسہ کا نصف قطر ۱ سمر اور انعطاف نما ۱٫۵۲ ہے۔ اس عدسہ کی ایک جانب کا واسطہ ہوا ہے اور دوسری جانب کا واسطہ پانی۔ اس کے ماسکی مستویوں صدر مستویوں اور عقدی نقطوں کے محل معلوم کرو۔ اور ان کی مدد سے خیال کے محل اور اس کی تکبیریں معلوم کرو جبکہ شخص ہوا میں کرہ کے مرکز سے (و) ۴ سمر (ب) ۱٫۵ سمر کے فاصلہ پر واقع ہو۔

(۷) سابقہ سوال کے دوسرے حصّہ کو عدسہ کی دونوں سطحوں سے یکے بعد دیگرے کروی سطح پر کے انعطاف کا ضابطہ متعلق کرکے، حل کرو۔

(۸) اگر عدسوں کے ایک ایسے نظام کا ماسکی طول جس سے ایک حقیقی خیالی

بن سکتا ہو م ہو اور اگر نظام کو اِس طرح ترتیب دیا جائے کہ اِس کی وجہ سے ایک شخص کا خیال خطۂ خیال کے صدر مستوی سے ایک میٹر کے فاصلے پر رکھے ہوئے ایک پردہ پر بنے تو ثابت کرو کہ اِس خیال کی تکبیر $\frac{۱۰۰}{م}$ - ۱ ہوگی۔

(۹) شیشہ کا ایک نصف کرہ جس کا نصف قطر ص اور انعطاف نما مہ ہے ایک عدسہ کے طور پر استعمال کیا جاتا ہے اور اِس میں سے صرف وہ شعاعیں گزاری جاتی ہیں جو اِس کے محور کے ساتھ تقریباً منطبق رہتی ہیں۔ ثابت کرو کہ اِس کا ایک صدر نقطہ محور اور محدّب سطح کے نقطہ تقاطع پر منطبق رہتا ہے اور دوسرا صدر نقطہ عدسہ کے اندر مستوی سطح سے فاصلہ $\frac{ص}{مہ}$ پر واقع ہوتا ہے۔ (۴۹)

نیز ثابت کرو کہ اِس عدسہ کا ماسکی طول $\frac{ص}{۱ - مہ}$ کے مساوی ہے۔

(۱۰) انعطاف نما ۱.۵۲ والے شیشہ کے ایک مستوی محدّب عدسہ کے کروی سطح کا نصف قطر انحنا ۲۴ سمر اور اِس عدسہ کی دبازت محور کی سمت میں ۲ سمر ہے۔ اِس کا ماسکی طول محسوب کرو اور خیال کا محل دریافت کرو جبکہ شخص (ا) محدّب رُخ کی جانب (ب) مستوی رُخ کی جانب، محدّب سطح سے ۵۰ سمر کے فاصلے پر واقع ہو۔

(۱۱) اگر سابقہ سوال کے عدسہ کی صورت میں کروی رُخ کے جانب کا واسطہ پانی ہو اور مستوی رُخ کے جانب کا واسطہ ہوا ہو تو اِس کے اساسی نقطوں کے محل دریافت کرو۔ اور خیال کے محل محسوب کرو جبکہ شخص ہوا میں مستوی رُخ سے ۵۰ سمر کے فاصلہ پر واقع ہو۔

(۱۲) اگر دو ہم محور پتلے عدسوں کے ایک نظام میں عدسوں کے درمیانی فضاء کو پانی سے بھر دیا جائے تو اِس نظام کے معادل ماسکی طول کے ضابطہ کی شکل کیا ہو جائیگی؟

(۱۳) دو مشابہ مستوی محدّب عدسوں کے مستوی رُخوں کو پہلے باہم ملائے رکھ کر پھر کسی قدر علٰحدہ کر دیا جاتا ہے۔ ثابت کرو کہ اِس اجتماع کا ماسکی طول عدسوں کے جدا ہونے کی صورت میں بڑا ہوتا ہے بہ نسبت اس ماسکی طول

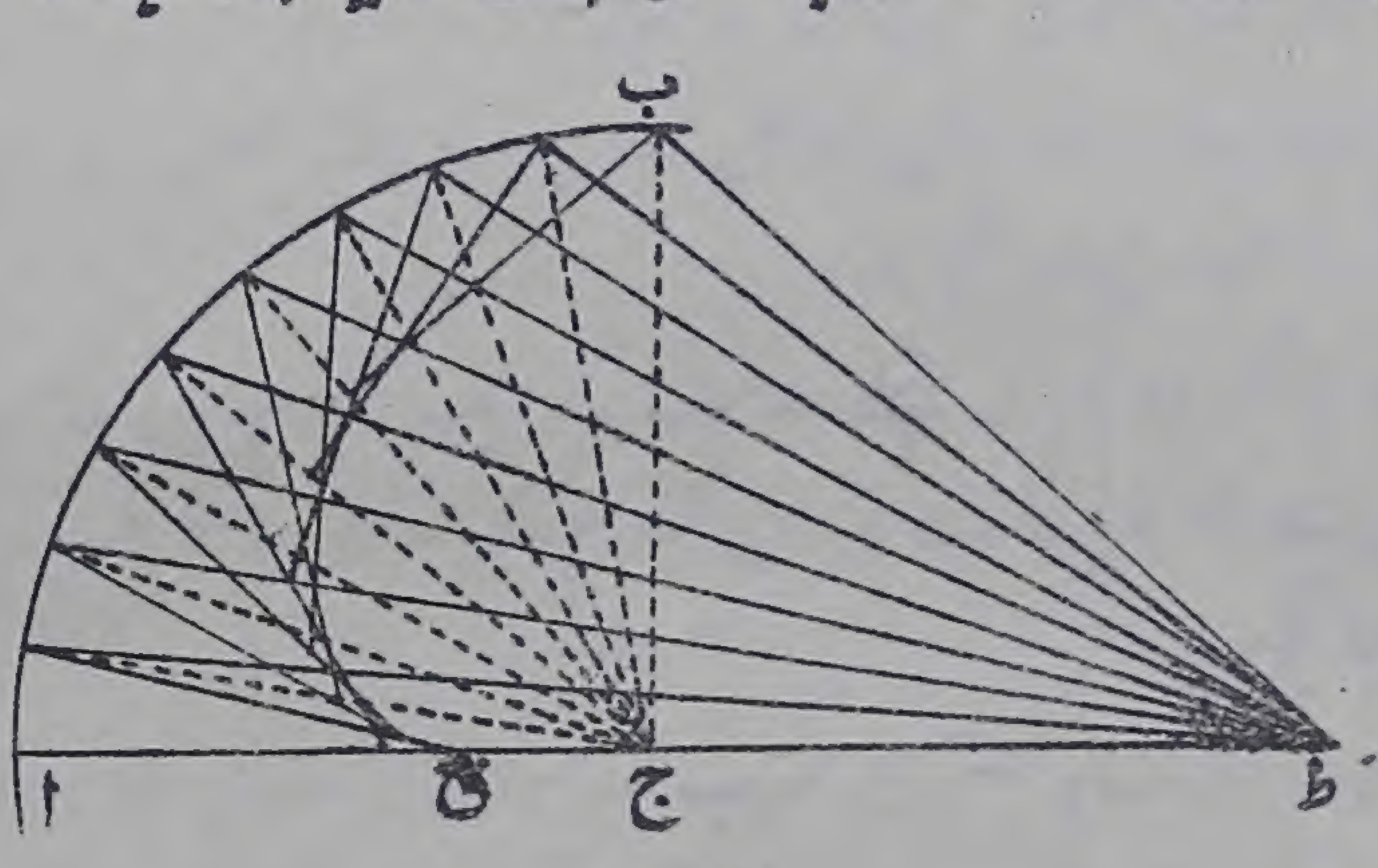
کے جو اِن کے تماس میں ہونے کی صورت میں ہوتا ہے۔ نیز یہ بھی ثابت کرو کہ عدسوں کو جدا کر دینے پر صدر ماسکوں کے محل اپنی اپنی منحنی سطحوں سے قریب تر آجاتے ہیں۔

(۱۴) ایک مقعر آئینہ کے محور پر ماسکہ سے آگے ایک شخص واقع ہے۔ شیشہ کی ایک تختی جس کی دبازت د اور جس کا انعطاف نما مہ ہے ماسکہ اور آئینہ کے درمیان محور پر عاداً رکھ دی جاتی ہے۔ ثابت کرو کہ اِس کا اثر خیال کے محل پر ایسا ہی ہوتا ہے گویا کہ آئینہ کو شخص کی جانب بقدر فاصلہ $\frac{د(مہ-1)}{مہ}$ ہٹایا گیا ہو۔

چوتھا باب

خیال کے نقائص

(۵۰) دوسرے باب میں ہم نے مان لیا تھا کہ آئینوں اور عدسوں پر واقع ہونے والی شعاعیں محور کے قریب رہتی ہیں اور اس سے صرف چھوٹے زاویے بناتی ہیں۔ اِس صورت میں ایک نقطی شخص کا خیال بھی نقطئی ہوتا ہے۔ اب ہمیں اِس تحدید سے درگزر کرکے یہ تحقیق کرنا چاہیے کہ جب شعاعیں محور سے ایک قابل لحاظ زاویہ پر مائل ہوں تو کیا ہوتا ہے۔



شکل ۵۶

فرض کرو کہ ا ب ایک مقعر کُروی آئینہ کی تراشش کو تعبیر کرتا ہے،

ج اِس کا مرکزِ انحنا ہے اور ط ایک نقطئ شخص ہے۔ اگر ط سے محور کے ساتھ مختلف زاویوں میں متسع ہونے والی شعاعیں کھینچی جائیں اور ہر شعاع کے لیے زاویۂ انعکاس کو زاویہ وقوع کے مساوی بنایا جائے تو ترسیمی طور پر یہ دیکھا جائیگا کہ انعکاس کے بعد اِن شعاعوں کے محل شکل ۵۶ کے مطابق ہوتے ہیں۔

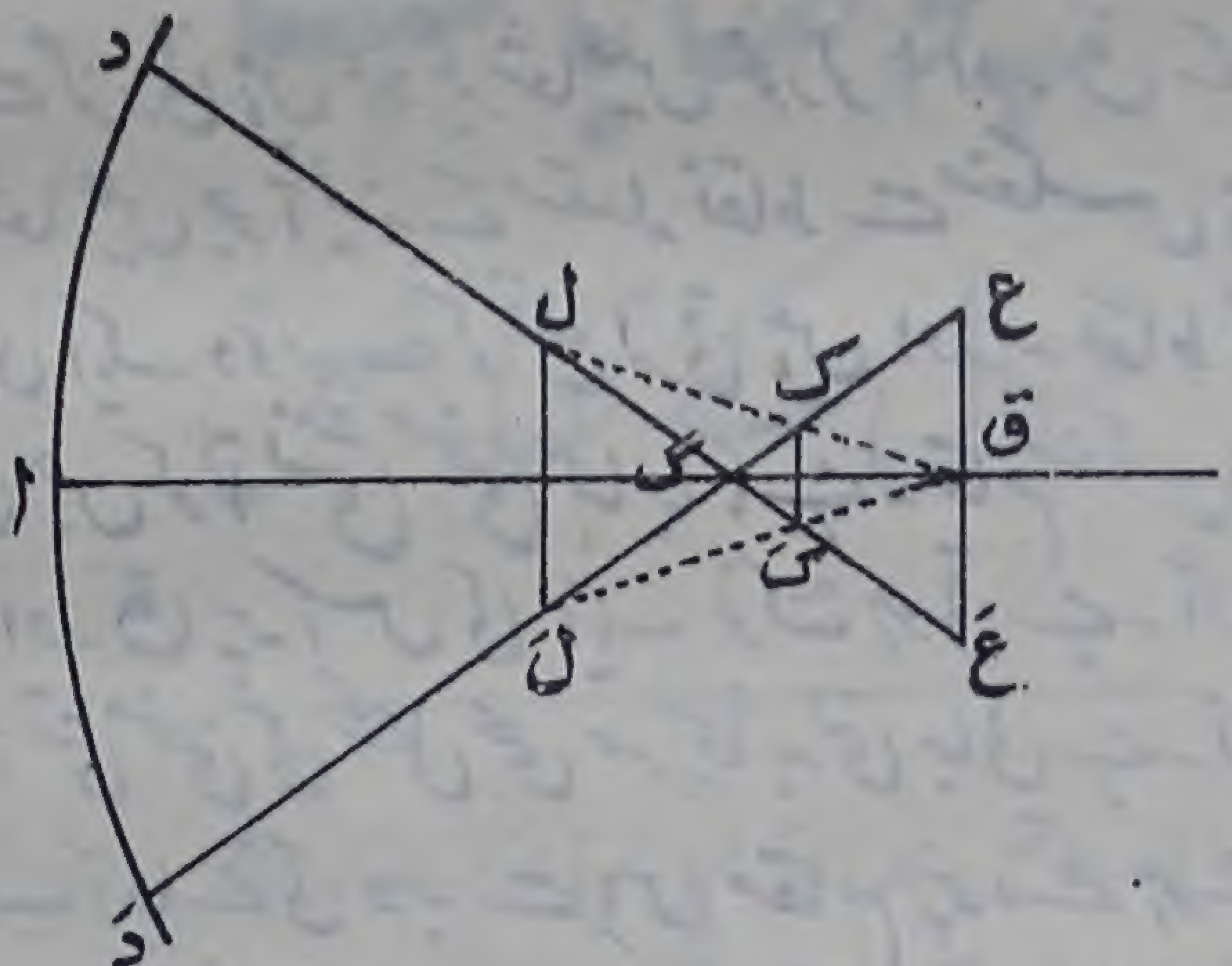
صرف وہ شعاعیں جو ا کے قرب و جوار سے منعکس ہوتی ہیں ط کے خیال ق میں سے گزرتی ہیں، دیگر شعاعیں محور کو ا اور ق کے درمیان قطع کرتی ہیں۔ کوئی دو شعاعیں جو آئینہ کے متصلہ نقاط سے منعکس ہوتی ہیں محور پر پہنچنے سے پہلے ہی ایک دوسرے کو قطع کرتی ہیں اور یہ نقاطِ تقاطع ایک منحنی پر واقع ہوتے ہیں جس کو آتشی منحنی کہا جاتا ہے۔ تمام منعکس شعاعیں اِس منحنی کو مس کرتی ہیں اور ق پر اِس کی ایک نوک⁵ ہوتی ہے۔ اگر ط محور پر حرکت کرے تو اِس آتشی منحنی کی شکل بھی صریحاً بدلتی جاتی ہے۔ آتشی منحنی پر منعکس شعاعوں کے قریب آجانے کی وجہ سے اِس مقام پر رکھے ہوئے کاغذ یا کسی اور سفید سطح پر ایک منوّر منحنی بن جاتا ہے۔ اِس کی ایک عام مثال وہ ہے جب کہ دودھ سے تقریباً بھری ہوئی ایک چاء کی پیالی میں دھوپ، جو تقریباً افقی ہو، واقع ہوتی ہے۔ اِس صورت میں پیالی کی اندرونی سطح آئینہ کی طرح عمل کرتی ہے۔ آتشی منحنی کو حاصل کرنے کا ایک بہتر طریقہ یہ ہے کہ نصف دائرے کی شکل (۵۱)
میں مڑی ہوئی ایک مجلّی فولادی کمانی کو نقشہ کشی کے تختہ پر رکھا جائے۔

اگر شکل ۵۶ کو محور ا ط کے گرد گھمایا جائے تو ہمیں شعاعوں کی ایک مستوی پنسل کی بجائے ط سے متسع ہونے والی ایک مجسّم مخروطی پنسل حاصل ہوگی اور آتشی منحنی ایک سطح مرتسم کریگی جس کو آتشی سطح کہتے ہیں۔ نیز وہ تمام شعاعیں جو ط سے محور کے ساتھ ایک ہی زاویہ بناتی ہوئی متسع ہوتی ہیں انعکاس کے بعد محور پر کے ایک ہی نقطہ میں سے گزرتی ہیں۔ بنا بریں محور پر ا سے ق تک ایک منوّر خط ہوگا اور یہ خط آتشی سطح کا ایک حصّہ سمجھا جاسکتا ہے۔ چاء کی پیالی سے انجام دیے ہوئے تجربہ سے کروی آئینہ سے پیدا شدہ آتشی منحنی کے متعلق ایک غلط خیال پیدا ہوسکتا ہے۔ چونکہ چاء کی پیالی اسطوانی ہوتی ہے اس لیے

⁵ Cusp

یہ منوّر خط ا ق پیدا نہیں کرتی۔

شکل ۵۷ میں د دَ اسی گروی آئینہ کے ایک چھوٹے سے حصّے کی تراش کو تعبیر کرتا ہے۔ آئینہ کے حاشیہ سے آنے والی شعاعیں د گ اور دَ گ ایک دوسرے کو گ پر قطع کرتی ہیں اور ق حسب سابق وہ خیال



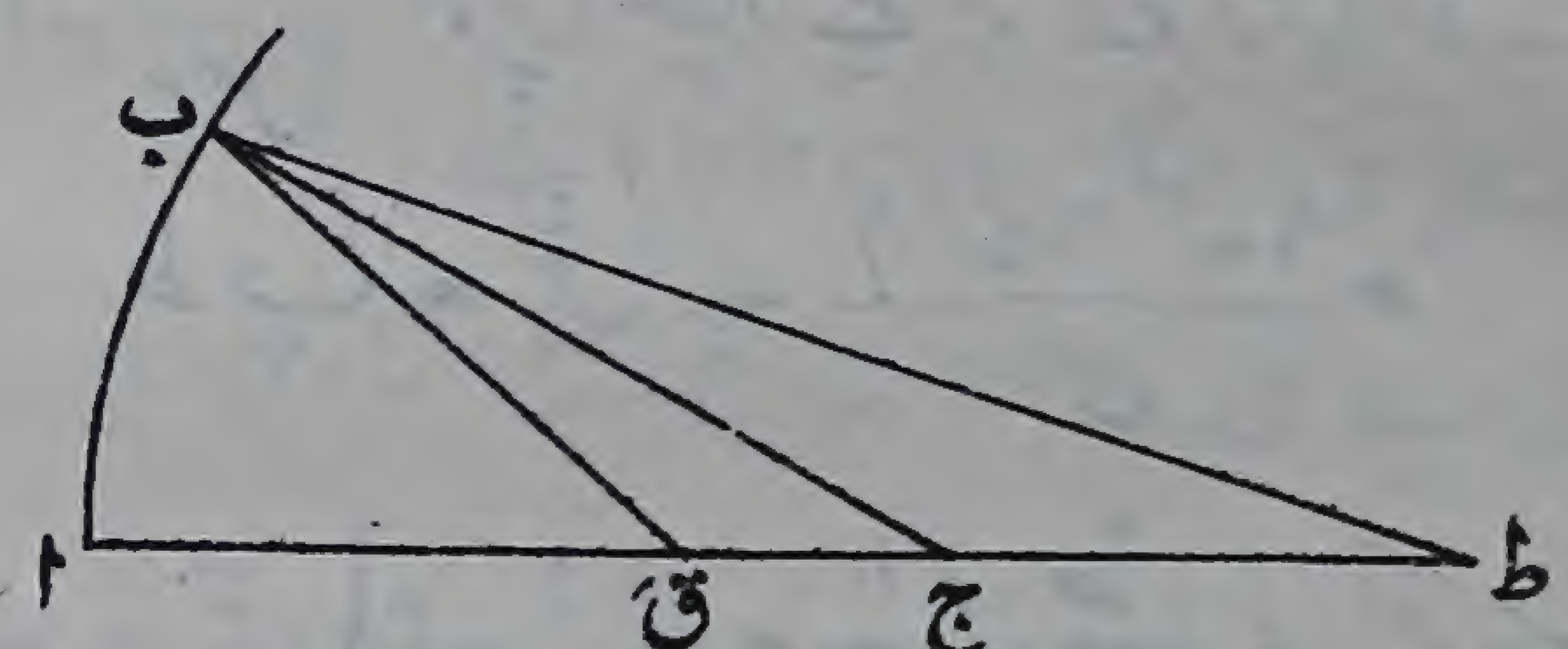
شکل ۵۷

ہے جو محور کے ساتھ چھوٹا زاویہ بنانے والی شعاعوں کی وجہ سے بنتا ہے۔ آتشی منحنی کو نقطہ دار خط کے ذریعہ دکھلایا گیا ہے۔

اگر منعکس شدہ روشنی کو ل لَ پر رکھے ہوئے ایک پردہ پر حاصل کیا جائے تو یہ روشنی ایک دائری دھبّہ پر مشتمل ہوگی جس کا کنارہ نسبتاً زیادہ روشن ہوگا۔ اگر اس پردہ کو گ کی طرف ہٹایا جائے تو روشنی کا دھبّہ چھوٹا ہوتا جائیگا اور گ پر پہنچ کر دھبّے کے مرکز پر ایک روشن نقطہ دکھائی دیگا۔ ک کَ پر روشنی کے دھبّہ کا قطر کمترین ہوگا، اِس کے بعد دھبّہ کے باہر ایک نسبتاً کم روشن منطقہ نمودار ہوگا اور سارے دھبّہ کا رقبہ بڑھتا جائیگا لیکن اِس کے مرکزی روشن حصّے کا رقبہ گھٹتا جائیگا۔ بالآخر ق پر ہمیں روشنی کا ایک بہت ہی منوّر نقطہ حاصل ہوگا جس کے گرد مدھم روشنی کی ایک دائری قرص ہوگی۔

دائرہ ک کَ، دائرۂ اقل التباس[۱] کہلاتا ہے اور اِس کو منوّر نقطہ کے اُس خیال کی جو اِس آئینہ کی وجہ سے بنتی ہے قریب ترین صورت سمجھی جاسکتی ہے فاصلہ گ ق کو حاشیہ کی شعاع دگ کی طولی کروی ضلالت[۲] یا محض ضلالت کہتے ہیں اور فاصلہ ق ع کو اس کی عرضی کروی ضلالت[۳] کہتے ہیں۔

(۵۲) **مقعر آئینہ کی کُروی ضلالت**: اِس صورت میں ضلالت کی قدر معلوم کرنے کے لیے شکل ۵۵ پر غور کرو جس میں ط شخص ہے ج اس کا



شکل ۵۵

مرکز انحنا ہے اور قَ وہ نقطہ ہے جس پر محور کے ساتھ ایک وسیع زاویہ پر متّسع ہونے والی ایک شعاع انعکاس کے بعد محور کو قطع کرتی ہے۔ فرض کرو کہ ا ط = ش، ا ج = ص اور ا قَ = خَ نیز فرض کرو کہ ا ب = ھ جو ایک ایسی مقدار ہے کہ $\frac{ھ}{ص}$ کے مکعب اور بلند تر قوتوں کو نظر انداز کردیا جاسکتا ہے۔ بنا بریں ھ کی پیمائش خواہ قوس پر کی جائے یا اِس کو محور سے ب کا عمودی فاصلہ مان لیا جائے بات ایک ہی ہوگی۔

شلث ب ج ط میں $\frac{ج ط}{ط ب} = \frac{جب\ ج ب ط}{جب\ ط ج ب}$

[۱] Circle of least confusion [۲] Longitudinal spherical aberration
[۳] Lateral spherical aberration

مثلث ب قَ ج میں $\frac{\text{قَ ج}}{\text{ب قَ}} = \frac{\text{جب قَ ب ج}}{\text{جب ب ج قَ}}$

لیکن $\angle$ ج ب ط = $\angle$ قَ ب ج اور جب ط ج ب = جب ب ج قَ

اس لیے $\frac{\text{ج ط}}{\text{ط ب}} = \frac{\text{قَ ج}}{\text{ب قَ}}$ .... (۲۲)

اب $\text{ط ب}^۲ = \text{ج ط}^۲ + \text{ج ب}^۲ + ۲\,\text{ج ط . ج ب جم ا ج ب}$

$= (\text{ش} - \text{ص})^۲ + \text{ص}^۲ + ۲\,\text{ص}\,(\text{ش} - \text{ص})\,\text{جم}\,\frac{\text{ھ}}{\text{ص}}$

اور $\text{جم}\,\frac{\text{ھ}}{\text{ص}} = ۱ - \frac{\text{ھ}^۲}{۲\text{ص}^۲}$ اوپر اختیار کیے ہوئے رتبۂ تقریب کی حد تک

پس $\text{ط ب}^۲ = \text{ش}^۲ - \frac{(\text{ش} - \text{ص})}{\text{ص}}\,\text{ھ}^۲$

اور $\text{ط ب} = \text{ش}\left\{۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{ش}}\right)\frac{\text{ھ}^۲}{۲\text{ش}}\right\}$ تقریباً

اسی طرح $\text{قَ ب} = \text{خَ}\left\{۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{خَ}}\right)\frac{\text{ھ}^۲}{۲\text{خَ}}\right\}$ تقریباً

مساوات (۲۲) سے ج ط × ب قَ = قَ ج × ط ب۔ اس میں اندراج کرنے پر ہمیں حاصل ہوگا:

$$(\text{ش} - \text{ص})\,\text{خَ}\left\{۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{خَ}}\right)\frac{\text{ھ}^۲}{۲\text{خَ}}\right\} = (\text{ص} - \text{خَ})\,\text{ش}\left\{۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{ش}}\right)\frac{\text{ھ}^۲}{۲\text{ش}}\right\}$$

بالطرفین کو ش خَ ص سے تقسیم کردینے پر:

$$\left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{ش}}\right)\left\{۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{خَ}}\right)\frac{\text{ھ}^۲}{۲\text{خَ}}\right\} = \left(\frac{۱}{\text{خَ}} - \frac{۱}{\text{ص}}\right)\left\{۱ - \left(\frac{۱}{\text{ص}} - \frac{۱}{\text{ش}}\right)\frac{\text{ھ}^۲}{۲\text{ش}}\right\}$$

پس

$$\frac{1}{\text{خ}'} + \frac{1}{\text{ش}} = \frac{2}{\text{ص}} + \left(\frac{1}{\text{ص}} - \frac{1}{\text{ش}}\right)\left(\frac{1}{\text{خ}'} - \frac{1}{\text{ص}}\right)\left(\frac{1}{\text{ش}} + \frac{1}{\text{خ}'}\right)\frac{\text{ه}^2}{2} \quad \ldots (۲۳)$$

چونکہ ه^2 ایک چھوٹی مقدار ہے اِس لیے اِس کے سر میں ہم خ َ کی بجائے (۵۴۳)
خ لکھ سکتے ہیں۔ جہاں خ محور کے ساتھ ایک چھوٹا زاویہ بنانے والی شعاعوں کے لیے خیال کا فاصلہ ہے۔ بنا بریں چونکہ $\frac{1}{\text{خ}} + \frac{1}{\text{ش}} = \frac{2}{\text{ص}}$ اِس لیے مساوات (۲۳) ہو جائیگی:

$$\frac{1}{\text{خ}'} + \frac{1}{\text{ش}} = \frac{2}{\text{ص}} + \left(\frac{1}{\text{ص}} - \frac{1}{\text{ش}}\right)^2 \frac{\text{ه}^2}{\text{ص}} \quad \ldots\ldots\ldots (۲۴)$$

اِس مساوات سے قَ کا محل حاصل ہو جاتا ہے۔

شعاع ب قَ کی ضلالت خَ ۔ خ مساوی ہے

$$\left(\frac{1}{\text{خ}} - \frac{1}{\text{خ}'}\right) \text{خ خ}' \text{ کے}$$

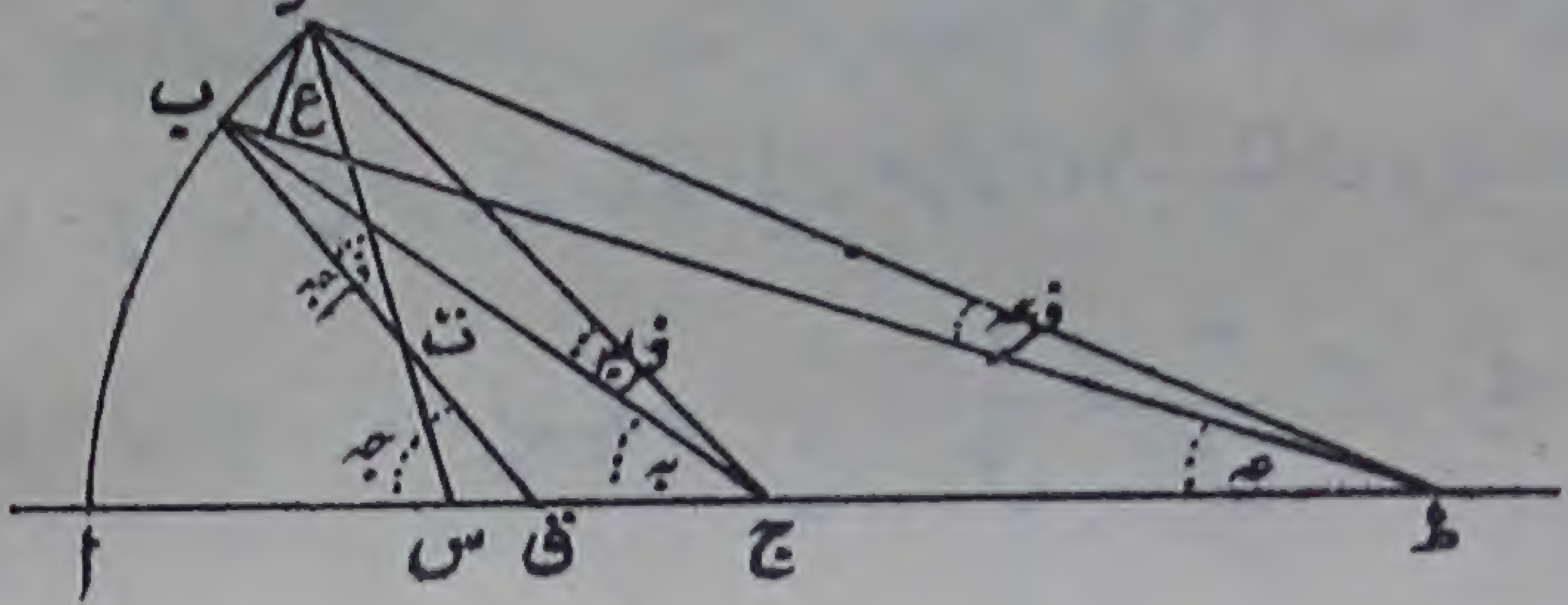
$$= -\left(\frac{1}{\text{ص}} - \frac{1}{\text{ش}}\right)^2 \cdot \frac{\text{ه}^2}{\text{ص}} \cdot \text{خ خ}'$$

$$= -\frac{\left(\frac{1}{\text{ص}} - \frac{1}{\text{ش}}\right)^2}{\left(\frac{2}{\text{ص}} - \frac{1}{\text{ش}}\right)^2} \cdot \frac{\text{ه}^2}{\text{ص}}$$

جبکہ خ = خَ لکھا جائے۔

ابہامی انعکاس مقعر آئینہ پر: فرض کرو کہ ب د (شکل ۵۹) ایک مقعر کروی آئینہ کے ایک چھوٹے سے حصہ کی تراش ہے،

اِس آئینہ کا مرکز انحناج ہے، اور منوّر نقطہ ط سے اِس آئینہ پر واقع ہونے والی شعاعیں ط ب اور ط د اِس آئینہ کے محور کے ساتھ ایک بڑا زاویہ بناتی ہیں۔



شکل ۵۹

فرض کرو کہ شعاع ط ب انعکاس کے بعد آئینہ کے محور سے نقطہ ق پر آملتی ہے اور شعاع ط د، ب ق کو ت پر اور محور کو س پر قطع کرتی ہے۔ زاویوں ب ط ج، ب ج ق اور ب ق ا کو عہ، بہ اور جہ سے تعبیر کرو اور فرض کرو کہ زاویے د ط ب، د ج ب اور د ت ب بالترتیب فرعہ، فربہ اور فرجہ ہیں۔ فرض کرو کہ ب ط = ش، ب ت = خ١، ب ق = خ٢، ج ب = ص اور نقطہ ب پر زاویہ وقوع اور زاویہ انعکاس فہ ہے۔ بنا برین

△ ق ب ط = △ ق ب ج + △ ج ب ط

جس سے ہمیں حاصل ہوگا:

خ٢ ش جب ٢ فہ = خ٢ ص جب فہ + ص ش جب فہ

جبکہ مشترک جز ضربی ½ کو حذف کردیا جائے۔ طرفین کو ش خ٢ ص جب فہ سے تقسیم کر دینے سے ہمیں حاصل ہوگا:

١/ش + ١/خ٢ = ٢ جم فہ/ص .... (٢٥)

د سے ب ط پر عمود د ع کھینچو۔ تب چونکہ فرعہ ایک چھوٹا زاویہ ہے اِس لیے
(۵۴) د ع = د ط فرعہ = ش فرعہ۔ چونکہ ب د ایک چھوٹی قوس ہے اس لیے
ہم اِسی کو ایک خطِ مستقیم مان لے سکتے ہیں۔ زاویہ ب د ع = فہ۔
اِس لیے د ع = ب د جم فہ۔ پس ش فرعہ = ب د جم فہ

یا
$$\text{فرعہ} = \frac{\text{ب د جم فہ}}{\text{ش}}$$

اِسی طرح
$$\text{فرجہ} = \frac{\text{ب د جم فہ}}{\text{خ}_{۱}}$$

اور
$$\text{فربہ} = \frac{\text{ب د}}{\text{ص}}$$

اب فہ = بہ - عہ = جہ - بہ - اِس لیے عہ + جہ = ۲ بہ - یہی رشتہ عہ، بہ اور جہ کے اضافوں کے درمیان بھی پایا جانا چاہیے۔ پس:

$$\text{فرعہ} + \text{فرجہ} = ۲\ \text{فربہ}$$

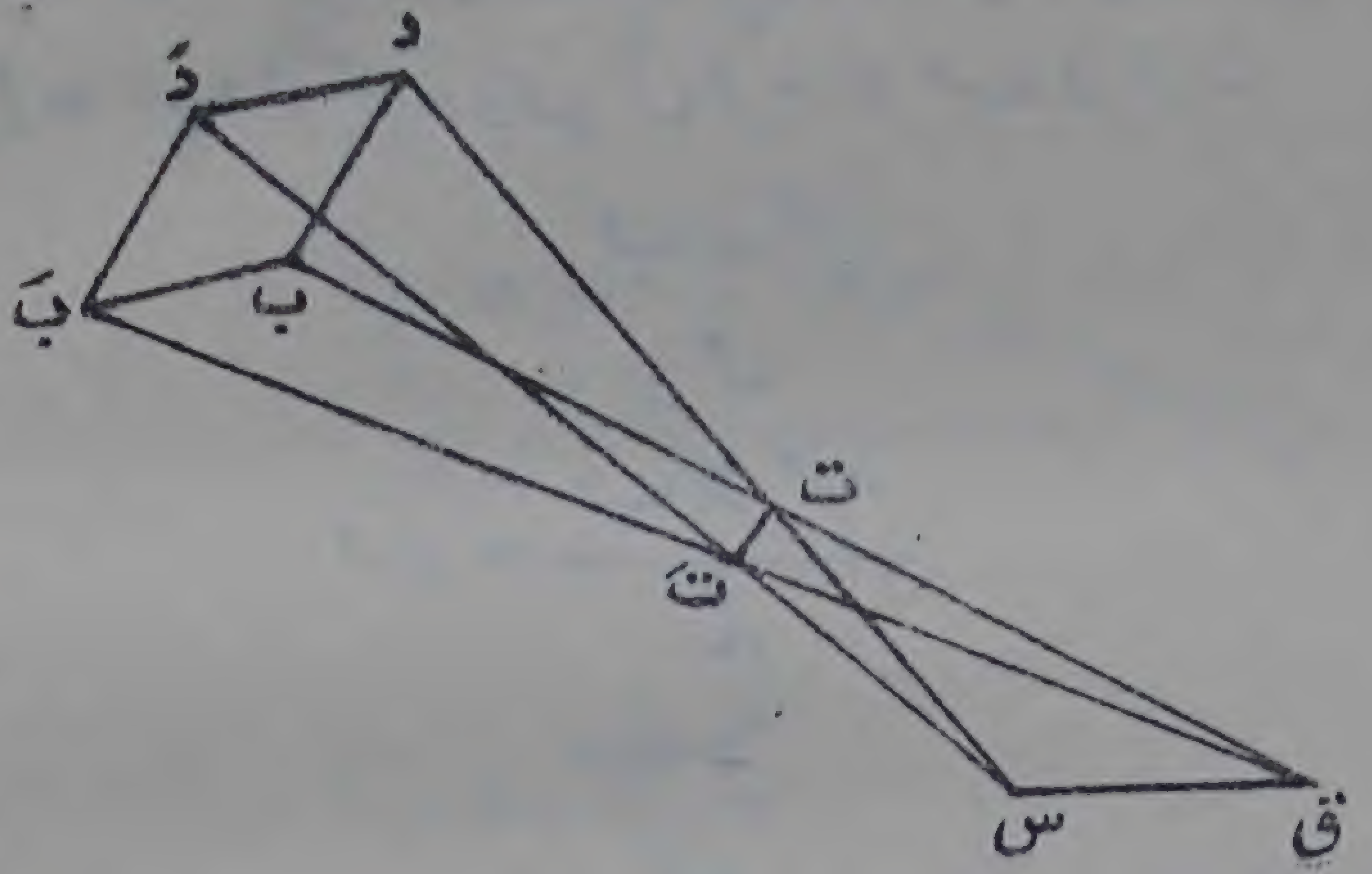
یا
$$\frac{\text{ب د جم فہ}}{\text{ش}} + \frac{\text{ب د جم فہ}}{\text{خ}_{۱}} = \frac{۲\ \text{ب د}}{\text{ص}}$$

اِس کو ب د جم فہ پر تقسیم کرنے سے ہمیں حاصل ہوگا:

$$\frac{۱}{\text{ش}} + \frac{۱}{\text{خ}_{۱}} = \frac{۲}{\text{ص جم فہ}} \quad \text{..........(۲۶)}$$

اب اِس شکل کو ا ط کے گرد ایک چھوٹے سے زاویہ میں گھماؤ۔ یہی نتائج ہر آن کے محل کے لیے صادق آئینگے۔ ب د رقبہ کے ایک ایسے ٹکڑے کو مرتسم کریگا جس کی شکل تقریباً مستطیلی ہوگی۔ مثلث ط ب د نقطہ ط سے متنبع ہونے والی شعاعوں کا ایک مجسم مثلث مرتسم کریگا۔ نقطہ ت ایک چھوٹا سا خط مرتسم کریگا اور منعکس شعاعیں اِس خط اور محور میں سے گزرینگی۔ یہ تمام

باتیں شکل ۶۰ میں زیادہ واضح طور پر دکھلائی گئی ہیں جس میں ب ا د دَ بَ ب د کا مرتسم کردہ رقبہ ہے، ت تَ، نقطہ ت کا مرتسم کردہ خط ہے، اور س ق محور ہے۔



شکل ۶۰

پس کسی نقطہ سے منتشر ہونے والی شعاعوں کی ایک پنسل مقعر آئینہ کے ایک ٹکڑے پر مائل وضع میں منعکس ہونے کے بعد دو چھوٹے خطوط پر مستدق ہوتی ہے، جن میں سے ایک اِس پنسل کے صدر شعاع اور آئینہ کے مرکز انحناء کو لیے ہوئے مستوی میں واقع ہوتا ہے اور دوسرا اِس مستوی کے علی القوایم۔ اِن خطوں کو ماسکی خطوط کہتے ہیں، ت تَ پہلا ماسکی خط کہلاتا ہے، س ق دوسرا ماسکی خط کہلاتا ہے اور اِن کے محل مساواتوں (۲۶) اور (۲۵) سے حاصل ہوتے ہیں۔

اگر شعاعوں کی پنسل کے راستہ میں ایک ماسکی خط کے قریب ایک پردہ رکھا جائے تو اِس پر روشنی کا ایک غیر منتظم دھبہ حاصل ہوگا جس کا یا تو طول بیحد چھوٹا ہوگا یا عرض۔ لیکن اِن ماسکی خطوط کے درمیان ایک خاص مقام پر اُس دھبہ کے طول اور عرض باہم مساوی ہونگے اِس مقام کو دائرہ اقل النتباس کہتے ہیں کیونکہ عام صورت میں اس دھبہ کی

شکل تقریباً دائری ہو جاتی ہے۔ اِس کو ہم نقطہ ط کا ایک مسخ خیال سمجھ سکتے ہیں۔ جو منعکس شعاعوں سے پیدا کیے ہوئے خیال کا قریب ترین تقرب ہے۔

شکل ۶۰ب میں دکھلائی ہوئی جیسی پنسل جو کسی مقام پر بھی ایک نقطہ میں سے نہیں گزرتی **ابہامی پنسل** کہلاتی ہے۔ انگریزی میں اِسس کو (Astigmatic pencil) کہتے ہیں جو یونانی الفاظ a بمعنی نہیں، اور (stigma) بمعنی نقطہ کا مشتق ہے۔ ماسکی خطوط کے درمیانی فاصلہ کو **ابہامی فرق** کہا جاتا ہے۔ اور اِس کی قیمت جملہ ذیل سے حاصل ہوتی ہے:

(۵۵)

$$\text{ابہامی فاصلہ}\quad \text{خ}_2 - \text{خ}_1 = \text{خ}_1\,\text{خ}_2\left(\frac{1}{\text{خ}_1} - \frac{1}{\text{خ}_2}\right)$$

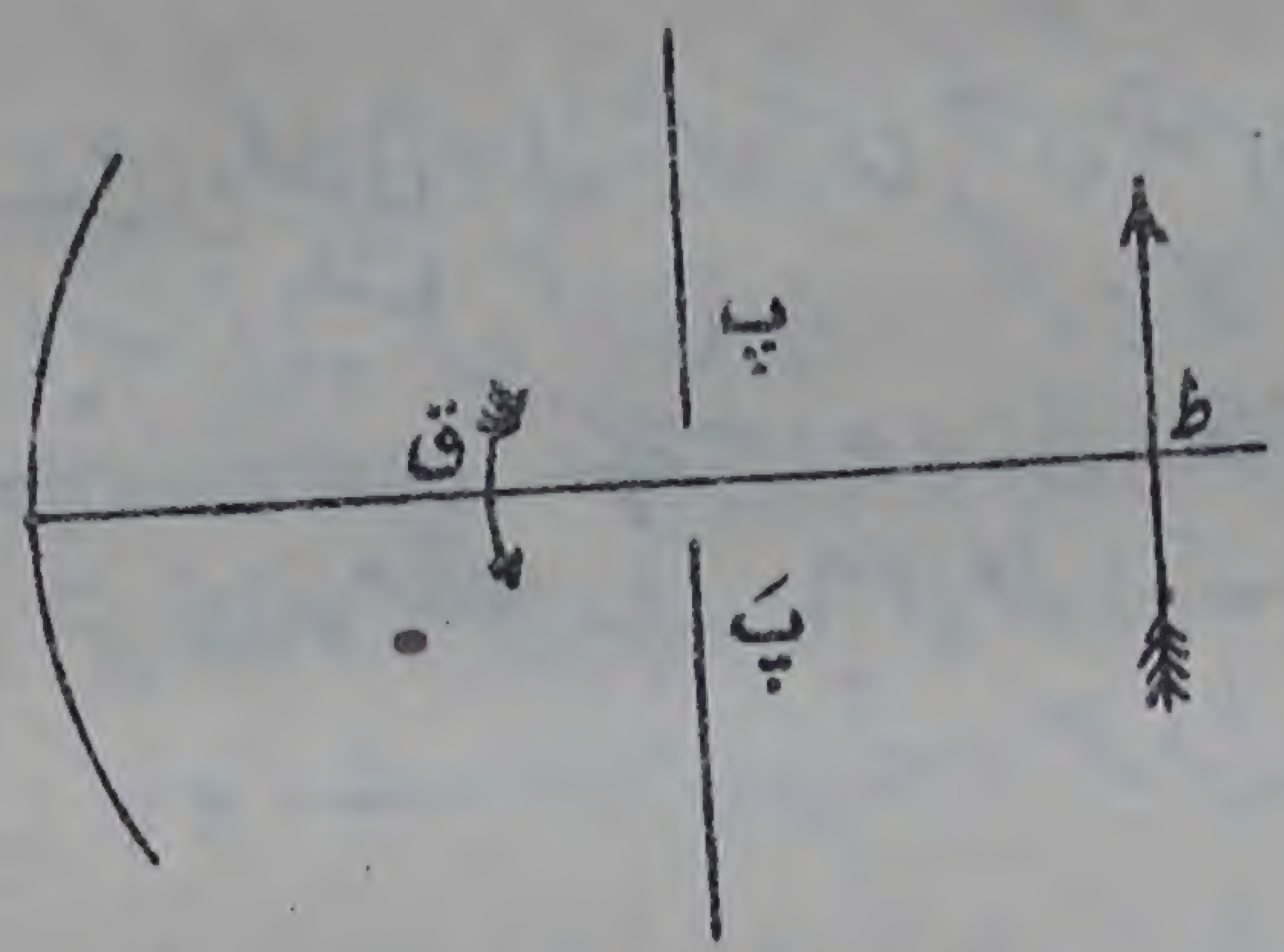
$$= \text{خ}_1\,\text{خ}_2\left(\frac{2}{\text{ص}\cdot\text{جم فہ}} - \frac{2\,\text{جم فہ}}{\text{ص}}\right)$$

$$= \frac{2\,\text{خ}_1\,\text{خ}_2}{\text{ص}}\ \text{جب فہ مس فہ}$$

پس یہ فرق زاویہ وقوع کے ساتھ بہت تیزی سے بڑھتا جاتا ہے۔

اِنحنا اور مسخ: اب تک ہم نقطی شخصوں سے بحث کرتے رہے ہیں شکل ۶۱ب میں ط پر ایک خطی شخص دکھلایا گیا ہے۔ اِس کے ہر ایک نقطہ کے لیے شکل میں دکھلائے ہوئے مقعر آئینہ کی وجہ سے بننے والے خیال کا محل ابتدائی ضابطہ سے محسوب کر لیا جائے تو یہ تمام خیال ق پر دکھلائے ہوئے معکوس منحنی پیکان پر واقع پائے جاتے ہیں۔ اگر آئینہ کے مرکز انحنا پر ایک ایسا پردہ پ پَ رکھ دیا جائے جس میں ایک چھوٹا سا ثقبہ بنا ہوا ہو تو ط کے ہر ایک نقطہ کا خیال صرف ایک مرکزی باریک پنسل کی وجہ سے بنیگا
(۵۶) اور کروی ضلالت اور ابہامیت کے نقائص کلیۃً ساقط ہو جائینگے لیکن اِس سے خیال کی تنویر گھٹ جائیگی۔ یہ صحیح مقام پر ترتیب دیے ہوئے ایک

روک (stop) کے اثر کی ایک دلچسپ مثال ہے۔ چونکہ شخص کے تمام نقاط آئینہ سے ایک ہی فاصلے پر واقع نہیں ہوتے جب کہ اِن کے فاصلے مرکز انحنا میں



شکل ۹۱

سے گزرنے والے خطِ مستقیم کی سیدھ میں ناپے جائیں اِس لیے شخص کے سروں کی تکبیر اس کے وسطی حصّے کی تکبیر سے مختلف ہوتی ہے۔

اِس لیے اِس صورت میں دو نئے نقایص پیدا ہو جاتے ہیں جن کو خیال کا انحنا اور مسخ کہتے ہیں۔

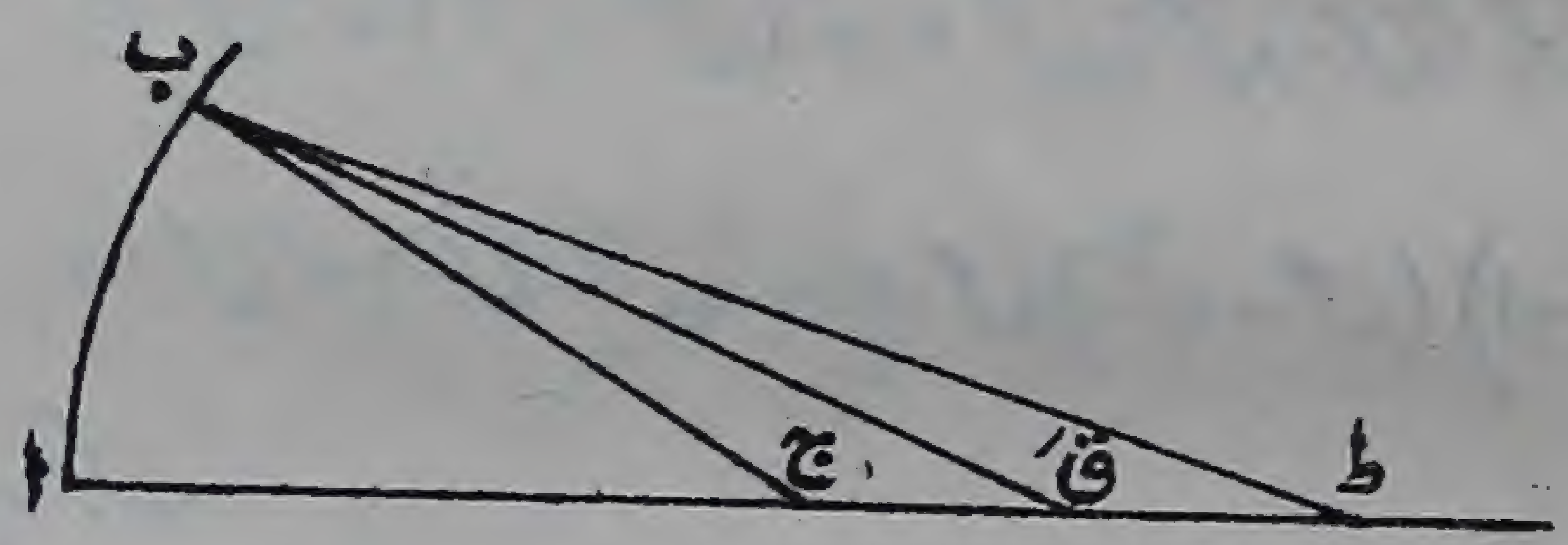
محدب کروی آئینہ کے انعکاس سے حاصل ہونے والے آتشی منحنی یہ اِس آئینہ کی صورت میں حاشیئی شعاع کی ضلالت اور ایک باریک پنسل سے ابہامی انعکاس پر بالکل اُسی طرح غور کیا جا سکتا ہے جس طرح کہ اوپر مقعر آئینہ کی متناظر صورت میں کیا گیا ہے۔

وسیع زاویہ والی پنسل کا انعطاف کروی سطح پر:

اگر محور کے ساتھ وسیع زاویہ والی شعاعوں کی ایک پنسل کسی نقطہ سے متسع ہو کر ایک کروی سطح پر منعطف ہو جائے تو یہ شعاعیں انعطاف کے بعد، جیسا کہ انعکاس کی مماثل صورت میں ہوتا ہے، ایک نقطہ میں سے نہیں گزرتیں بلکہ

ایک آتشی سطح کو مس کرتی ہیں جس کی نوک محور پر ہوتی ہے۔ چنانچہ اِس صورت میں بھی ہمیں ضلالت اور دائرۂ اقل التباس کے وہی مظاہر حاصل ہوتے ہیں۔

ایک حاشئی شعاع انعطاف کے بعد محور سے جس نقطہ پر آملتی ہے اُس کا محل معلوم کرنے کے لیئے شکل ۶۲ پر غور کرو۔ ط ب ایک ایسی شعاع ہے جو ہوا میں سے



شکل ۶۲

انعطاف نما مہ والے واسطہ کی ایک کروی سطح ا ب پر واقع ہوتی ہے۔ ج اِس سطح کا مرکز انحنا ہے۔ فرض کرو کہ ط ب کے انعطاف کے بعد اِس کے راستہ کو پیچھے کی طرف بڑھانے پر یہ ب قَ سے تعبیر ہوتا ہے اور فاصلہ ا ب مساوی ہے ھ کے۔ جیسا کہ صفحہ ۹۵ پر بتایا گیا ہے ھ ایک ایسی مقدار ہے کہ $\frac{ھ}{ص}$ کے مکعب اور بلند تر قوتوں کو نظر انداز کر دیا جا سکتا ہے۔

فرض کرو کہ ا ط = سَ، ا قَ = خَ اور ا ج = ص

چنانچہ مثلث ب ج ط میں $\frac{ج ط}{ط ب} = \frac{جب\ ج ب ط}{جب\ ط ج ب}$

اور مثلث ب ج قَ میں $\frac{ج قَ}{قَ ب} = \frac{جب\ ج ب قَ}{جب\ قَ ج ب}$

لیکن جب ج ب ط = مہ جب ج ب قَ

بنا بریں

ج ط / ط ب = مہ ج قَ / قَ ب

یا

مہ ج قَ × ط ب = ج ط × قَ ب ...... (۲۷)

اب　ب ط² = ب ج² + ج ط² + ۲ ب ج × ج ط جم اج ب

= ص² + (ش - ص)² + ۲ ص (ش - ص) جم ھ/ص

= ص² + (ش - ص)² + ۲ ص (ش - ص) (۱ - ھ²/۲ص²) مضمرہ تقریب کے رتبہ تک

= ش² - (ش - ص) ھ²/ص　(۲۷ھ)

پس اس امر کو ملحوظ رکھتے ہوئے کہ ھ² ایک بہت چھوٹی مقدار ہے ، ہمیں حاصل ہوگا :

ب ط = ش {۱ - (۱/ص - ۱/ش) ھ²/۲ش}

اور اسی طرح　ب قَ = خَ {۱ - (۱/ص - ۱/خَ) ھ²/۲خَ}

مساوات (۲۷) میں یہ قیمتیں درج کرنے سے حاصل ہوگا :-

مہ (خَ - ص) ش {۱ - (۱/ص - ۱/ش) ھ²/۲ش}

= (ش - ص) خَ {۱ - (۱/ص - ۱/خَ) ھ²/۲خَ}

یا　مہ (۱/ص - ۱/خَ) {۱ - (۱/ص - ۱/ش) ھ²/۲ش}

= (۱/ص - ۱/ش) {۱ - (۱/ص - ۱/خَ) ھ²/۲خَ}

$$\text{یا}\quad \frac{\text{مہ}}{\text{خ}'} - \frac{1}{\text{ش}} = \frac{\text{مہ}-1}{\text{ص}} + \left(\frac{1}{\text{ص}} - \frac{1}{\text{خ}'}\right)\left(\frac{1}{\text{ص}} - \frac{1}{\text{ش}}\right)\left(\frac{1}{\text{خ}'} - \frac{\text{مہ}}{\text{ش}}\right)\frac{\text{ھ}^2}{2}$$

چونکہ ھ² ایک چھوٹی مقدار ہے اِس لیے ھ² کے سر میں خ′ کی بجائے خ درج کیا جا سکتا ہے جہاں خ خیال کا فاصلہ ہے اُن شعاعوں کی صورت میں جو محور کے ساتھ ایک چھوٹے زاویہ پر مائل ہوں، اور جس کی قیمت مساوات ذیل سے حاصل ہو گی :

$$\frac{\text{مہ}}{\text{خ}} - \frac{1}{\text{ش}} = \frac{\text{مہ}-1}{\text{ص}}$$

پس ق′ کے محل کو متعین کرنے والی مساوات ہو جائیگی :

$$\frac{\text{مہ}}{\text{خ}'} - \frac{1}{\text{ش}} = \frac{\text{مہ}-1}{\text{ص}} + \frac{1}{\text{مہ}^2}\left(\frac{1}{\text{ص}} - \frac{1}{\text{ش}}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ش}} + \frac{\text{مہ}-1}{\text{ص}} - \frac{\text{مہ}^2}{\text{ش}}\right)\frac{\text{ھ}^2}{2}$$

$$= \frac{\text{مہ}-1}{\text{ص}} + \frac{\text{مہ}-1}{\text{مہ}^2}\left(\frac{1}{\text{ص}} - \frac{1}{\text{ش}}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ص}} - \frac{\text{مہ}+1}{\text{ش}}\right)\frac{\text{ھ}^2}{2} \quad \ldots (۲۸)$$

پتلے عدسہ کی کروی ضلالت : اب قابل نظر انداز دبازت والے ایک عدسہ کی دونوں سطحوں پر مساوات (۲۸) کا اطلاق کرینگے۔ دوسرے باب کی ترقیم کے مطابق فرض کرو کہ شخص کا فاصلہ عدسہ سے ش ہے، پہلے اور دوسرے رُخوں کے نصف قطر انحنا ص_1 اور ص_2 ہیں عدسہ کے مادّہ کا انعطاف نما مہ ہے، عدسہ سے اُس نقطہ کا فاصلہ جہاں پر حاشئی شعاع کی سمت پہلے انعطاف کے بعد محور کو قطع کرتی ہے ف ہے اور دوسرے انعطاف کے بعد متناظر فاصلہ خ′ ہے۔

چنانچہ پہلے انعطاف کے لیے :

$$\frac{\text{مہ}}{\text{ف}} - \frac{1}{\text{ش}} = \frac{\text{مہ}-1}{\text{ص}_1} + \frac{\text{مہ}-1}{\text{مہ}^2}\left(\frac{1}{\text{ص}_1} - \frac{1}{\text{ش}}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ص}_1} - \frac{\text{مہ}+1}{\text{ش}}\right)\frac{\text{ھ}^2}{2}$$

اور دوسرے انعطاف کے لیے اِس مفروضہ پر کہ شعاع کی سمت اُلٹ گئی ہے :

$$\frac{\text{مہ}}{\text{ف}} - \frac{1}{\text{خَ}} = \frac{\text{مہ}-1}{\text{ص}_2} + \frac{\text{مہ}-1}{\text{مہ}^2}\left(\frac{1}{\text{خَ}}-\frac{1}{\text{ص}_2}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ص}_2}-\frac{\text{مہ}+1}{\text{خَ}}\right)\frac{\text{ھ}^2}{2}$$

عمل تفریق سے :

$$\frac{1}{\text{خَ}} - \frac{1}{\text{ش}} = (\text{مہ}-1)\left(\frac{1}{\text{ص}_1}-\frac{1}{\text{ص}_2}\right) + \frac{\text{مہ}-1}{\text{مہ}^2}\left\{\left(\frac{1}{\text{ش}}-\frac{1}{\text{ص}_1}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ص}_1}-\frac{\text{مہ}+1}{\text{ش}}\right) - \left(\frac{1}{\text{خَ}}-\frac{1}{\text{ص}_2}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ص}_2}-\frac{\text{مہ}+1}{\text{خَ}}\right)\right\}\frac{\text{ھ}^2}{2}$$

ھ² کے سر میں خَ کی بجائے محوری شعاعوں کے لیے اِس کی قیمت خ (۵۸)
استعمال کی جاسکتی ہے جو مساواتِ ذیل سے حاصل ہوتی ہے :

$$\frac{1}{\text{خ}} - \frac{1}{\text{ش}} = (\text{مہ}-1)\left(\frac{1}{\text{ص}_1}-\frac{1}{\text{ص}_2}\right)$$

پس :

$$\frac{1}{\text{خَ}} - \frac{1}{\text{ش}} = (\text{مہ}-1)\left(\frac{1}{\text{ص}_1}-\frac{1}{\text{ص}_2}\right) + \frac{\text{مہ}-1}{\text{مہ}^2}\left\{\left(\frac{1}{\text{ش}}-\frac{1}{\text{ص}_1}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ص}_1}-\frac{\text{مہ}+1}{\text{ش}}\right) - \left(\frac{1}{\text{خ}}-\frac{1}{\text{ص}_2}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ص}_2}-\frac{\text{مہ}+1}{\text{خ}}\right)\right\}\frac{\text{ھ}^2}{2}$$

حاشئی شعاع کی ضلالت = خَ − خ

$$= \left(\frac{1}{\text{خ}}-\frac{1}{\text{خَ}}\right)\text{خ}\,\text{خَ} = -\frac{\text{مہ}-1}{\text{مہ}^2}\left\{\left(\frac{1}{\text{ش}}-\frac{1}{\text{ص}_1}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ص}_1}-\frac{\text{مہ}+1}{\text{ش}}\right) - \left(\frac{1}{\text{خ}}-\frac{1}{\text{ص}_2}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ص}_2}-\frac{\text{مہ}+1}{\text{خ}}\right)\right\}\frac{\text{خ}^2\text{ھ}^2}{2} \quad \ldots\ldots (۲۹)$$

پتلے عدسہ کی کروی ضلالت جبکہ شخص لا تناہی پر

ہو :- مساوات (۲۹) میں ش = ∞ اور خ = م درج کرنے پر یہ جملہ ہو جائیگا :

$$-\frac{\text{مہ}-1}{\text{مہ}^2}\left\{\frac{1}{\text{ص}_1^2}-\left(\frac{1}{\text{ص}_1}-\frac{1}{\text{م}}\right)^2\left(\frac{1}{\text{ص}_2}-\frac{\text{مہ}+1}{\text{م}}\right)\right\}\frac{\text{ھ}^2\text{م}^2}{2}\ \ldots\ldots(30)$$

$\frac{\text{ص}_1}{\text{ص}_2}$ کی بجائے صہ لکھنے سے :

$$\frac{1}{\text{م}}=(\text{مہ}-1)\left(\frac{1}{\text{ص}_1}-\frac{1}{\text{ص}_2}\right)=\frac{(\text{مہ}-1)(1-\text{صہ})}{\text{ص}_1}=\frac{(\text{مہ}-1)(1-\text{صہ})}{\text{صہ}\,\text{ص}_2}\ \ldots(31)$$

ان مساواتوں کی مدد سے مساوات (۳۰) سے ص۱ اور ص۲ کو ساقط کر دینے پر ہمیں حاصل ہوگا :

$$\frac{-\text{ھ}^2\left\{2-2\,\text{مہ}^2+\text{مہ}^3+\text{صہ}\,(\text{مہ}+2\,\text{مہ}^2-2\,\text{مہ}^3)+\text{صہ}^2\,\text{مہ}^3\right\}}{\text{م}\ 20\ \text{مہ}\,(\text{مہ}-1)^2\,(1-\text{صہ})^2}\ \ldots(32)$$

اگر عدسہ دوہرا محدب یا دوہرا مقعر ہو تو صہ منفی ہوتا ہے، اگر یہ محدب مقعر یا مقعر محدب ہو تو صہ مثبت ہوتا ہے۔

اگر شمار کنندہ میں قوسین کے اندر کے جملہ کو صہ کا دو درجی تفاعل سمجھا جائے تو اِس کا ممیز حسبِ ذیل ہوگا :

$$(\text{مہ}+2\,\text{مہ}^2-2\,\text{مہ}^3)^2-4\,\text{مہ}^3\,(2-2\,\text{مہ}^2+\text{مہ}^3)$$
$$=\text{مہ}^4\,(1-4\,\text{مہ})$$

چونکہ مہ کی قیمت عملاً ۱.۵ اور ۲ کے درمیان ہی پائی جاتی ہے اِس لیے یہ ہمیشہ منفی ہوتا ہے۔ بنا برین اِس تفاعل کے صفر خیالی ہوتے ہیں اور صہ کے تغیر کے ساتھ ساتھ اِس تفاعل کی علامت نہیں بدلتی۔ لیکن جب

صہ = ۰ تو یہ مثبت ہوتا ہے لہذا یہ ہمیشہ مثبت ہوتا ہے اور اس لیے خَ۔خ کی علامت وہی ہوتی ہے جو۔م کی۔پس انحنائی نصف قطروں کی نسبت خواہ کچھ ہی کیوں نہ ہو حاشئی شعاعیں محوری شعاعوں کے مقابلہ میں عدسہ سے قریب تر مقام پر ماسکہ میں آتی ہیں۔ ایک واحد پتلے عدسہ کی صورت میں اس ضلالت کو صفر کبھی نہیں کیا جا سکتا لیکن ایک محدّب اور ایک مقعر عدسہ کو اس طرح ترکیب دیا جا سکتا ہے کہ اس مرکب عدسہ کی ضلالت صفر ہو جائے۔

فرض کرو کہ ھ، م اور مہ کی قیمتیں دی گئی ہیں اور یہ دریافت کرنا مطلوب ہے کہ صہ کی کس قیمت کے لیے ضلالت کی قیمت اقل ہوتی ہے۔ مساوات (۳۲) کو صہ کے لحاظ سے تفرقا کر نتیجہ کو صفر کے مساوی رکھنے پر ہمیں حاصل ہوگا:

$$\text{صہ} = \frac{\text{۲مہ}^2 - \text{مہ} - \text{۴}}{\text{مہ}(\text{۱}+\text{۲مہ})} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (\text{۳۳})$$

(۵۹) اس سے صریحاً اقل قیمت ہی حاصل ہوگی کیونکہ صرف یہی ایک موڑ کی قیمت ہے اور صہ = ا کے لیے یہ جملہ لا متناہی ہو جاتا ہے۔ اگر مساوات (۳۳) میں مہ کی قیمت ۱٫۵ کے مساوی لکھی جائے تو صہ کی قیمت $-\frac{1}{9}$ ہو جاتی ہے اور مہ کو ۲ کے مساوی رکھا جائے تو صہ $+\frac{1}{5}$ ہو جاتا ہے۔ ہر دو صورتوں میں مساوات (۳۱) کی رو سے ص کی علامت وہی ہونی چاہیے جو کہ م کی ہوتی ہے اس لیے اگر محدّب عدسہ درکار ہو تو پہلی صورت میں اس کو دوہرا محدّب ہونا چاہیے اور نور پہلے اس کے زیادہ منحنی رُخ پر واقع ہونی چاہیے، اور دوسری صورت میں اس کو محدّب ہلالی ہونا چاہیے اور نور پہلے اس کے زیادہ منحنی رُخ پر واقع ہونی چاہیے۔ جس عدسے کے انحناؤں کی نسبت اس طرح منتخب کی گئی ہو کہ اس کی کروی ضلالت کی قیمت اقل ہو جائے اُس کو متقاطع (erossed) عدسہ کہتے ہیں۔

اعداد مندرجۂ جدولِ ذیل جو ڈروڈ[۱] کے "علم مناظر" سے

۱ـ Drude

لیے گئے ہیں یہ بتلاتے ہیں کہ کسی عدسہ کی طولی ضلالت کی قیمت مہ اور صہ کے ساتھ ساتھ کیسے بدلتی جاتی ہے جبکہ اِس کے ماسکی طول م اور اِس کے نصف قطر ھ کی قیمتیں مستقل اور بالترتیب ایک میٹر اور ۱۰ سمر رکھی جائیں۔

عدسہ کی شکل	مہ = ۱٫۵		مہ = ۲٫۰	
	صہ	ضلالت	صہ	ضلالت
سامنے کی سطح مستوی	∞	۴٫۵ سمر	∞	۲٫۶۰ سمر
متشاکل۔	−۱	۱٫۶۷ ″	−۱	۱٫۶۰ ″
پیچھے کی سطح مستوی	۰	۱٫۱۶ ″	۰	٫۵۰ ″
اقل ضلالت کی شکل	$-\frac{۱}{۶}$	۱٫۰۷ ″	$+\frac{۱}{۵}$	٫۳۴ ″

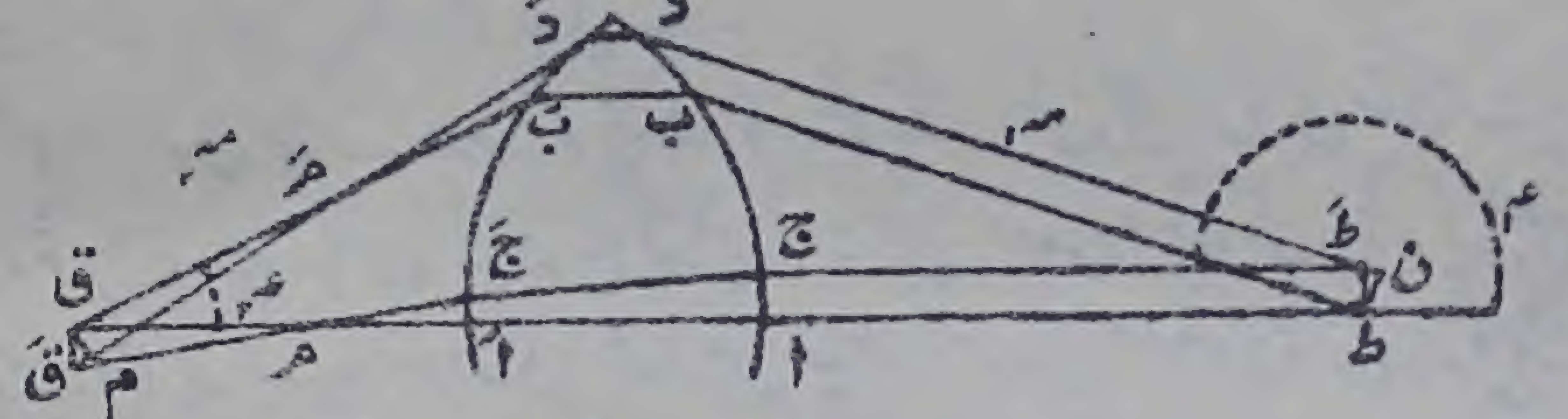
جدول بالا سے واضح ہوگا کہ ایک مستوی محدب عدسہ کے مقابلہ میں متقاطع عدسہ میں کوئی نمایاں خوبی نہیں پائی جاتی اور نیز یہ کہ انعطاف نما کو بڑھانے سے ضلالت معتد بہ طور پر گھٹ جاتی ہے۔

کسی مستوی محدب عدسہ کو پلٹ دینے سے اِس کی کروی ضلالت پر بہت کچھ اثر پڑتا ہے۔ اِس بات کی توقع ابتدائی تصورات کی بناء پر بھی ہو سکتی ہے۔ چنانچہ جب متوازی شعاعیں پہلے اِس کی مستوی سطح پر واقع ہوتی ہیں تو سارا انعطاف اِس کی کروی سطح ہی پر عمل میں آتا ہے، لیکن جب یہ پہلے منحنی سطح پر واقع ہوتی ہیں تو اِن کا انعطاف دونوں رخوں کے درمیان منقسم ہو جاتا ہے اور زاویہ وقوع کو بہت زیادہ بڑا ہونا نہیں پڑتا۔ ابتدائی نظریہ میں جہاں ضلالت سے چشم پوشی کی جاتی ہے جیب فہ = مہ جیب طہ کی بجائے فہ = مہ طہ کا اندراج درست مان لیا جاتا ہے۔ اب فرض کرو ہم اِس کے پھیلاؤ کی دوسری رقم کو بھی لے لیتے ہیں اور $(\text{فہ} - \frac{\text{فہ}^{۳}}{۶}) = \text{مہ}\ (\text{طہ} - \frac{\text{طہ}^{۳}}{۶})$ مان لیتے ہیں۔ چنانچہ پہلے تقرب یعنی

$\frac{1}{6}$ (فہ۳ - ط۳) کی صورت میں فہ کو دُگنا کر دینے پر خطاء دُگنی سے کہیں زیادہ ہو جاتی ہے۔

جیبی شرط: اگر کوئی عدسوی نظام اس طرح بھی وضع کیا جائے کہ یہ ایک نقطہ کا خیال وسیع زاویہ والی پنسل کے استعمال کیے جانے پر بغیر ضلالت کے بنا سکے، تو بھی یہ لازم نہیں آتا کہ یہ نظام اِن ہی حالات کے تحت اِس نقطہ کو گھیرے ہوئے ایک چھوٹے سے رقبہ کا بھی خیال واضح طور پر بنائیگا۔ اِس کے لیے ایک مزید شرط لازم آتی ہے جس کو جیبی شرط کہتے ہیں جو کہ نقطہ اور اِس کے خیال میں سے گزرنے والی مزدوج شعاعوں کے انسلاع کے زاویوں کے جیوب کا باہمی تعلّق ظاہر کرتی ہے۔

فرض کرو کہ ق قَ ایک چھوٹے سے شخص ط طَ کا ایک واضح خیال (۶۰)
ہے جو ایک وسیع زاویہ والی پنسل کی وجہ سے بنتا ہے۔ نیز فرض کرو کہ جس



شکل ۱۳۶

واسطہ میں شخص واقع ہے اُس کا انعطاف نما مہ ہے اور جس واسطہ میں خیال واقع ہے اُس کا انعطاف نما مہ' ہے۔

ط سے دو شعاعیں کھینچو، ایک ط ا محور کی سیدھ میں، اور دوسری ط ب جو محور کی مثبت سمت کے ساتھ ایک بڑا زاویہ ع بناتی ہے، فرض کرو کہ یہ دونوں شعاعیں انعطاف کے بعد قَ پر ملتی ہیں۔ اِسی طرح طَ سے بھی دو شعاعیں کھینچو: ایک طَ ج جو محور کے متوازی ہو اور دوسری طَ د

جو ط ب کے متوازی ہو، فرض کرو کہ یہ دونوں شعاعیں انعطاف کے بعد قَ پر ملتی ہیں۔ شخص اور خیال اتنے چھوٹے ہیں کہ ہم ق ا ب اور قَ دَ کے متعلق یوں سمجھ سکتے ہیں کہ یہ ق ا کے ساتھ ایک ہی زاویہ ع ۲ بناتی ہیں۔ ط سے ط دَ پر عمود ط ن کھینچو اور ق سے قَ دَ پر عمود ق م کھینچو۔

چونکہ شعاعوں طَ ج اور ط ا کا ماسکہ مہ ہے، اس لیے راستہ طَ ج جَ مہ مناظری طور پر راستہ ط ا ا مہ کے مساوی ہے۔ چونکہ ق قَ چھوٹا اور ق مہ پر عمود وار ہے، اس لیے چھوٹی مقداروں کے پہلے رتبہ کی صحت تک ق مہ = قَ مہ۔ بنابریں ط ا ا مہ ق = طَ ج جَ مہ قَ مناظری طور پر۔

چونکہ ق خیال ہے ط کا، اس لیے مناظری طور پر

ط ا ا مہ ق = ط ب بَ مہَ ق

اور چونکہ قَ خیال ہے طَ کا اس لیے مناظری طور پر

طَ ج جَ مہ قَ = طَ د دَ مہَ قَ۔

لیکن مناظری طور پر ط ا ا مہ ق = طَ ج جَ مہ قَ۔ پس مناظری طور پر ط ب بَ مہَ ق = طَ د دَ مہَ قَ

چونکہ مہَ ماسکہ ہے شعاعوں طَ د اور ط ب کا اس لیے راستے ن د دَ مہَ اور ط ب بَ مہَ مناظری طور پر مساوی ہوتے ہیں۔ نیز چونکہ ق م چھوٹا اور قَ دَ پر عمود وار ہے اس لیے چھوٹی مقداروں کے پہلے رتبہ کی صحت تک مہَ ق = مہَ م پس مناظری طور پر

ن د دَ مہَ م = ط ب بَ مہَ ق

اِس نتیجہ کو پہلے نتیجہ کے ساتھ ملانے سے طَ د دَ مہَ قَ = ن د دَ مہَ م

مناظری طور پر۔ اِس لیے سروں پر کے حصّے طَ ن اور قَ م ایک ہی مناظری طول کے ہونے چاہییں : یعنی

م۱ . طَ ن = م۲ . قَ م

فرض کرو کہ ط طَ = ما۱ اور ق قَ = ما۲ ۔ بنا برین

طَ ن = ط طَ . جب ط طَ ن = ما۱ جب ع۱

اور قَ م = ق قَ . جب قَ ق م = ما۲ جب ع۲

پس :

م۱ ما۱ جب ع۱ = م۲ ما۲ جب ع۲

اور یہی وہ جیبی شرط ہے۔ اس کو اُوپر جس طریقہ سے ثابت کیا گیا ہے وہ ھاکِن[۱] کا ہے۔ اگر زاویے چھوٹے ہوں تو یہ جیبی شرط ھلم ھولٹز کے کلیۂ تکبیر کے مترادف ہو جاتی ہے۔ ثانی الذکر کا ثبوت صریحاً صرف چھوٹے زاویوں ہی کی صورت میں صادق آتا ہے۔

جب ایک عدسہ کے محور پر کے کسی نقطہ سے منتشر ہونے والی ایک باریک پنسل اس عدسہ کی سطح کے کسی حصّہ پر مایل وضع میں واقع ہوتی ہے تو یہ عدسہ کی وجہ سے ابہامی طور پر منعطف ہوکر دو ماسکی خطوط پیدا کرتی ہے، جیسا کہ مقعر آئینہ کی متناظر صورت میں ہوتا ہے۔

(۶۱) **لونی ضلالت** : عدسوں سے بحث کرتے وقت اب تک ہم یہ تسلیم کرتے آئے ہیں کہ نور ایک لونی ہے۔ لیکن تمام اشیا کا انعطاف نما نور کے رنگ یا طول موج کے ساتھ ساتھ بدلتا جاتا ہے۔ چنانچہ جدولوں میں عام طور پر کسی شیشہ کے انعطاف نما کی ہر ایک قیمت کے ساتھ یہ بھی بتا دیا جاتا ہے کہ یہ قیمت فرانؔ ہوفر[۲] کے کس خط کے لیے ہے۔ مثلاً

۱ Hockin   ۲ Fraunhofer

جدول ذیل میں مسرز چانسس کے شیشوں میں سے دو کے انعطاف نما دیے گئے ہیں :

کارخانہ کا نمبر	نام	$مہ_D$	$مہ_C - مہ_D$	$مہ_D - مہ_F$	$مہ_F - مہ_G$	$ن = \frac{مہ_F - مہ_C}{مہ_D - ۱}$
۶۰۵	سخت کراؤن	۱٫۵۱۷۵	٫۰۰۲۵۲	٫۰۰۶۰۴	٫۰۰۴۸۴	٫۰۱۶۵۴
۳۶۱	کثیف فلنٹ	۱٫۶۲۱۴	٫۰۰۴۹۱	٫۰۱۲۳۱	٫۰۱۰۴۶	٫۰۲۷۷۱

مہ کے ساتھ لکھے ہوئے انگریزی حروف فوان ہوفر کے خطوط کی تخصیص کرتے ہیں۔ چنانچہ مستعملہ خطوط کے رنگ اور طول موج حسب ذیل ہیں :

	رنگ	طول موج
C	سُرخ	$۶٫۵۶۳ \times ۱۰^{-۵}$ سمر
D	زرد	″ ″ $\times$ ۵٫۸۹۳
F	کبودی	″ ″ $\times$ ۴٫۸۶۲
G	بنفشہی	″ ″ $\times$ ۴٫۳۰۸

تمام شیشوں کے انعطاف نما سُرخ سے بنفشہی کی جانب بڑھتے جاتے ہیں۔
اب کسی پتلے عدسہ کا ماسکی طول ضابطہ ذیل سے حاصل ہوتا ہے :

$$\frac{۱}{م} = (مہ - ۱)\left(\frac{۱}{ص_۱} - \frac{۱}{ص_۲}\right) \quad .... (۳۴)$$

اگر اِس ضابطہ میں مہ کی مختلف قیمتیں درج کی جائیں تو ہمیں معلوم ہوگا کہ جیسے جیسے ہم طیف کے سُرخ سرے سے بنفشہی سرے کی جانب گزرتے ہیں

ویسے ویسے عدسہ کا ماسکی طول گھٹتا جاتا ہے۔ چنانچہ اگر کسی سفید شخص کا خیال حاصل کرنے کے لیے ایک پتلے محدّب عدسہ سے کام لیا جائے تو ہمیں رنگین خیالوں کا ایک سلسلہ حاصل ہوگا۔ یہ خیال کسی قدر مختلف قامتوں کے ہونگے اور عدسہ سے مختلف فاصلوں پر واقع رہینگے، چنانچہ عدسہ سے قریب ترین خیال بنفشی ہوگا اور بعید ترین خیال سُرخ۔ چونکہ طیف کا زردی مایل سبز حصّہ روشن ترین ہوتا ہے اس لیے جب کسی پردہ پر خیال کی تمسیک کی جاتی ہے تو ہم غیر ارادی طور پر اِس زردی مایل سبز خیال ہی کو واضح کر لیتے ہیں۔ دیگر خیال اِس واضح خیال کے اوپر آ پڑتے ہیں اور سب کے سب کسی قدر ماسکہ کے باہر ہوتے ہیں۔ اس کا عمومی اثر یہ ہوتا ہے کہ ہمیں ایک غیر واضح سفید خیال دکھائی دیتا ہے۔ خیال کی یہ عدم وضاحت جو مختلف رنگوں کے لیے انعطاف نما مختلف ہونے کی وجہ سے پیدا ہوتی ہے، **لونی ضلالت**[ہ] کہلاتی ہے۔

اگر پردہ کو ماسکہ کے باہر عدسہ کی طرف ہٹایا جائے تو خیال کا کنارہ سرخی مایل نظر آتا ہے، اور اگر پردہ کو ماسکہ کے باہر عدسہ سے دور ہٹایا جائے تو خیال کا کنارہ کبودی مایل ہوجاتا ہے۔ اِس کی وجہ یہ ہے کہ
(۶۲) پہلی صورت میں سُرخ خیال نسبتاً ماسکہ کے زیادہ باہر ہوتا ہے کیونکہ کنارہ پر کا ہر ایک نقطہ ایک سُرخ قرص پیدا کرتا ہے اور یہ قرصیں کبودی نقطئی خیالوں سے آگے بڑھ جاتی ہیں۔ اِسی طرح دوسری صورت میں کبودی قرصوں کے آگے بڑھ جانے کی وجہ سے خیال کا کنارہ کبودی مایل نظر آتا ہے۔

اگر C اور F خطوط کے لیے ماسکی طول $م_C$ اور $م_F$ ہوں تو:

$$\frac{۱}{م_C} = (مہ_C - ۱)\left(\frac{۱}{ص_۱} - \frac{۱}{ص_۲}\right) .$$

$$\frac{۱}{م_F} = (مہ_F - ۱)\left(\frac{۱}{ص_۱} - \frac{۱}{ص_۲}\right)$$

ہ Chromatic aberration

اور تفریق سے:

$$\frac{1}{\text{م}_F} - \frac{1}{\text{م}_C} = (\text{مہ}_F - \text{مہ}_C)\left(\frac{1}{\text{ص}_1} - \frac{1}{\text{ص}_2}\right)$$

$\left(\frac{1}{\text{ص}_1} - \frac{1}{\text{ص}_2}\right)$ کی قیمت مساوات (۳۴) سے درج کرنے پر:

$$\frac{1}{\text{م}_F} - \frac{1}{\text{م}_C} = \frac{\text{مہ}_F - \text{مہ}_C}{(\text{مہ} - 1)\,\text{م}}$$

یا

$$\frac{\text{م}_C - \text{م}_F}{\text{م}_F\,\text{م}_C} = \frac{\text{مہ}_F - \text{مہ}_C}{(\text{مہ} - 1)\,\text{م}}$$

جہاں مہ اور م، انعطاف نما اور ماسکی طول کی کوئی متناظر قیمتیں ہیں۔ اب فرض کرو کہ م کی قیمت م_F اور م_C کے درمیان واقع ہے بنابریں $\text{م}_F\,\text{م}_C$ کی بجائے ہم تقرّب کے طور پر م^2 لکھ سکتے ہیں۔ چنانچہ

$$\frac{\text{م}_C - \text{م}_F}{\text{م}} = \frac{\text{مہ}_F - \text{مہ}_C}{\text{مہ} - 1} \quad \ldots\ldots\ldots (۳۵)$$

اگر شخص لامتناہی پر ہو تو داہنی جانب کا جملہ سُرخ اور کبودی خیالوں کے درمیانی فاصلہ اور عدسہ کے ماسکی طول کی نسبت کو تعبیر کرتا ہے جس سے ہم لونی ضلالت کی مقدار کا اندازہ کر سکتے ہیں۔

فرض کرو کہ $\text{ن} = \frac{\text{مہ}_F - \text{مہ}_C}{\text{مہ} - 1}$

اِس مقدار ن کو خطوط F اور C کے لیے زیر بحث شیشہ کی **انتشاری طاقت**[۵] کہتے ہیں۔

محدّب عدسہ کی صورت میں سُرخ خیال ہمیشہ واقع نور کی جانب سے بعید ترین فاصلہ پر ہوتا ہے، اور مقعر عدسہ کی صورت میں یہ واقع نور کی جانب سے ہمیشہ قریب ترین فاصلہ پر ہوتا ہے۔ پس سوال یہ

۵ Dispersive Power

پیدا ہوتا ہے کہ آیا ایک محدب اور ایک مقعر عدسہ کو باہم اِس طرح ترکیب دیا جا سکتا ہے کہ ایک میں پائے جانے والی لونی ضلالت دوسرے میں پائے جانے والی لونی ضلالت کی تعدیل کر دے - اِس سوال کا جواب نیوٹن نے نفی میں دیا- اُس کا یہ خیال تھا کہ شیشہ کے لیے $م_F - م_C$ ہمیشہ اُس کی انعطافیت یعنی م - ا کے متناسب ہوتا ہے اور اِس لیے کوئی نظام جو لونی ضلالت سے پاک ہو شیشہ کی مستوی متوازی رخوں والی محض ایک تختی کی طرح عمل کرے گا، یا بالفاظِ دیگر مختلف رنگوں کی وجہ سے پیدا ہونے والی غیر وضاحت عدسہ کے خواص کا ایک لازمی جزو ہے - یہ تصور بلاشبہ غلط تھا لیکن اُس نے اِس کو (۶۴)
اِس لیے صحیح تسلیم کر لیا تھا کہ کراؤن شیشہ اور پانی کی صورت میں اُس کے مشاہدات کی رو سے یہ تناسب تقریباً درست پایا گیا تھا۔

فرض کرو کہ دو پتلے ہم محور عدسے ایک دوسرے کے ساتھ تماس میں رکھے ہوئے ہیں پہلے عدسہ کا ماسکی طول اور انتشاری طاقت بالترتیب م اور نہ ہیں اور دوسرے عدسہ کا ماسکی طول اور انتشاری طاقت م' اور نہ' ہیں- چنانچہ C خط کے لیے اِس مرکب عدسہ کا ماسکی طول ھ ضابطہ ذیل سے حاصل ہوگا :

$$\frac{1}{ھ_C} = \frac{1}{م_C} + \frac{1}{م'_C}$$

اور F خط کے لیے

$$\frac{1}{ھ_F} = \frac{1}{م_F} + \frac{1}{م'_F}$$

تفریق کرنے سے ہمیں حاصل ہوگا

$$\frac{1}{ھ_F} - \frac{1}{ھ_C} = \frac{1}{م_F} - \frac{1}{م_C} + \frac{1}{م'_F} - \frac{1}{م'_C}$$

یا $\frac{ھ_C - ھ_F}{ھ_۲} = \frac{م_C - م_F}{م_۲} + \frac{مَ_C - مَ_F}{مَ_۲}$

جبکہ نسب نماؤں میں $ھ_C \ ھ_F$ کی بجائے $ھ_۲$، $م_C \ م_F$ کی بجائے $م_۲$ اور $مَ_C \ مَ_F$ کی بجائے $مَ_۲$ لکھا جائے۔

اس مساوات کو، مساوات (۳۵) سے بدلے کر ہم حسب ذیل شکل میں لکھ سکتے ہیں۔

$$\frac{ھ_F - ھ_C}{ھ_۲} = \frac{ش}{م} + \frac{شَ}{مَ}$$

پس اگر دو رنگوں کے لیے رشتہ

$$\frac{ش}{م} + \frac{شَ}{مَ} = ۰ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (۳۶)$$

صادق آئے تو ان دونوں رنگوں کی شعاعوں سے بننے والے خیال قامت اور محل میں باہم منطبق ہو جائینگے۔ اور ایسی صورت میں ان دونوں رنگوں کے لیے عدسوں کے اس اجتماع کو غیر لونی[ے] کہا جاتا ہے۔

مساوات (۳۶) پر ایک مثال کے طور پر فرض کرو کہ دو ایسے شیشوں سے جن کے لیے مواد صفحہ ۱۱۳ پر دیا گیا ہے ۳۵ سمر ماسکی طول کا ایک محدّب عدسہ بنانا ہے جو دو خطوط C اور F کے لیے غیر لونی ہو۔ چنانچہ اگر شعاعیں داہنی طرف سے آ رہی ہوں تو ہمیں حسب ذیل ہمزاد مساواتیں حاصل ہونگی:

$$\frac{۱}{م} + \frac{۱}{مَ} = \frac{۱}{۳۵} -$$

$$\frac{۰٫۰۱۶۵۴}{م} + \frac{۰٫۰۲۷۷۱}{مَ} = ۰$$

ے Achromatic

جس کا حل ہے م = -۱۴٫۱۰ سمر اور مَ = ۲۳٫۶۲ سمر اس لیے یہ اجتماع کراؤن شیشہ کے ۱۴٫۱۰ سمر ماسکی طول والے ایک محدب عدسہ پر اور فلنٹ شیشہ کے، ۲۳٫۶۲ سمر ماسکی طول والے ایک مقعر عدسہ پر مشتمل ہونا چاہیے۔ ظاہر ہے کہ یہ اجتماع نور کے صرف اُس خطہ کے لیے غیر لونی ہوگا جس کے لیے اسے محسوب کیا گیا ہے۔

اگر ہم مان لیں کہ م اور مَ کی مذکورہ بالا قیمتیں D خط کے لیے ہیں
اور اِن قیمتوں کو ہم دیگر رنگوں کے لیے محسوب کریں تو ہمیں جدول ذیل کے
نتائج حاصل ہونگے:- (۶۷)

	م	مَ	ھ
C	۱۴٫۱۷ سمر	۲۳٫۸۰ سمر	۳۵٫۰۲ سمر
D	۱۴٫۱۰ //	۲۳٫۶۲ //	۳۴٫۹۹ //
F	۱۳٫۹۴ //	۲۳٫۱۵ //	۳۵٫۰۵ //
G	۱۳٫۸۱ //	۲۲٫۷۹ //	۳۵٫۰۹ //

اِن اعداد سے ظاہر ہے کہ طول موج کے ساتھ ساتھ ھ میں اتنا تغیر نہیں ہوتا جتنا کہ م یا مَ میں ہوتا ہے۔ اگر اس اجتماع سے معمولی تختیوں کے ساتھ عکاسی میں کام لینا مقصود ہو تو اِس کی تصحیح بنفشئی اور بالاء بنفشئی نور کے لیے کی جانی چاہیے۔

مذکورہ بالا غیر لونی مرکّب عدسہ کی صورت میں اِس کے ترکیبی عدسوں کے صرف ماسکی طول مشخص کیے گئے ہیں نہ کہ اِن کی سطحوں کے نصف قطر انحناء۔ اِس لیے ہر ایک عدسہ میں ایک نصف قطر انحنا ہمارے اختیار میں ہوتا ہے۔ جیسا کہ صفحہ ۱۰۷ پر بتایا جا چکا ہے کروی ضلالت عدسہ کے دونوں بیرونی رخوں کے انحنائی نصف قطروں کی نسبت پر منحصر ہوتی ہے، چنانچہ ہم

اِس نسبت کو اِس طرح منتخب کر سکتے ہیں کہ کروی ضلالت اقل ہو جائے۔ انحنائی نصف قطروں کے درمیان جو دوسرا رشتہ باقی رہ جاتا ہے اُس سے دونوں عدسوں کے اندرونی انحناؤں کو مساوی کرنے میں کام لیا جاسکتا ہے۔ پھر اِن کو ایک ساتھ ملاکر جوڑ دیا جا سکتا ہے تاکہ اِن کے درمیان کوئی ہوائی فصل، جس کے انعکاس کی وجہ سے نور کی حدّت گھٹ جاتی ہے، چھوٹ نہ جائے۔

اگر مذکورالصدر مرکب عدسہ کا محدب جز مساوی التحدّب ہو تو اِس کا نصف قطر انحنا ۶؍۱۴ سمر ہوتا ہے، اور اگر مقعر جز مستوی مقعر ہو تو اِس کا نصف قطر انحنا بھی ۶؍۱۴ سمر ہی ہوتا ہے۔ اِس طرح یہ دونوں عدسے ایک دوسرے میں ٹھیک بیٹھ جاتے ہیں اور ایک مستوی محدّب اجتماع بناتے ہیں۔ اِس شکل کے عدسہ کی کروی ضلالت متوازی نور کے لیے بہت ہی کم ہوتی ہے جیسا کہ پہلے دیکھا جا چکا ہے۔ چنانچہ چھوٹی دوربینوں کے دہانہ شیشے اکثر کراؤن شیشہ کے ایک مساوی التحدّب عدسہ کو فلنٹ شیشہ کے ایک مستوی مقعر عدسہ کے ساتھ جوڑ کر بناتے ہیں اور اِس اجتماع کو دوربین میں اِس طرح بٹھایا جاتا ہے کہ نور پہلے کراؤن شیشہ کے عدسہ پر واقع ہو۔

فرض کرو کہ مذکورالصدر غیرلونی مرکب عدسہ کا قطر ۳؍۵ سمر ہے۔ اس کی کروی ضلالت صفحہ ۱۰۹ پر دی ہوئی قیمتوں کو $(\frac{۳؍۵}{۲})^۲$ \ ۳۵ یعنی ۰؍۰۸۷ سے ضرب دے کر محسوب کرلی جاسکتی ہے۔ چنانچہ انعطاف نما ۱؍۵ کے لیے اِس کی قیمت ۱؍۷۰ ممر اور انعطاف نما ۲ کے لیے اِس کی قیمت ۰؍۴ ممر حاصل ہوتی ہے۔

اگر مختلف انتشاری طاقتوں والے شیشوں کے بنے ہوئے تین پتلے عدسوں کو ایک ساتھ جوڑ کر ایک واحد عدسہ بنالیا جائے تو تین مختلف رنگوں سے بننے والے خیالوں کو بھی ایک دوسرے پر منطبق کیا جاسکتا ہے۔ چنانچہ اُسی طریقہ عمل کی پیروی سے جو صفحہ ۱۱۶ پر اختیار کیا گیا

ہے ہمیں حسبِ ذیل مساوات حاصل ہوگی:

$$\frac{\text{ھ}_F - \text{ھ}_C}{\text{ھ}^2} = \frac{\text{ن}}{\text{م}} + \frac{\text{ن}'}{\text{م}'} + \frac{\text{ن}''}{\text{م}''}$$

جہاں مً زاید عدسہ کا ماسکی طول ہے اور ن، نَ، نً خطوطِ C اور F کے لیے انتشاری طاقتیں ہیں۔ اِسی طرح اگر خطوط F اور G کے لیے انتشاری طاقتیں سہ، سہَ اور سہً ہوں تو ہمیں حاصل ہوگا:

$$\frac{\text{ھ}_G - \text{ھ}_F}{\text{ھ}^2} = \frac{\text{سہ}}{\text{م}} + \frac{\text{سہ}'}{\text{م}'} + \frac{\text{سہ}''}{\text{م}''}$$

(۴۵) اور اگر م، مَ اور مً اِس طرح منتخب کیے جائیں کہ یہ ذیل کی مساواتوں کو پورا کریں۔

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\text{ھ}} &= \frac{1}{\text{م}} + \frac{1}{\text{م}'} + \frac{1}{\text{م}''} \\ 0 &= \frac{\text{ن}}{\text{م}} + \frac{\text{ن}'}{\text{م}'} + \frac{\text{ن}''}{\text{م}''} \\ 0 &= \frac{\text{سہ}}{\text{م}} + \frac{\text{سہ}'}{\text{م}'} + \frac{\text{سہ}''}{\text{م}''} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (۳۷)$$

تو ظاہر ہے کہ اِن تینوں پتلے عدسوں سے مل کر بنا ہوا مرکب عدسہ خطوط C، F اور G کے لیے غیرلونی ہوگا۔ مساواتوں (۳۷) کی شکل بلاشبہ ایسی ہے کہ اِن سے م، مَ اور مً کے لیے ہمیشہ حقیقی قیمتیں ہی حاصل ہوتی ہیں۔

خیال کو دو رنگوں کے لیے غیرلونی کر لینے کے بعد اس میں جو لونی خطا باقی رہ جاتی ہے اُس کو اکثر "ثانوی طیف؎" کہتے ہیں۔ اس کی قیمت کو مقام جینا؎ میں بنے ہوئے بعض نئے شیشوں کے استعمال سے قابلِ لحاظ طور پر گھٹایا جاسکتا ہے لیکن یہ دیکھا گیا کہ یہ شیشے ان کی تیاری میں دقتیں پیش کرنے کے علاوہ زیادہ پائدار نہیں ہوتے۔

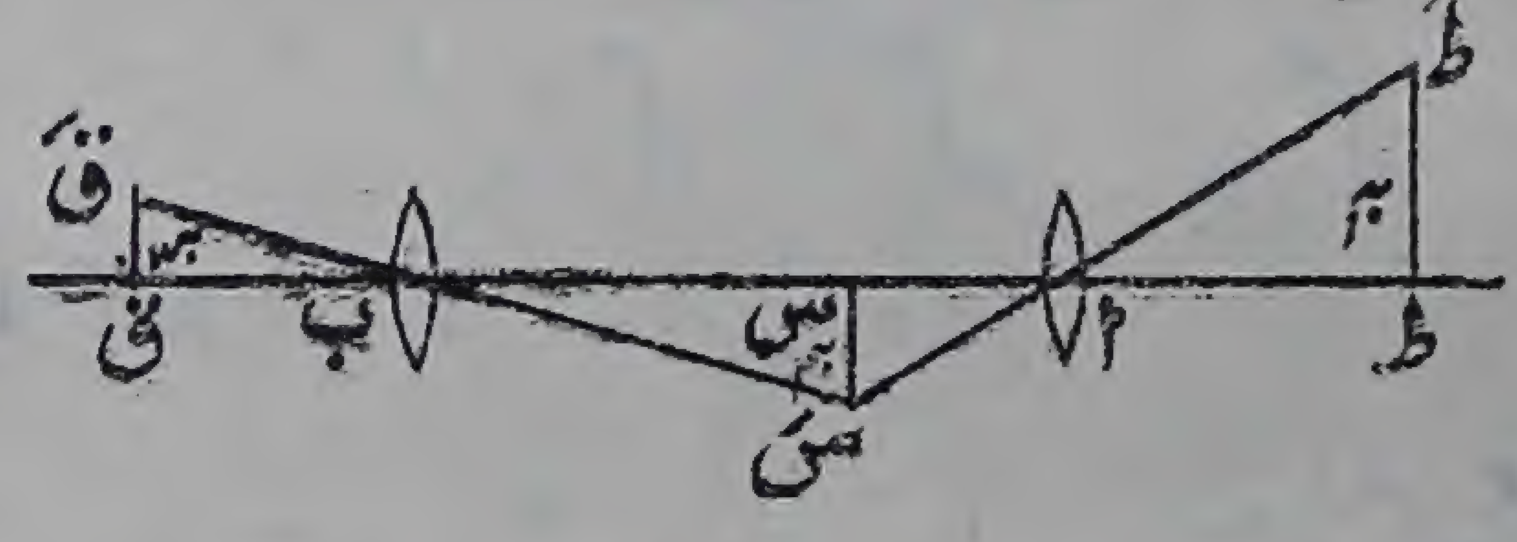
؎ Secondary spectrum
؎ Jena

لونی ضلالت دو ایسے پتلے عدسوں کی جن کے درمیان ایک محدود فصل ہو:

فرض کرو کہ اِن دونوں عدسوں کے ماسکی طول م اور مَ ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ ف ہے تب جیسا کہ صفحہ ۸۵ پر بتایا جا چکا ہے، اِس اجتماع کا معادل ماسکی طول ھ ضابطہ ذیل سے حاصل ہوتا ہے :

$$\frac{1}{\text{ھ}} = \frac{\text{م} + \text{مَ} + \text{ف}}{\text{م مَ}}$$

شخص کے ہر محل کے لیے اِس نظام کو دو رنگوں کے لیے غیر لونی بنانے کے لیے نہ صرف یہ ضروری ہے کہ اِن دونوں رنگوں کے لیے ھ کی قیمت ایک ہی رکھی جائے بلکہ ان دونوں رنگوں کے لیے معادل مستویوں کے محل بھی ایک ہی ہوں - یہ ناممکن ہے - بلکہ شخص کے ایک واحد محل کے لیے بھی اِس نظام کو غیر لونی بنانا ناممکن ہے -



شکل ۶۴

چنانچہ فرض کرو کہ عدسوں ا اور ب کی وجہ سے ط طَ کا خیال ق قَ بنتا ہے اور س سَ وہ درمیانی خیال ہے جو صرف عدسہ ا کی وجہ سے بنتا ہے - فرض کرو کہ ط طَ = بہ۱، س سَ = بہ۲ اور ق قَ = بہ۳ نیز فرض کرو کہ ا ط = ش، ا س = خ، ب س = شَ اور ب ق = خَ - بنابریں:

$$\frac{\text{بہ}_1}{\text{بہ}_2} = \frac{\text{ش}}{\text{خ}} \text{ ، } \frac{\text{بہ}_2}{\text{بہ}_3} = \frac{\text{شَ}}{\text{خَ}}$$

اور اِس لیے :

$$\frac{\text{خ خَ}}{\text{ش شَ}} = \frac{\text{بہ}_{۳}}{\text{بہ}}$$

اگر دونوں رنگوں کے نور سے بننے والے خیال محل اور قامت کے لحاظ سے منطبق ہو جائیں تو اِن دونوں رنگوں کے لیے ش، خَ اور $\frac{\text{بہ}_{۳}}{\text{بہ}}$ ایک ہی
(۶۶) ہونگے۔ لہٰذا $\frac{\text{خَ}}{\text{شَ}}$ اِن دونوں رنگوں کے لیے ایک ہی ہوگا۔ لیکن فاصلہ ب ا معین ہے۔ اِس لیے دونوں رنگوں کے لیے نقطہ مس ایک ہی ہوگا، بالفاظِ دیگر عدسے ا اور ب خود غیر لونی ہونے چاہییں۔

فرض کرو کہ اِس اجتماع کے معادل ماسکی طول C اور F خطوط کے لیے ھ_C اور ھ_F ہیں۔ چنانچہ :

$$\frac{1}{\text{ھ}_C} = \frac{1}{\text{م}_C} + \frac{1}{\text{مَ}_C} + \frac{\text{ف}}{\text{م}_C\,\text{مَ}_C}$$

اور

$$\frac{1}{\text{ھ}_F} = \frac{1}{\text{م}_F} + \frac{1}{\text{مَ}_F} + \frac{\text{ف}}{\text{م}_F\,\text{مَ}_F}$$

پس عمل تفریق سے :

$$\frac{1}{\text{ھ}_F} - \frac{1}{\text{ھ}_C} = \frac{1}{\text{م}_F} - \frac{1}{\text{م}_C} + \frac{1}{\text{مَ}_F} - \frac{1}{\text{مَ}_C} + \frac{\text{ف}\,(\text{م}_C\,\text{مَ}_C - \text{م}_F\,\text{مَ}_F)}{\text{م}_F\,\text{مَ}_F\,\text{م}_C\,\text{مَ}_C}$$

اب یہ آخری رقم

$$= \frac{\text{ف}\,(\text{م}_C\,\text{مَ}_C - \text{م}_C\,\text{مَ}_F + \text{م}_C\,\text{مَ}_F - \text{م}_F\,\text{مَ}_F)}{\text{م}_F\,\text{مَ}_F\,\text{م}_C\,\text{مَ}_C}$$

$$= \frac{\text{ف}\,\{\text{م}_C\,(\text{مَ}_C - \text{مَ}_F) + \text{مَ}_F\,(\text{م}_C - \text{م}_F)\}}{\text{م}_F\,\text{مَ}_F\,\text{م}_C\,\text{مَ}_C}$$

$$= \frac{\text{ف}}{\text{م}_F}\left(\frac{1}{\text{مَ}_F} - \frac{1}{\text{مَ}_C}\right) + \frac{\text{ف}}{\text{مَ}_C}\left(\frac{1}{\text{م}_F} - \frac{1}{\text{م}_C}\right)$$

پس اُسی طریقہ سے جو صفحہ ۱۱۷ پر اختیار کیا گیا ہے

$$\frac{\text{ه}_{C}-\text{ه}_{F}}{\text{ه}^{2}}=\frac{\text{ن}}{\text{م}}+\frac{\text{ن}'}{\text{م}'}+\frac{\text{ف}\,(\text{ن}+\text{ن}')}{\text{م}\,\text{م}'}$$

اب فرض کرو کہ دونوں عدسے ایک ہی شیشہ کے بنے ہوئے ہیں اور یہ کہ ن = ن' - بنا برین

$$\frac{\text{ه}_{C}-\text{ه}_{F}}{\text{ه}^{2}}=\frac{\text{ن}}{\text{م}\,\text{م}'}\left(\text{م}+\text{م}'+2\,\text{ف}\right)$$

یعنی اگر م + م' + ۲ ف = ۰ تو اِس نظام کا معادل ماسکی طول مستقل ہوتا ہے، ن کی قیمت چاہے کچھ ہی کیوں نہ ہو۔

پس اگر کسی نظام میں ایک ہی شیشہ کے بنے ہوئے دو پتلے عدسے ہم محور طور پر اس طرح ترتیب دیے ہوئے ہوں کہ اِن کا درمیانی فاصلہ عدداً اِن کے ماسکی طولوں کے مجموعہ کا نصف ہو تو اِس نظام کا ماسکی طول نہ صرف دو رنگوں کے لیے بلکہ تمام رنگوں کے لیے ایک ہی ہوتا ہے۔

مثالیں

(۱) نور کی متوازی شعاعیں ایک مقعر کروی آئینہ پر واقع ہیں۔ اِس کا آتشی منحنی کھینچو۔

(۲) ایک مقعر کروی آئینہ کا نصف قطر انحنا ۵۰ سمر ہے۔ اِس کے محور پر آئینہ کی سطح سے ۹۰ سمر پر ایک نقطئی شخص واقع ہے۔ اُن شعاعوں کے لیے جو آئینہ کی سطح پر محور سے ۲، ۴، ۶ اور ۸ سمر کے فاصلے پر واقع ہوئی ہیں ضلالت محسوب کرو۔

(۳) محدب آئینہ کی صورت میں ابہامی انعکاس کی تحقیق اسی طرح کرو جس طرح کہ اس پر باب ہذا میں مقعر آئینہ کی صورت میں بحث کی گئی ہے۔

(۴) ایک مقعر آئینہ کا نصف قطر انحنا ۴۰ سمر ہے اور اِس کے کنارے کا قطر ۵ سمر ہے۔ قطب سے ۵۰ سمر کے فاصلہ پر ایک نقطئی شخص ایسے سمت میں واقع ہے جو آئینہ کے محور کے ساتھ ۵° کا زاویہ بناتی ہے۔ ماسکی خطوط کے محل معلوم کرو اور

اِن کے طول (یعنی شکل ۶۱ میں خطوط س ق اور ت ت کے طول) محسوب کرو۔

(۵) انعطاف نما مہ والے واسطہ کے اندر ایک نقطہ سے شعاعوں کی ایک (۶۷)
باریک پنسل متسع ہوتی ہے، جو اس واسطہ کی مستوی سطح پر مائل سمت میں واقع ہو کر ہوا میں داخل ہو جاتی ہے۔ ثابت کرو کہ یہ پنسل پہلے واسطہ میں کے دو ماسکی خطوط سے جو نقطہ انعطاف سے فاصلوں خ₁ اور خ₂ پر واقع ہیں، متسع ہوتی نظر آتی ہے جہاں خ₁ اور خ₂ کی قیمتیں حسب ذیل ہیں:

$$خ_۲ = \frac{ش}{مہ} ، \quad خ_۱ = \frac{ش\ جم^۲ ط}{مہ\ جم^۲ ع}$$

اِن جملوں میں ش نقطئہ شخص کا فاصلہ ہے نقطۂ انعطاف سے، ع زاویہ وقوع ہے، اور ط زاویہ انعطاف ہے۔

(اس صورت میں دونوں ماسکی خطوط مجازی ہوتے ہیں اِس لیے اِن کو کسی پردہ پر حاصل نہیں کیا جاسکتا۔ لیکن حقیقی خیال حاصل کرنے کی غرض سے اگر ایک محدب عدسہ سے کام لیا جائے تو اِن کا وجود بڑی صفائی سے دکھلایا جاسکتا ہے۔ اِن کو حاصل کرنے کا بہترین طریقہ یہ ہوگا کہ شیشہ کی ایک ایسی سِلّی لی جائے جیسی کہ انعطاف پر ابتدائی تجربوں میں استعمال ہوتی ہے یعنی جس کے ابعاد تقریباً ۴″ × ۳″ × ۳/۴″ ہوں، اور اِس کے ایک سرے کے قریب ترتیب دی ہوئی کسی دھاتی تختی میں بنے ہوئے ایک باریک سوراخ سے جس کے عین پیچھے ایک بتی لیمپ رکھا ہو، نقطئی مبداء کا کام لیا جائے۔ سِلّی کو اِس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ اِس میں شعاعوں کا راستہ جہاں تک ہوسکے لانبا ہو۔ سِلّی میں سے باہر آنے کے بعد اِن شعاعوں کو ایک محدب عدسہ کی مدد سے حاصل کرکے ایک پردہ پر ان کی تمسیک کی جاتی ہے۔ یہ خیال ایک خطِ مستقیم ہوتا ہے۔ پردے کو ہٹانے پر ایک دوسرا خطِ مستقیم ماسکہ میں آجاتا ہے جو پہلے خط پر عمود وار ہوتا ہے)

(۶) ثابت کرو کہ مساوات (۲۸) مساوات (۲۴) میں تحویل ہو جاتی ہے جبکہ مہ کی بجائے -۱ درج کیا جائے۔ کیا کروی سطح پر کے انعکاس کے تمام ضابطے اِسی تصور کے تحت اخذ کیے جاسکتے ہیں کہ انعکاس اُسی سطح پر کے

انعطاف کی ایک خاص صورت ہے؟

(۷) دو ایسے شیشوں سے جن کے لیے مواد صفحہ ۱۱۳ پر دیا گیا ہے ۵۰ سمر کے ماسکی طول کا ایک محدب عدسہ بنانا ہے جو خطوط D اور F کے لیے غیرلونی ہو ترکیبی عدسوں کے ماسکی طول معلوم کرو اور محسوب کرو کہ ان کا اجتماع موجی طول C اور G کے لیے کس حد تک لونی ہوتا ہے۔

(۸) ایک نقطہ سے متسع ہونے والا نور ایک مستوی سطح پر منعطف ہوتا ہے۔ ثابت کرو کہ اس کا آتشی منحنی ایک قطع زاید کا برپیچ (evolute) ہوتا ہے اگر نقطہ کمتر مناظری کثافت والے واسطہ میں واقع ہو اور ایک قطع ناقص کا برپیچ ہوتا ہے اگر نقطہ زیادہ مناظری کثافت والے واسطہ میں واقع ہو۔

(۹) ایک پتلے محدب عدسہ کی دونوں سطحوں کے انحنائی نصف قطر ایک ہی ہیں اور یہ عدسہ انعطاف نما ۱۵۲ء۱ والے شیشہ کا بنا ہوا ہے۔ اس کی کروی ضلالت کے لیے ایک جملہ اخذ کرو جبکہ شخص کا فاصلہ عدسے سے ماسکی طول کا دگنا ہو اور اس کی تصدیق تجربہ سے کرو۔

(۱۰) اس کتاب کے آخر میں متعدد مناظری شیشوں کے انعطاف نماؤں کی ایک جدول دی گئی ہے۔ ان میں سے کن دو شیشوں کے عدسوں سے طیف کے C اور G کے درمیانی خطہ کے لیے بہترین غیرلونی مرکب عدسہ بن سکیگا؟ جب باقی تمام باتیں وہی رہیں ہمیں جہاں تک ہو سکے ایسے شیشے استعمال نہ کرنا چاہیے جن سے کم کی چھوٹی ظفظفیں حاصل ہوتی ہوں اور بنابریں کروی ضلالت کے لیے چڑھتے ہوئے منحنی حاصل ہوتے ہوں۔ یہ فرض کرتے ہوئے کہ مرکب عدسہ کا ماسکی طول ۱۰۰ سمر رکھنا مقصود ہے اپنے نتائج کی توضیح اعداد سے کرو۔

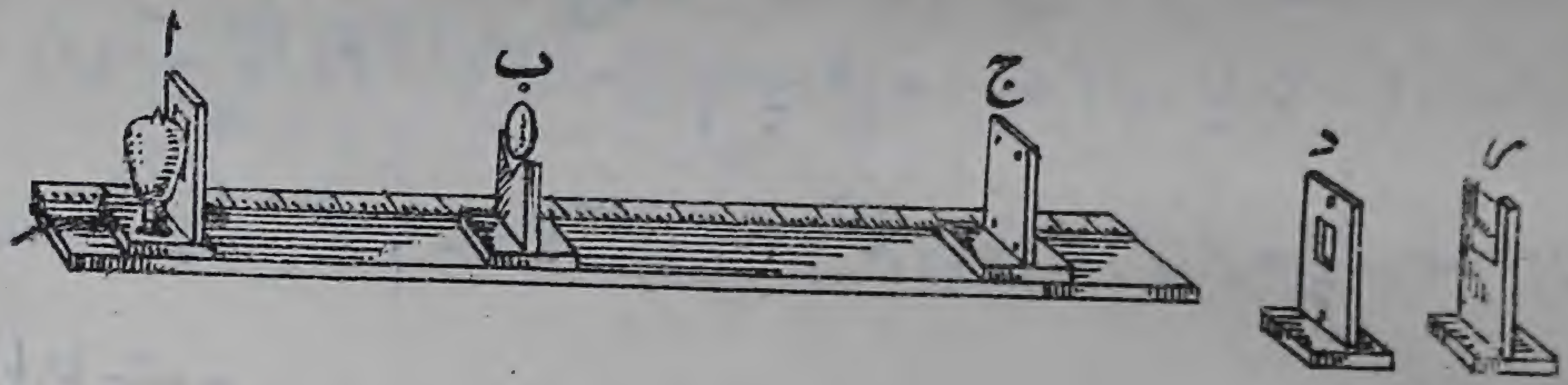
پانچواں باب

آئینوں اور عدسوں کے مستقلات کا تعیّن

تختِ مناظر: عدسوں کے ماسکی طولوں کی تعیّن کے لیے معمل طبعیات (۶۸)
میں جس آلہ سے اکثر کام لیا جاتا ہے وہ تختِ مناظر ہے۔ مناظری تختوں کو دو جماعتوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے: ایک وہ جس میں اِن کے قاعدے اور استادے لکڑی کے ہوتے ہیں اور دوسرے وہ جس میں اِن کے قاعدے اور استادے دھات کے ہوتے ہیں۔ آخر الذکر نسبتاً بہت زیادہ قیمتی اور عموماً بہت ہی شاندار ہوتے ہیں کیونکہ اِن کی ساخت پر صحت اور محنت غیر ضروری طور پر ضایع کی جاتی ہے۔ اگرچیکہ یہ بعض اغراض کے لیے ناگزیر ہوتے ہیں عام استعمال کے لیے اِن کی سفارش نہیں کی جا سکتی۔

شکل ۶۵ میں ساگوان کی لکڑی کا ایک بہت کار آمد اور سیدھا سادہ تخت اور اِس کے استادے دکھلائے گئے ہیں۔ اِس تخت کے کنارہ پر استادوں کے محل پڑھنے کے لیے دو میٹر لمبا ایک پیمانہ لگا ہوتا ہے۔ استادہ ا ایک برقی لیمپ کا حامل ہے جس کے سامنے لکڑی کا ایک پردہ ہے اِس لیے

ایک مستطیلی سوراخ بنا ہوتا ہے جس کے سامنے صلیبی تار تنے ہوئے ہوتے ہیں۔ یہ صلیبی تار شخص کا کام دیتے ہیں اور اِس شخص کے لیے ایک ہموار پس منظر مہیا کرنے کی غرض سے بہتر ہوگا کہ سوراخ اور لیمپ کے درمیان ایک باریک سا کاغذ چسپاں کر دیا جائے۔ استادہ ب آئینہ یا عدسہ کو سہارنے کے لیے ہے، اِس کا اوپری حصہ انگریزی حرف V کی شکل کا ہوتا ہے اور اِس میں ایک نالی کھدی ہوتی ہے۔ ج، خیال حاصل کرنے کے لیے ایک انتصابی پردہ



شکل ۶۵

ہے جس پر ایک سفید کاغذ کو نقشہ کشی کے پنوں کی مدد سے چڑھا دیا جاتا ہے۔ د بھی اسی قسم کا ایک اور پردہ ہے جس میں ایک سوراخ بنا ہوتا ہے، اِس کو بھی خیال حاصل کرنے ہی کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ ڈ ایک استادہ ہے جس پر مربع کی شکل کا ایک پیمانہ دار گھسا ہوا شیشہ قایم رہتا ہے۔ اِن مختلف استادوں کے محل اِن کے قاعدوں پر بنے ہوئے نشانوں کی مدد سے پڑھ لیے جا سکتے ہیں۔ ہو سکتا ہے کہ یہ نشان ٹھیک مقام پر نہ بنے ہوں، اِس لیے عدسہ اور صلیبی تاروں کے درمیانی فاصلہ کی خواندگیاں لینے سے پہلے عام طور پر معلوم طول کی ایک سلاخ کو صلیبی تاروں اور عدسہ کے درمیان اس طرح رکھ کر کہ اِس کا ایک سرا صلیبی تاروں کے ساتھ اور دوسرا سرا عدسہ کے ساتھ تماش میں رہے، پیمانہ پر پڑھے ہوئے فاصلہ کا مقابلہ سلاخ کے معلوم طول کے ساتھ کیا جاتا ہے اگر کوئی فرق ہو تو اس کو ہر خواندگی کے لیے تصحیح کے طور پر استعمال کیا جاتا ہے۔

(۶۹) **محدّب عدسہ کا ماسکی طول**: کسی محدّب عدسہ کا ماسکی طول معلوم کرنے کے لیے اِس کو استادہ ب پر بٹھاکر صلیبی تاروں کا خیال پردہ پر حاصل کیا جاتا ہے۔ پھر عدسے سے صلیبی تاروں اور پردہ کے فاصلے ش اور خ ناپ لیے جاتے ہیں اور م کی قیمت ضابطہ

$$\frac{۱}{خ} - \frac{۱}{ش} = \frac{۱}{م}$$

سے محسوب کرلی جاتی ہے۔ اِس کے ساتھ ساتھ صلیبی تاروں میں سے کسی ایک کا طول اور اِس کے خیال کا طول بھی سرل چاپ کی مدد سے ناپ لیا جاسکتا ہے اور اِن سے خطی تکبیر معلوم کرلی جاسکتی ہے۔ ظاہر ہے کہ اِس کو $\frac{خ}{ش}$ کے مساوی ہونا چاہیے۔

اِس ماسکی طول کے معلوم کرنے کا ایک اور طریقہ یہ ہے کہ عدسہ کو تختہ کے وسط میں رکھ کر صلیبی تاروں اور پردہ کو اِس سے مساوی فاصلوں پر ترتیب دیا جائے۔ ایسی صورت میں عام طور پر کوئی خیال حاصل نہ ہوگا۔ اب اگر عدسے سے صلیبی تاروں اور پردہ کے فاصلے بتدریج اِس طرح بڑھائے یا گھٹائے جائیں کہ اِن کی قیمتیں آپس میں ہمیشہ ایک دوسرے کے مساوی رہیں تو ہمیں بالآخر ایسے محل حاصل ہوجائیں گے جن میں پردہ پر ایک واضح خیال بنیگا۔ اِس صورت میں ش عدداً مساوی ہوگا خ کے اور اِن میں سے ہر ایک مساوی ہوگا ۲م کے۔ اگر صلیبی تاروں اور پردہ کا درمیانی فاصلہ ف ہو تو م عدداً مساوی ہوگا $\frac{ف}{۴}$ کے۔

اگر ف عدداً چھوٹا ہو ۴م سے تو کوئی حقیقی خیال نہ بنیگا۔ اگر ف عدداً بڑا ہو ۴م سے تو صلیبی تاروں اور پردہ کے ہر ایک محل کے مماثل عدسے کے لیے دو محل ایسے معلوم کیے جاسکینگے جن میں وہ ایک حقیقی خیال

بناتا ہے۔ یہ بات ضابطوں کی نوعیت سے صاف ظاہر ہے کیونکہ اِن کو حسابی طور پر حسب ذیل شکل میں لکھا جا سکتا ہے:

$$\frac{1}{\text{خ}} + \frac{1}{\text{ش}} = \frac{1}{\text{م}} \text{،} \quad \text{ش} + \text{خ} = \text{ف}$$

اور اِن کی شکل میں، ش کی بجائے خ اور خ کی بجائے ش لکھنے سے کوئی فرق نہیں آتا۔ مثلاً اگر ابتداً ش = ۱۰ سمر اور خ = ۱۵ سمر ہو اور اگر صلیبی تاروں کو اپنی جگہ قایم رکھ کر عدسہ کو اور ۵ سمر آگے بڑھایا جائے تو ش، ۱۵ سمر اور خ، ۱۰ سمر ہو جائیگا اور اِس صورت میں بھی پردہ پر خیال مکرر بنیگا۔ ایک صورت میں تکبیر دوسری صورت میں تکبیر کی مقلوب ہوتی ہے۔

اگر عدسہ کے دونوں محلوں کا درمیانی فاصلہ ا ہو تو ا = خ - ش لیکن ف = خ + ش، اِس لیے ۲ خ = ف + ا اور ۲ ش = ف - ا، بنابریں

$$\frac{1}{\text{م}} = \frac{1}{\text{خ}} + \frac{1}{\text{ش}} = \frac{2}{\text{ف} + \text{ا}} + \frac{2}{\text{ف} - \text{ا}} = \frac{4\,\text{ف}}{\text{ف}^2 - \text{ا}^2}$$

یا

$$\text{م} = \frac{\text{ف}^2 - \text{ا}^2}{4\,\text{ف}}$$

پس اگر ف اور ا ناپ لیے جائیں تو م محسوب کر لیا جا سکتا ہے۔ یہ طریقہ دوہرے محل کا طریقہ کہلاتا ہے۔

ایک چوتھا طریقہ محض یہ ہے کہ عدسہ سے ایک لیمپ کے خیال کا فاصلہ ناپ لیا جائے جب کہ یہ لیمپ عدسہ کے ماسکی طول کے مقابلہ میں ایک بہت بڑے فاصلہ پر واقع ہو۔

مقعر عدسہ کا ماسکی طول: اگر شخص حقیقی ہو تو مقعر عدسہ (۷۰)
کی وجہ سے بننے والا خیال ہمیشہ مجازی ہوتا ہے، اور اگر خیال حقیقی ہو تو اس کا شخص ہمیشہ مجازی ہوتا ہے۔ بنابریں کسی مقعر عدسہ کا ماسکی طول صرف اسی کو

تحت مناظر پر قایم کرکے کبھی نہیں معلوم کیا جا سکتا، اس کے لیے ایک امدادی محدب عدسہ سے کام لینا پڑتا ہے۔

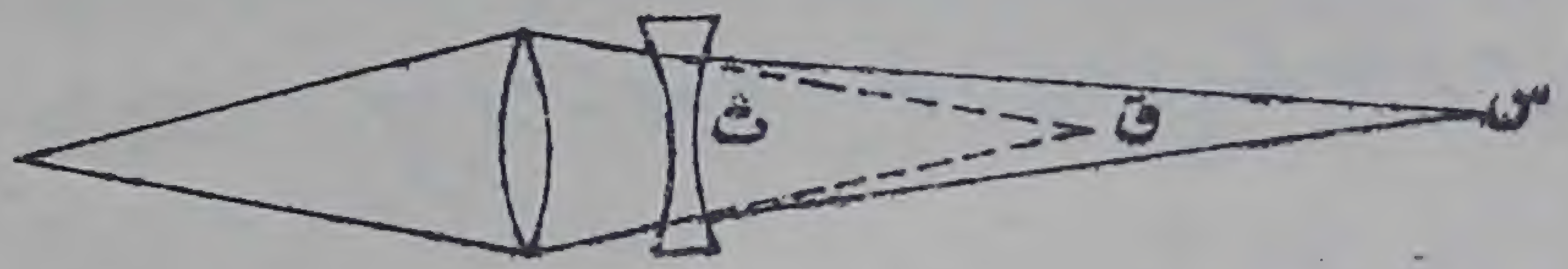
مقعر عدسہ کے ماسکی طول کی تعیین کے دو آسان طریقے ہیں۔ پہلے طریقہ کے لیے یہ ضروری ہوتا ہے کہ امدادی محدب عدسہ زیادہ طاقتور ہو یعنی یہ کہ اس کا ماسکی طول مقعر عدسہ کے ماسکی طول سے چھوٹا ہو۔ دوسرے طریقہ کے لیے کوئی بھی محدب عدسہ کام دے سکتا ہے۔

پہلے طریقہ میں مقعر عدسہ اور امدادی محدب عدسہ دونوں کو ایک قریبی تماس کے ساتھ استادہ ب پر چڑھایا جاتا ہے۔ چونکہ یہ اجتماع ایک محدب عدسہ کی طرح عمل کرتا ہے اس لیے اس کا ماسکی طول ھ حسب معمول دریافت کرلیا جاتا ہے۔ اس کے بعد صرف محدب عدسہ کا ماسکی طول م علیحدہ معلوم کرلیا جاتا ہے۔ پس مقعر عدسہ کا ماسکی طول مَ ذیل کے جبری ضابطہ سے حاصل ہوتا ہے:

$$\frac{1}{ھ} = \frac{1}{م} + \frac{1}{مَ}$$

مَ کی علامت ھ اور م کی علامت سے مختلف نکل آتی ہے۔

دوسرے طریقہ میں پہلے صرف محدب عدسہ کو استعمال کرکے صلیبی تار ل کا خیال ق پردہ پر حاصل کیا جاتا ہے۔ اس کے بعد مقعر عدسہ کو ب جیسے ایک مماثل استادہ پر بٹھا کر محدب عدسہ اور پردہ کے درمیان ث پہ رکھ دیا جاتا ہے



شکل ۶۹

اس میں سے گزرنے کے بعد شعاعیں کم مستدق ہو جاتی ہیں اور خیال کو مکرر ماسکہ میں لے آنے کے لیے پردہ کو س تک ہٹانا پڑتا ہے۔ پس ماسکی طول کی قیمت

ذیل کے جبری ضابطہ سے دریافت کی جا سکتی ہے

$$\frac{1}{\text{م}} = \frac{1}{\text{خ}} - \frac{1}{\text{ش}}$$

جہاں ت س = خ اور ت ق = ش

اِس صورت میں شخص مجازی ہے اور خیال حقیقی -

مقعر آئینہ کا ماسکی طول: مقعر آئینہ کا ماسکی طول ضابطۂ ذیل سے تعبیر ہوتا ہے

$$\frac{1}{\text{م}} = \frac{2}{\text{ص}} = \frac{1}{\text{ش}} + \frac{1}{\text{خ}}$$

پس کرویت پیما کی مدد سے ص کی قیمت معلوم کرکے اس کو ۲ سے تقسیم کر دینے پر م کی قیمت حاصل ہو جاتی ہے -

اِس کی قیمت تختِ مناظر پر معلوم کرنے کے لیے سوراخ دار پردہ د استعمال کیا جاتا ہے - اِس پردہ کو آئینہ اور صلیبی تاروں کے درمیان رکھ دیتے ہیں صلیبی تاروں سے آنے والی شعاعیں پردے میں بنے ہوئے سوراخ میں سے گزر کر آئینہ پر واقع ہوتی ہیں اور اِس سے منعکس ہو کر پردہ پر خیال پیدا کرتی ہیں - آئینہ کو ذرا سا بازو گھما دیا جاتا ہے ورنہ خیال خود سوراخ پر واقع ہوگا - (۷۱)
پس اگر ش اور خ ناپ لیے جائیں تو م کی قیمت محسوب کر لی جا سکتی ہے -

اگر لیمپ کو بہت ہی دور ہٹا دیا جائے تو خ صریحاً م کے مساوی ہو جاتا ہے -

ایک اور طریقہ حسبِ ذیل ہے - استادہ د کے مستطیلی سوراخ میں جہاں تک ہو سکے پردہ ہی کے مستوی میں ایک پن لگا دی جاتی ہے اور استادہ ا کو اِس کے پیچھے ترتیب دیا جاتا ہے - پس اگر اِس پن کا خیال پردہ ہی پر حاصل ہو تو ش = خ = ص اور م پردہ اور آئینہ کے درمیانی فاصلہ کا نصف ہوتا ہے -

کسی کروی آئینہ کا ماسکی طول

؛ کسی مقعر کروی آئینہ کا ماسکی طول یا نصف قطر انحنا حسبِ ذیل طریقہ سے بھی معلوم کیا جاسکتا ہے۔ یہ طریقہ اس لیے خاص طور پر دلچسپ ہے کہ یہ سابقہ دفعہ کے طریقوں کے برخلاف محدب کروی آئینہ کی صورت میں بھی اختیار کیا جاسکتا ہے۔

تقریباً ۵۰ سمر طول والے کاغذ کے ایک پیمانے کو لکڑی کی پٹی پر چپکا کر مقعر آئینہ کے سامنے دو یا تین میتر کے فاصلہ پر اُفقی وضع میں اِس طرح قایم کیا جاتا ہے کہ میز سے اِس کی اور آئینہ کی بلندی ایک ہی رہے۔ اِس پیمانے پر



شکل ۶۷

دھات کی دو پٹیاں ا اور ب سرکائی جاسکتی ہیں (شکل ۶۷)۔ ا ب یعنی اِن پٹیوں کے درمیانی فاصلے کا خیال گ پر حاصل کیا جاتا ہے اور اگر یہ خیال د س ہو تو نقاط ج، د، ا اور ج، س، ب ہم خط ہوتے ہیں کیونکہ شخص اور خیال کے طول آئینے سے اِن کے فاصلوں کی نسبت میں ہوتے ہیں۔ ایک دُوربین اِس طرح رکھی جاتی ہے کہ اِس کا دہانہ ا ب کے مرکز د پر رہے، پھر اس کی تمسیک د س پر کی جاتی ہے۔ آئینہ کے سامنے اور اِس کے ساتھ تماس میں ایک چھوٹا سا پیمانہ ہوتا ہے آئینہ کو اس طرح جھکا دیا جاتا ہے کہ دُوربین میں سے دیکھنے پر خیال د س اِس پیمانے کے کنارے کے متوازی اور اِس کو مس کرتا ہوا دکھائی دے۔ پھر دھات کی پٹیوں کا درمیانی فاصلہ اس طرح

ترتیب دیا جاتا ہے کہ خیال وس اِس پیمانے کے نشانوں کی ایک صحیح تعداد پر مثلاً ل سمر پر منطبق نظر آئے۔ فرض کرو کہ آئینہ کا نصف قطر انحنا = ص ،
اب = ط اور ج د = ف ، چنانچہ :

$$\text{ص} = \frac{\text{۲ل ف}}{\text{ط + ۲ل}}$$

اگر آئینہ محدب ہو تو :

$$\text{ص} = \frac{\text{۲ل ف}}{\text{ط - ۲ل}}$$

یہ ایک محدب آئینہ کے نصف قطر انحنا کی تعین کے تمام طریقوں میں سب سے زیادہ آسان طریقہ ہے۔ یہ امر واضح رہے کہ چھوٹا پیمانہ اور بڑے پیمانے کا خیال (۴۲)
دونوں بیک وقت ماسکہ میں ہونے چاہییں ، چنانچہ ف بمقابلہ ص کے بہت بڑا ہونا چاہیے۔

مقعر آئینہ کی صورت میں ضابطۂ بالا کو ثابت کرنے کے لیے فرض کرو کہ ج گ = خ ، ل صریحاً اَبَ کے مساوی ہے۔ چنانچہ مشابہ مثلثوں کی رو سے :

$$\frac{\text{ط}}{\text{ل}} = \frac{\text{ط}}{\text{وس}} \cdot \frac{\text{رس}}{\text{ل}} = \frac{\text{ف}}{\text{خ}} \cdot \frac{\text{ف - خ}}{\text{ف}} = \frac{\text{ف}}{\text{خ}} - \text{۱} \quad \ldots (\text{۳۸})$$

لیکن

$$\frac{\text{۱}}{\text{ف}} + \frac{\text{۱}}{\text{خ}} = \frac{\text{۲}}{\text{ص}}$$

اِس لیے :

$$\text{۱} + \frac{\text{ف}}{\text{خ}} = \frac{\text{۲ ف}}{\text{ص}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (\text{۳۹})$$

پس مساواتوں (۳۸) اور (۳۹) میں $\frac{\text{ف}}{\text{خ}}$ کو ساقط کر دینے سے ہمیں حاصل ہوگا :

$$2 + \frac{\text{ط}}{\text{ل}} = \frac{2\,\text{ف}}{\text{ص}}$$

یا

$$\text{ص} = \frac{2\,\text{ل}\,\text{ف}}{\text{ط} + 2\,\text{ل}}$$

جو مطلوبہ رشتہ ہے۔

اُسطوانی عدسے : فرض کرو کہ شیشے کے ایک پتلے سے ٹکڑے کی سطحیں ایسے اُسطوانے ہیں جن کے محاور متوازی ہیں۔ شیشہ کے ایسے ٹکڑے کو اُسطوانی عدسہ کہتے ہیں۔

اگر اِس کی ایک تراش ایک ایسے مستوی سے حاصل کی جائے جو دونوں محوروں پر عمود وار ہو تو اِس تراش کی شکل کروی سطحوں والے ایک عدسہ کی تراش کے مشابہ ہوگی۔ بنابریں اِس مستوی میں کسی نقطہ سے منتبع ہونے والی شعاعوں کی کوئی پنسل عدسہ کی وجہ سے ماسکہ میں آجائیگی۔ برخلاف اِس کے اگر ایک تراش ایک ایسے مستوی سے لی جائے جو محوروں کے متوازی ہو تو یہ تراش متوازی پہلوؤں والی ایک پتلی سی تختی کی تراش کے مشابہ ہوگی اس لیے اِس مستوی میں واقع ہونے والی شعاعوں کی پنسل عدسہ کی وجہ سے غیر متاثر رہیگی۔

پس ایک اُسطوانی عدسہ صرف ایسے خطوط کے خیال بناتا ہے جو اِس کی سطحوں کے محوروں کے متوازی ہوں۔ اگر ایسے ایک عدسہ کو تختہ مناظر پر اِس طرح قایم کیا جائے کہ اِس کی سطحوں کے محاور صلیبی تاروں میں سے ایک کے متوازی رہیں تو یہ عدسہ اُس خاص تار کا تو واضح خیال بنائیگا لیکن دوسرے تار کا کوئی خیال نہ بنائیگا۔ جہاں تک کہ اِس دوسرے تار کا تعلق ہے یہ عدسہ محض ایک مستوی متوازی تختی کی طرح عمل کریگا۔

پس اِس تحدید کے ساتھ اُسطوانی عدسوں اور آئینوں کے ماسکی طول تختہ مناظر پر اُسی طرح معلوم کیے جاسکتے ہیں جس طرح کہ کروی عدسوں اور

آئینوں کے ماسکی طول۔

ماسکی طولوں کی تعین کے لیے تکبیری طریقے : محدّب

عدسوں کے ماسکی طولوں کی تعین کے جو طریقے اب تک بیان ہو چکے ہیں وہ صرف پتلے عدسوں کے لیے موزوں ہیں۔ حسبِ ذیل تین طریقے موٹے عدسوں یا عدسوی نظاموں کے لیے بھی موزوں ہیں۔

(۱) تحتِ مناظر پر شخص کا ایک خیال حاصل کرو۔ فرض کرو کہ اِس کی تکبیر ت ہے شخص اور خیال کے پردوں کو قایم رکھ کر عدسہ کو بقدر فاصلہ ف کے اتنا ہٹاؤ کہ ایک واضح خیال مکرر حاصل ہو جائے۔ فرض کرو کہ اِس صورت میں تکبیر تَ ہے۔ تب

$$م = \frac{ف}{ت - تَ} \qquad (۴۳)$$

(۲) ایبے[ہ] کا طریقہ۔ پہلی تکبیر ت کو اکائی کے مساوی یا اِس سے کم رکھو۔ عدسہ کو اپنی جگہ قایم رکھ کر خیال کے پردہ کو عدسہ سے بقدر فاصلہ ف دور ہٹاؤ اور شخص کو اتنی حرکت دو کہ اِس کی تمسیک پردہ پر مکرر ہو جائے فرض کرو کہ دوسری صورت میں تکبیر تَ ہے۔ تب

$$م = \frac{ف}{تَ - ت}$$

(۳) یہ طریقہ بھی طریقہ بالا (۲) ہی کے مشابہ ہے، البتہ اِس صورت میں ف شخص کو ہٹایا ہوا فاصلہ ہے۔ تب

$$م = \frac{ف}{\frac{1}{ت} - \frac{1}{تَ}}$$

ہ Abbe

اِن تجربوں کو صفحہ ۱۲۷ پر دکھلائے ہوئے تختِ مناظر پر انجام دینے کے لیے ایک سفید کاغذی پیمانے کے دو قندیلی لوحِ عکاسی کی مدد سے بنا لیے گئے تھے، لیکن اِن کو فریم کرتے وقت معمولی پتلے شیشہ کی بجائے گھسے ہوئے شیشے کے ٹکڑے استعمال کیے گئے تھے اور اِن کے گھسے ہوئے رخوں کو عکاسی کی فلم کے متصل رکھا گیا تھا۔ اِس طرح تیار کیے ہوئے دونوں پیمانے بلاشبہ ایک دوسرے کے بالکل مشابہ تھے۔ اِن میں ایک کو استادہ د پر قایم کرکے شخص کے طور پر استعمال کیا گیا تھا۔ اِس کے پیچھے ایک لیمپ ا رکھ کر اِس کو منور کیا گیا تھا اور لیمپ کو اِس طرح گھما دیا گیا تھا کہ اِس کے سامنے کا انتصابی پردہ درمیان میں حایل نہ ہو جائے۔ دوسرے پیمانے کو اِسی قسم کے ایک اور استادہ پر قایم کرکے خیال کے پردہ کے طور پر استعمال کیا گیا تھا۔ پھر پہلے پیمانے کے خیال کو دوسرے پیمانے پر حاصل کرکے یہ معلوم کر لیا گیا کہ پہلے پیمانے کے کتنے نشان دوسرے پیمانے کے سارے طول پر منطبق ہوتے ہیں۔ پس اِس سے تکبیر کی قیمت معلوم ہو گئی۔

اِن طریقوں کی ایک خاص خوبی یہ ہے کہ اِن میں جس طول ف کی پیمایش مطلوب ہوتی ہے وہ ہر صورت میں دو استادوں کا درمیانی فاصلہ نہیں بلکہ ایک ہی استادہ کے ہٹاؤ کا فاصلہ ہوتا ہے جس کی پیمایش بہت زیادہ صحت کے ساتھ ہو سکتی ہے۔

اُوپر کے تینوں ضابطوں کو ثابت کرنے کے لیے فرض کرو کہ ہر صورت میں شخص اور خیال کے فاصلے اپنے اپنے صدر مستویوں سے، ہٹاؤ سے پہلے ش اور خ ہیں اور ہٹاؤ کے بعد شَ اور خَ۔

تب ہر صورت میں ہمیں حاصل ہوگا

$$\frac{1}{خ} - \frac{1}{ش} = \frac{1}{م}\ ،\ \frac{1}{خَ} - \frac{1}{شَ} = \frac{1}{م}$$

$$ت = \frac{خ}{ش}\ ،\ تَ = \frac{خَ}{شَ}$$

Lantern slides ـہ

پہلی اور دوسری صورتوں میں، ہمیں حاصل ہوگا

$$\text{ف} = \text{خَ} - \text{خ} = \text{م}\,(۱ - \text{تَ}) - \text{م}\,(۱ - \text{ت}) = \text{م}\,(\text{ت} - \text{تَ})$$

یعنی

$$\text{م} = \frac{\text{ف}}{\text{ت} - \text{تَ}}$$

تیسری صورت میں:

$$\text{ف} = \text{ش} - \text{شَ} = \text{م}\left(\frac{۱}{\text{ت}} - ۱\right) - \text{م}\left(\frac{۱}{\text{تَ}} - ۱\right) = \text{م}\left(\frac{۱}{\text{ت}} - \frac{۱}{\text{تَ}}\right)$$

یعنی

$$\text{م} = \frac{\text{ف}}{\frac{۱}{\text{ت}} - \frac{۱}{\text{تَ}}}$$

(۴۴) **عقدی سرک والا آلہ**: عدسوں کے کسی نظام کے ماسکی مستوی بآسانی اِس طرح معلوم کر لیے جا سکتے ہیں کہ پہلے اِس کی ایک جانب سے بھی اِس کی دوسری جانب سے متوازی شعاعوں کو واقع ہونے کا موقع دیا جائے اور ہر دو صورتوں میں خیال کے محل کا مشاہدہ کر لیا جائے۔ جب اِس طرح ماسکی طول معلوم ہو جائے تو ماسکی مستویوں سے صدر مستویوں اور عقدی نقطوں کے فاصلے ناپ کر اِن کے محل معلوم کر لیے جا سکتے ہیں لیکن عقدی نقطوں کی راست تعیین کا بھی ایک اچھا طریقہ ہے۔

متعلم کو یاد ہوگا کہ عقدی نقطوں کی خاصیت یہ بتائی گئی تھی کہ اگر نور کی کوئی شعاع ایک عقدی نقطہ میں سے گذرے تو اُس کی مزدوج شعاع دوسرے عقدی نقطہ میں سے گزرتی ہے اور واقع شعاع کے متوازی ہوتی ہے۔ اب فرض کرو کہ متوازی شعاعیں اِس نظام پر خطۂ شخص میں واقع ہو رہی ہیں اور یہ کہ یہ نظام چول دار ہوتا ہے تاکہ یہ خطۂ خیال کے عقدی نقطہ میں سے گزرنے والے ایک انتصابی محور کے گرد گردش کر سکے۔ اِس گردش کے دوران میں خطۂ شخص کا عقدی نقطہ ایک چھوٹی سی قوس مرتسم کرتا ہے اور اِس میں سے

یکے بعد دیگرے مختلف شعاعیں گزرتی جاتی ہیں۔ لیکن واقع شعاعیں سب کی سب باہم متوازی ہیں اور اس لیے خطۂ شخص کے عقدی نقطہ میں سے گزرنے والی شعاع کی سمت ہمیشہ ایک ہی رہتی ہے۔ بنا بریں خطۂ خیال کے عقدی نقطہ میں سے گزرنے والی شعاع کی سمت ہمیشہ ایک ہی رہتی ہے اور اگر خیال کو ایک پردہ پر حاصل کیا جائے تو یہ خیال نظام کو گھمانے پر ساکن رہتا ہے۔ اِس پردہ اور گردشی محور کا درمیانی فاصلہ صریحاً نظام کے ماسکی طول کو تعبیر کرتا ہے۔

اِس طریقہ کو عملی صورت دینے کے لیے عدسوی نظام کو ایک استادہ پر قایم کیا جاتا ہے جس کو ایک گردشی میز پر رکھ دیتے ہیں۔ اِس میز کے ایک بازو استادہ کا محل پڑھنے کے لیے ایک پیمانہ لگا ہوتا ہے۔ یہ آلہ عقدی سرک والا آلہ کہلاتا ہے۔ استادہ کو پیمانے کے مختلف مقامات پر ترتیب دے کر ہر ایک ترتیب کے جواب میں گردشی میز کو گھمایا جاتا ہے۔ تاوقتیکہ گردش کا محور خطۂ خیال کے عقدی نقطہ میں سے نہ گزرے خیال پردہ پر حرکت کرتا جاتا ہے۔ ٹھیک محل سے آگے بڑھ جانے پر خیال کی حرکت کی سمت اُلٹ جاتی ہے۔

ماسکی طول کی تعیین کا زیادہ صحیح طریقہ:

معمل طبعیات میں ماسکی طول عام طور پر عددی نتایج کے خاطر معلوم نہیں کیے جاتے بلکہ طلباء کو علم مناظر کے اصول سمجھانے کی غرض سے۔ جن عدسوں کے ماسکی طولوں کی پیمایش کی جاتی ہے وہ عام طور پر عینک کے عدسے ہوتے ہیں اور اِن کے ماسکی طول ۲۰ یا ۴۰ سمر ہوتے ہیں، کیونکہ ایسے عدسے دو میٹر طول والے تختِ مناظر کے لیے بہت موزوں ہوتے ہیں۔ محدب عدسے کے لیے صفحہ ۱۲۸ پر جو طریقے بیان کیے گئے ہیں اُن کے واحد نتایج سے ایسے عدسوں کے ماسکی طول قریب ترین ملی میٹر کی صحت تک حاصل ہوتے ہیں لیکن صفحہ ۱۳۵ پر بیان کیے ہوئے تکبیری طریقوں سے اس قدر صحیح نتایج حاصل نہیں ہوتے۔ اگر اِس سے زیادہ صحت کی واقعی ضرورت ہو یا اگر ایک ایسا طریقہ مطلوب ہو جس سے مثلاً ایک دُوربین کے چشمہ کا معادل ماسکی طول بھی معلوم کیا جا سکے تو

بکّ کے عدسوی امتحان کے تختہ[۵] جیسے کسی حساس آلے سے کام لیا جاسکتا ہے۔

بہر حال یہ بتا دینا ضروری ہے کہ کسر پیمائی خُرد بین کی مدد سے جو تقریباً ہر محل میں پائی جاتی ہے ماسکی طولوں کی ایسی قیمتیں حاصل کی جاسکتی ہیں جو کسی اور طریقہ سے حاصل شدہ قیمتوں کے ساتھ بخوبی قابل مقابلہ ہوتی ہیں۔

اِس طریقہ میں دور پر کے کسی شخص کے ہوائی خیال کی پیمائش کی جاتی ہے۔ عکسالہ کے عدسوں کے لیے میں نے ۱۲ میتر کے فاصلہ پر رکھے ہوئے ۵۰ سم لمبے ایک اُفقی پیمانے سے شخص کا کام لیا۔ اِس کو ایک برقی لیمپ سے بلکہ سوڈیم کی روشنی سے منور کیا گیا تھا۔ خُردبینی دہانوں کے لیے یہ فاصلہ نسبتاً (۷۵) بہت کم ہونا چاہیے۔ کسر پیمائی خردبین میں اُفقی اور انتصابی دونوں حرکتیں ہونی چاہییں۔ عدسہ کو اِس کے سامنے ایک استادہ پر قایم کر کے خیال کا طول ناپ لیا جاتا ہے۔ اگر اِس کی تکبیر ت اور شخص کا فاصلہ خیال سے ف ہو اور اگر ش اور خ کی محض حسابی قیمتوں کا لحاظ کیا جائے تو:

$$\text{ت} = \frac{\text{خ}}{\text{ش}} \text{ ، } \text{ف} = \text{ش} + \text{خ} = \text{ش}(1 + \text{ت})$$

اور

$$\text{م} = \frac{\text{ش خ}}{\text{ش} + \text{خ}} = \frac{\text{ت ش}}{1 + \text{ت}} = \frac{\text{ت ف}}{(1 + \text{ت})^2}$$

اِس میں ت عام طور پر اتنا چھوٹا ہوتا ہے کہ نسب نما کو ۱ کے مساوی سمجھا جاسکتا ہے۔

اِس طریقہ کی ایک خوبی یہ ہے کہ اِس میں پیمائش کی فی صدی خطا شخص اور خیال کے طولوں کے لیے اور فاصلہ ف کے لیے ایک ہی ہوتی ہے۔

اب تک صدر مستویوں کے درمیانی فاصلہ کو نظر انداز کیا گیا ہے لیکن م کی پہلی قیمت سے اِس کی تخمین ہوسکتی ہے۔ اِس کے لیے ہوائی خیال سے فاصلہ م ناپ کر عدسہ کے ڈھانچے پر ایک نشان کر لیا جاتا ہے پھر عدسہ کو

۵۔ Beck Lens Testing Bench

پلٹ کر اسی عمل کو دُہراتے ہیں۔ یہ دونوں نشان صدر ہستویوں کے محلون کو تعبیر کرتے ہیں کیونکہ ف بہت ہی بڑا ہے۔ اس فاصلہ کو ف میں سے تفریق کر کے زیادہ صحیح نتیجہ محسوب کر لیا جا سکتا ہے۔ ف اتنا بڑا ہوتا ہے کہ اِس کے بہت زیادہ صحت کے ساتھ جاننے کی ضرورت نہیں پڑتی۔

اِس طریقہ کا اطلاق طویل ماسکی طول والے عدسوں پر بھی ہو سکتا ہے۔ اِس کے لیے دو بعید شخصوں کو لے کر آلۂ سُدس کی مدد سے اِن کے درمیانی زاویہ کی پیمائش کر لی جاتی ہے۔ چنانچہ اگر خیال کا طول ل اور زاویہ ۲ ع ہو تو م مساوی ہوگا محض $\frac{ل}{۲ مس ع}$ کے۔

عدسہ کی ضلالتوں کی تحقیق: کسی عدسوی نظام کی وجہ سے بننے والے خیال اور شخص کے محلوں کے درمیان ربط دکھانے والے ضابطہ کو اخذ کرتے وقت یہ مان لیا گیا تھا کہ ہر ایک شعاع محور کے ساتھ ایک ایسا چھوٹا زاویہ بناتی ہے کہ اِس کے جیب کو اِس کے مساوی اور اِس کے جیب التمام کو اکائی کے مساوی رکھا جا سکتا ہے لیکن اگر اِن زاویوں کے جیوب اور جیوب التمام کے پھیلاؤں میں دوسری رقموں کا بھی لحاظ کیا جائے تو ہم اِس نظام میں سے شعاعوں کے گزر پر ایک عام نقطۂ نظر سے غور کر سکتے ہیں۔ چنانچہ اِس تحقیق سے پایا جاتا ہے کہ اگر شخص ایک نقطہ ہو تو خطۂ خیال میں شعاعیں ایک نقطہ کی جانب نہیں بلکہ ایک چھوٹے سے رقبہ کی جانب مستدق ہوتی ہیں۔ اگر محور کے ساتھ بننے والے زاویے اتنے بڑے ہوں کہ اِن کے جیوب اور جیوب التمام کے پھیلاؤں میں صرف دو رقموں کا لینا کافی تقرب نہ ہو تو ایسی صورت کی تحقیق کا کوئی عمدہ طریقہ نہیں ہے۔ اِس صورت میں خطۂ خیال میں شعاعوں کے راستے علم مثلث کے طول طویل حسابات سے معلوم کرنے پڑتے ہیں۔

اگر شعاعیں محور کے ساتھ چھوٹے زاویے نہ بنائیں تو خیال مسخ ہوتا

ہے یا اِس میں نقایص پائے جاتے ہیں۔ بعض خاص صورتوں میں یہ نقایص امتیازی شکلیں اختیار کرتی ہیں۔ مثلاً کروی ضلالت، کوما[1]، ابہامیت[2]، سطح کا انحنا، مسخ[3]۔ جن میں سے ہر ایک ریاضیاتی نظریہ کے ایک خاص مستقل پر منحصر ہوتا ہے۔ پس عام نظریہ میں یوں سمجھا جا سکتا ہے کہ یہ پانچوں نقایص باہم غیر تابع طریقہ پر اور ایک متغیر حد تک پائے جاتے ہیں۔ یہ اِس نظام کے لیے شخص کے ایک معیّن محل کے لیے ایک اختصاصی حیثیت رکھتے ہیں۔ اِن میں سے کسی ایک نقص کے لیے اِس کے متناظر مستقل کی قیمت کو صفر کے مساوی بنا کر نظام کی تصحیح کر لی جا سکتی ہے اور اِن میں سے ہر ایک کے لیے نظام کا علیحدہ علیحدہ امتحان کر کے اِس کے خیال بنانے والے خواص کی تحقیق کی جا سکتی ہے۔ لیکن یہ بیان کر دینا ضروری ہے کہ فی زمانہ اِن نقایص کی جانچ یا قدری پیمایش کے کوئی عام مسلّمہ طریقے نہیں ہیں۔ (۷۶)

بلاشبہ مذکورۂ بالا نقایص کے علاوہ عدسوں کی سطحیں صحیح نہ ہونے کی وجہ سے یا اِن کے مختلف اجزاء کے مرکز ایک سیدھ میں نہ ہونے کی وجہ سے بھی، دیگر نقایص پائے جا سکتے ہیں۔ اِن کے سوا لونی ضلالت بھی ہے۔

چونکہ ایک کے لحاظ سے خوبی اکثر اوقات کسی دوسرے کے لحاظ سے خامی پیدا کر کے حاصل کی جا سکتی ہے اِس لیے عدسوں کا امتحان صریحاً اُن خاص حالات کے تحت کرنا پڑتا ہے جس میں کہ یہ استعمال ہونے والے ہوں اور اُن نقایص کے لیے جو اِن خاص حالات میں اہم ہوں۔

عدسوں کی ضلالتوں کی صحیح پیمایش کے لیے ہَک کے تحت امتحان جیسا آلہ ناگزیر ہوتا ہے۔ بہرحال ذیل میں دو آسان طریقے بیان کیے جاتے ہیں جو ضلالتیں بڑی ہونے کی صورت میں کچھ حد تک مفید ثابت ہو سکتے ہیں۔

پہلے طریقے میں ایک ایسے کسر پیمائی خردبین کی ضرورت پڑتی ہے جس کو اِس کے طول کی سمت میں آگے کی طرف دست پٹی کی مدد سے سرکایا جا سکتا ہو۔ اگر اِس کے طول کے علی القوایم انتصابی حرکت اور اُفقی حرکت کا بھی انتظام ہو تو بڑی سہولت ہوگی لیکن یہ ناگزیر نہیں ہیں۔ الومینیم کے

[1] Coma [2] Astigmatism [3] Distortion

ایک پتلے پترے میں بنے ہوئے ایک مم قطر کے ایک دائری سوراخ سے مبداء کا کام لیا جاتا ہے۔ اِس کو خردبین سے تقریباً ۱۲ میٹر کے فاصلہ پر ایک لیمپ کے سامنے قایم کر دیا جاتا ہے۔ زیر امتحان عدسہ اِس منوّر سوراخ کا ایک ہوائی خیال بناتا ہے جس کا مشاہدہ خردبین کی مدد سے کیا جاتا ہے۔

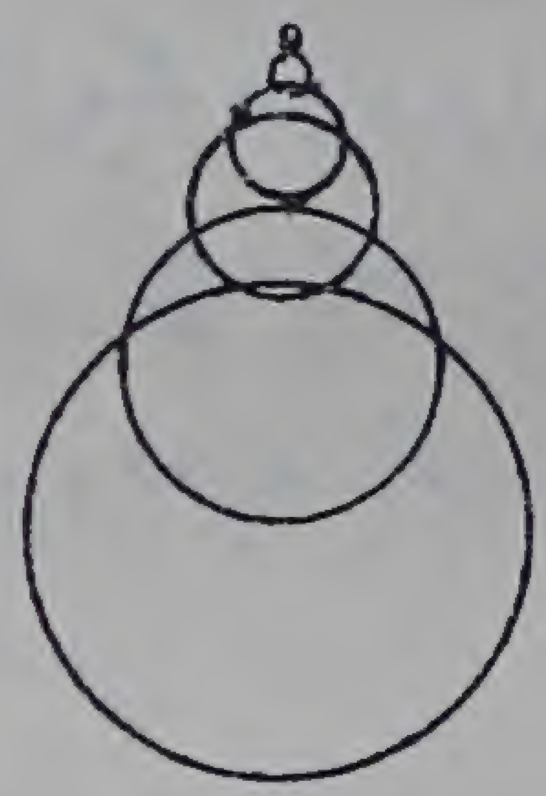
لونی ضلالت کی پیمایش کے لیے سوراخ کے پیچھے سُرخ شیشہ کا ایک ٹکڑا رکھ کر خیال کی تسیک کر لی جاتی ہے۔ پھر اس سُرخ شیشہ کو ہٹا کر اس کی بجائے ایک سبز شیشے کے ٹکڑے کو نیلگوں شیشہ کے ٹکڑے کے ساتھ ملا کر رکھ دیا جاتا ہے جس سے تقریباً یک لونی سبز روشنی حاصل ہوتی ہے۔ خردبین کو آگے سرکا کر خیال کی مکرر تسیک کر لی جاتی ہے۔ اِن دونوں خیالوں کے درمیانی فاصلہ ل کو عدسے کے ماسکی طول پر تقسیم کرنے سے لونی ضلالت کی تقریبی قیمت حاصل ہو جاتی ہے۔

کُروی ضلالت کی پیمایش کے لیے دو سوراخوں والے ایک پردہ سے کام لیا جاتا ہے۔ ایک سوراخ میں سے عدسہ کے مرکز سے گزرنے والی شعاعیں گزر جاتی ہیں اور دوسرے سوراخ میں سے عدسہ کے حاشئی منطقہ میں سے گزرنے والی شعاعیں گزر جاتی ہیں۔ یہ روک عدسہ کے سامنے یکے بعد دیگرے رکھے جاتے ہیں۔ اگر اِن دونوں صورتوں میں خیالوں کا درمیانی فاصلہ ل ہو اور حاشئی منطقہ کے اوسط قطر کے محاذی خیال پر بننے والے زاویہ کا نصف طہ ہو تو جملہ $\frac{ل}{م\ طہ^۲}$ کو کروی ضلالت کی قدر مان لیا جا سکتا ہے کیونکہ تصیح نہ کیے ہوئے ایک عدسہ کے لیے اِن خیالوں کا درمیانی فاصلہ طہ۲ کے متناسب ہوتا ہے۔

ابہامیت کی پیمایش کے لیے عدسہ کو اس طرح رکھا جاتا ہے کہ اس کا محور خردبین اور مبداء کو ملانے والے خط کے ساتھ تقریباً ۱۰° کا ایک زاویہ طہ بنائے۔ چنانچہ اِس صورت میں ایک نقطئی خیال کی بجائے دو علی القوایم خطی خیال دکھائی دیتے ہیں جن کے درمیان خردبین کے محور کی سمت میں

ایک فاصلہ ل پایا جاتا ہے۔ البتہ ان پر دیگر نقائص کی وجہ سے پردہ پڑ سکتا ہے۔ ان خطی خیالوں کا درمیانی فاصلہ طہ کی چھوٹی قیمتوں کے لیے طہ۲ کے متناسب ہونا چاہیے۔ پس ابہامیت کی تقریبی پیمائش $\frac{ل}{م\,طہ^{۲}}$ سے ہو سکتی ہے۔ (۷۷)

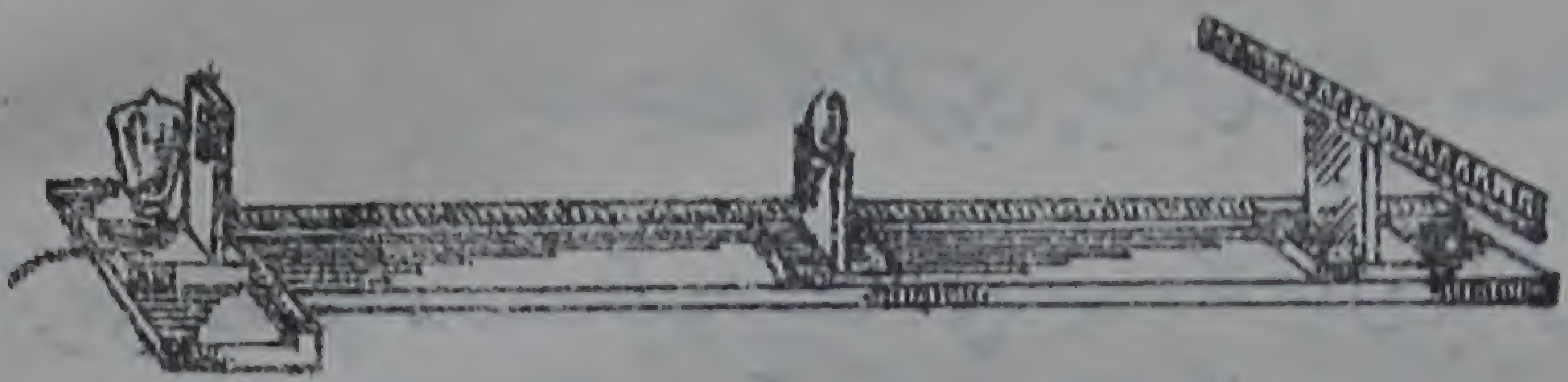
اگر کسی عدسہ کی مدد سے ایک ایسے نقطئی مبداء کا خیال حاصل کیا جائے جو اس کے محور پر واقع نہ ہو تو عدسہ کے مرکزی منطقہ کی وجہ سے تو ایک نقطئی خیال بنیگا لیکن دیگر منطقوں کی وجہ سے حلقئی خیال بن سکتے ہیں جن کے قطر عدسے کے مرکز سے منطقہ کے فاصلہ کے ساتھ ساتھ بڑھتے جاتے ہیں۔ یہ صورت اس وقت بھی پیدا ہو سکتی ہے جبکہ عدسہ کی تصحیح کروی ضلالت کے لیے کر لی گئی ہو۔ یہ حلقے ہم مرکز نہیں بلکہ شکل ۶۸ کے مطابق ہوتے ہیں اور ہر حلقہ کا نصف قطر نقطئی خیال سے اس کے مرکز کے فاصلہ کا نصف ہوتا ہے۔ بنا بریں روشنی کا بیضوی شکل کا ایک دھبہ حاصل ہوتا ہے جس کا تنگ سرا دوسرے سرے سے بہت زیادہ منور ہوتا ہے۔ اس نقص کو کوما کہتے ہیں اور یہ نقص اس وقت غائب ہو جاتا ہے جبکہ عدسئی نظام جیبی شرط کی مطابقت کرے۔



شکل ۶۸

عینک کے عدسہ کی وجہ سے بننے والے خیال کے انحنا اور مسخ کی پیمائش شکل ۶۹ میں دکھلائے ہوئے آلہ کی مدد سے بخوبی کی جا سکتی ہے۔ یہ آلہ ایک تختہ مناظر پر مشتمل ہوتا ہے جس کے ایک سرے پر ایک آڑا تختہ ملحق رہتا ہے۔ اس کے کنارہ سے لگ کر ایک استادہ حرکت کر سکتا ہے جس پر لیمپ سے منور کردہ صلیبی تار لگے ہوتے ہیں۔ خیال حاصل کرنے کے لیے معمولاً استعمال ہونے والے پردہ کی بجائے ایک لانبے سفید پیمانے سے کام لیا جاتا ہے۔ یہ پیمانہ اور عدسہ کا استادہ دونوں خود تختہ پر حرکت کرتے ہیں۔

اصلی تختہ اور آڑے تختہ دونوں پر ملی میتروں کے پیمانے لگے ہوتے ہیں۔



شکل ۶۹

لیمپ کو پہلے اِس طرح رکھا جاتا ہے کہ شخص اور خیال کو ملانے والا خط تختہ کے محور کے ٹھیک متوازی رہے۔ اب اگر لیمپ کو آڑے تختہ پر بقدر فاصلہ ا ہٹایا جائے تو خیال پیمانے پر بقدر فاصلہ ب کے ہٹ جاتا ہے اور اِس کے ساتھ ساتھ مکرر ٹھیک حاصل کرنے کے لیے ثانی الذکر کو تختہ پر بقدر فاصلہ ج ہٹانا پڑتا ہے۔ مسخ کی پیمایش ب اور ا کے تناسب میں پائے جانے والے انحراف سے کی جاتی ہے اور انحراف ج/ب کے متناسب ہوتا ہے۔

مثالیں

(۱) ۲۰ سمر ماسکی طول والے ایک پتلے محدب عدسہ کے محور پر عدسہ کی بائیں جانب ۵۰ سمر کے فاصلہ پر ۲ سمر کی قامت کا ایک شخص رکھا ہے۔ اس عدسہ کی داہنی جانب اسی کے محور پر اور اِس سے ۱۰ سمر کے فاصلہ پر ۵۴ سمر ماسکی طول والا ایک پتلا مقعر عدسہ رکھا ہے۔ آخری خیال کا محل اور اِس کی قامت دریافت کرو۔

(۲) اگر تختہ مناظر پر ایک پتلا عدسہ اِس طرح بٹھایا جائے کہ یہ تختہ کے محور پر ٹھیک عمود وار نہ ہو بلکہ ایک انتصابی محور کے گرد ایک چھوٹے سے زاویہ میں گھما ہوا ہو تو شخص کے طور پر استعمال کیے ہوئے انتصابی اور اُفقی صلیبی تار بیک وقت (۸۴)

ماسکہ میں نہیں آتے۔ چنانچہ اگر پہلے انتصابی تار کو ماسکہ میں لایا گیا ہو تو اُفقی تار کو ماسکہ میں لے آنے کے لیے خیال کے پردہ کو بقدر ایک چھوٹے سے فاصلے کے ہٹانا پڑتا ہے۔ تجربی طور پر معلوم کرو کہ یہ ہٹاؤ عدسہ اور تختت کے محوروں کے درمیانی زاویہ کے ساتھ کس طرح بدلتا جاتا ہے۔ زاویہ کی پیمایش چاندہ کی مدد سے بخوبی ہو سکتی ہے۔

(۳) ایک طالب علم کو ایک محدّب عدسہ اور ایک مقعر عدسہ دے کر اُن سے اِن کے ماسکی طول معلوم کرنے کے لیے کہا جاتا ہے۔ اِن کے کناروں کے قطر مساوی ہیں لیکن مقعر عدسہ کا کچھ حصّہ، شاید اِس کے سہارے رقبہ کا چھٹا حصّہ، اتفاق سے ٹوٹا ہوا ہے۔ محدّب عدسہ کا ماسکی طول بآسانی معلوم کر لیا گیا اور یہ ۲۴ سمر حاصل ہوا۔ چونکہ محدّب عدسہ مقعر عدسہ سے زیادہ طاقتور معلوم ہو رہا تھا اِس لیے مقعر عدسہ کے ماسکی طول کی تعیین کے پہلے طریقہ سے کام لیا گیا۔ لیکن متعلّم کو یہ دیکھ کر تعجب ہوتا ہے کہ اِس مرکب عدسہ سے ہمیشہ دو خیال حاصل ہوتے ہیں جن میں سے ایک مدّھم اور عدسوں سے قریب ہوتا ہے اور دوسرا منوّر اور عدسوں سے دور۔ اگر مدّھم خیال سے کام لیا جائے تو اِس مرکب نظام کا ماسکی طول ۳۴ء۲ سمر حاصل ہوتا ہے اور اگر روشن خیال سے کام لیا جائے تو یہ ماسکی طول ۲ء۸۳ سمر حاصل ہوتا ہے۔ اُسے کس خیال سے کام لینا چاہیے اور کیوں؟

(۴) ایک مقعر آئینہ کا ماسکی طول ش اور رخ کی پیمایش سے حسبِ معمول معلوم کر لیا جاتا ہے اِس تجربے میں شعاعیں خیال کے پردہ میں بنے ہوئے ایک بڑے سوراخ میں سے گزر کر آئینہ پر واقع ہوتی ہیں اور اِس آئینہ کو ایک انتصابی محور کے گرد کسی قدر گھما کر رکھنا پڑتا ہے تاکہ خیال خود سوراخ ہی پر واقع نہ ہو۔ اِس کی وجہ سے تجربہ میں پائے جانے والی خطا کی قدر پر مقعر آئینہ پر کے ابہامی انعکاس کے نظریہ کی رو سے بحث کرو اور کسی حقیقی صورت کے لیے اعداد پیش کرو۔

(۵) ایک مقعر آئینہ کا ماسکی طول معلوم کرنے کی غرض سے کئی میٹر کے فاصلہ پر رکھے ہوئے ایک لیمپ کا خیال حاصل کیا جاتا ہے جس سے یہ ماسکی طول ۱ء۲۳ سمر پایا جاتا ہے۔ اِس نتیجہ کے ۲ ممر تک صحیح ہونے کے لیے لیمپ کو کتنے فاصلہ پر ہونا چاہیے؟

(۶) ۲۲ سمر ماسکی طول کا ایک محدّب کروی عدسہ ایک اُسطوانی عدسہ کے ساتھ

تماس میں رکھا ہوا ہے اور اِس اجتماع سے منوّر صلیبی تاروں کا، جو انتصاباً اور افقاً واقع ہیں ایک خیال حاصل کیا جاتا ہے۔ اُسطوانی عدسہ کا ایک رُخ مستوی ہے اور اُسطوانی سطح کا محور انتصابی ہے۔ اگر شخص اِس اُسطوانی عدسے سے ۵۰ سمر کے فاصلہ پر واقع ہو اور یہ اُسطوانی عدسہ (ا) ۴۰ سمر ماسکی طول کا ایک محدب عدسہ ہو (ب) ۴۰ سمر ماسکی طول کا ایک مقعر عدسہ ہو، تو دریافت کرو کہ ہر ایک صلیبی تار کا خیال کہاں بنتا ہے۔

(۷) کرُوی آئینہ کے نصف قطر انحنا کے لیے صفحہ ۱۳۳ پر اخذ کیے ہوئے ضابطے بہت زیادہ آسان ہو جاتے ہیں اگر ل کو ط کے مقابلہ میں نظر انداز کیا جا سکے۔ ثابت کرو کہ یہ مفروضہ بمنزلۂ یہ فرض کرنے کے ہے کہ چھوٹا پیمانہ خیال ہی کے مستوی میں واقع ہے۔ نیز اِس مفروضہ کی بنا پر ابتدائی اُصولوں سے محولۂ بالا آسان ضابطے اخذ کرو۔

(۸) دو اُسطوانی عدسے جن میں سے ہر ایک کا ایک رُوخ مستوی ہے ایک دوسرے کے ساتھ تماس میں رکھے ہوے ہیں، اِن کی مدد سے ۳۰ سمر کے فاصلے پر رکھے ہوئے منوّر صلیبی تاروں کا ایک حقیقی خیال حاصل کیا جاتا ہے۔ اُسطوانی سطحوں کے محاور ایک دوسرے کے علیٰ القوایم ہیں اور اِن میں سے ہر ایک محور ایک صلیبی تار کے متوازی ہے۔ صلیبی تاروں کے خیال اِس مرکب نظام سے بالترتیب ۴۰ اور ۶۰ سمر کے فاصلوں پر حاصل ہوتے ہیں۔ اِن عدسوں کے ماسکی طول کیا ہیں؟ اگر دونوں اُسطوانی سطحوں کے محور ایک ہی صلیبی تار کے متوازی ہوتے تو اِس کا خیال کہاں بنتا؟

(۹) ایک محدّب عدسہ کو تختِ مناظر پر چڑھا کر اِس سے ایک پردہ پر خیال حاصل کیا جاتا ہے جس کی تکبیر ۲٫۰۴ ہے۔ پھر شخص اور خیال کے پردوں کو اپنی اپنی جگہ قایم رکھ کر عدسہ کو خیال کی طرف ۱۰ سمر ہٹایا جاتا ہے جس سے ایک واضح خیال مکرر حاصل ہوتا ہے۔ اگر اِس صورت میں تکبیر ۰٫۴۵ ہو تو عدسہ کا ماسکی طول محسوب کرو۔

(۱۰) باب ہٰذا کے پہلے طریقہ سے ایک پتلے محدب عدسے کا ماسکی طول ن مرتبہ

(بالفرض ۸ یا ۱۰ مرتبہ) معلوم کرو - اِن سب نتایج کا اوسط لو، اِس اوسط قیمت سے ہر ایک نتیجہ کا فرق محسوب کرو، اِن کے مربع لے کر اِن مربعوں کا حاصل جمع معلوم کرو، اِس حاصل جمع کو ن (ن - ۱) پر تقسیم کرکے خارج قسمت کا جذر نکالو - اِس جذر کو آخری نتیجہ کی "اوسط خطا"[ا] کہتے ہیں - اس اوسط خطا کو (۷۹) $\frac{۲}{۳}$ سے (بلکہ ترجیحاً ۰٫۶۷۴ سے) ضرب دینے پر آخری نتیجہ کی "اغلب خطا"[ب] حاصل ہوگی - آخری نتیجہ کی اوسط خطا اور اغلب خطا کو تعداد مشاہدات کے جذر سے ضرب دینے پر انفرادی مشاہدات کی اوسط خطا اور اغلب خطا حاصل ہوتی ہے -

مثلاً جدول ذیل کے پہلے کالم میں ایک عدسے کے ماسکی طول کے ۱۰ مشاہدات درج ہیں جو ایک ہی تختت مناظر پر محولۂ بالا طریقے سے لیے گئے ہیں :-

فہ۲	فرق (فہ)	م
۰٫۰۵۹۵۴	-۰٫۲۴۴	۱۹٫۹۱ سمر
۰٫۰۰۷۰۶	-۰٫۰۸۴	۲۰٫۰۷ "
۰٫۰۰۱۹۴	-۰٫۰۴۴	۲۰٫۱۱ "
۰٫۰۰۰۰۴	+۰٫۰۰۶	۲۰٫۱۶ "
۰٫۰۰۰۲۰	-۰٫۰۱۴	۲۰٫۱۴ "
۰٫۰۱۳۴۶	+۰٫۱۱۶	۲۰٫۲۷ "
۰٫۰۰۳۱۴	+۰٫۰۵۶	۲۰٫۲۱ "
۰٫۰۰۰۲۰	-۰٫۰۱۴	۲۰٫۱۴ "
۰٫۰۰۴۳۶	+۰٫۰۶۶	۲۰٫۲۲ "
۰٫۰۲۴۳۴	+۰٫۱۵۶	۲۰٫۳۱ "
حاصل جمع = ۰٫۱۱۴۲۸		اوسط = ۲۰٫۱۵۴

نتیجہ کی اوسط خطاء = $\sqrt{\frac{۰٫۱۱۴۲۸}{۹۰}}$ = ۰٫۰۳۵۶

نتیجہ کی اغلب خطاء = $\frac{۲}{۳}$ × ۰٫۰۳۵۶ = ۰٫۰۲۳۷

ب Probable error   ا Mean error

ایک واحد مشاہدہ کی اوسط خطاء = ء۰۳۵۶ × $\sqrt{10}$ = ء۱۱۳

اور　ایک واحد مشاہدہ کی اغلب خطاء = ء۰۲۳۷ × $\sqrt{10}$ = ء۰۷۴۹

نتایج بالا کو حاصل کرنے کا یہ طریقہ نظریۂ ظن[ۓ] پر مبنی ہے۔ یہ نتایج صرف اُسی صورت میں درست ہوتے ہیں جب کہ انفرادی مشاہدات صحیح قیمت کے لگ بھگ محض کلیہ اتفاق کے تحت بکھرے ہوئے ہوں۔ اِن نتایج میں یک طرفہ خطاؤں کا کوئی لحاظ نہیں ہوتا مثلاً جو خطائیں اِس مفروضہ کی وجہ سے پیدا ہوتی ہیں کہ مستعملہ عدسہ نہایت ہی پتلا ہے اور یہ کہ اِس کے صدر نقاط باہم منطبق ہوتے ہیں، اُن سے اِن نتایج کو کوئی سروکار نہیں۔

کسی واحد مشاہدہ کی اغلب خطاء ایک ایسی مقدار کو ظاہر کرتی ہے جس کے اُوپر اور نیچے بروئے نظریہ فہ کی قیمتوں کی ایک مساوی تعداد پائی جانی چاہیے۔ مثال بالا میں فہ کی چار قیمتیں یعنی ء۲۴۴، ء۰۸۴، ء۱۱۶ اور ء۱۵۶، اوسط اغلب خطاء ء۰۷۴۹ سے بڑی ہیں اور ۶ قیمتیں یعنی ء۰۴۴، ء۰۰۶، ء۰۱۴، ء۰۵۶، ء۰۱۴ اور ء۰۶۶ اِس سے چھوٹی۔

ۓ Theory of Probability

چھٹا باب

مناظری آلات

(۸۰) **تکبیری شیشہ یا سادہ خردبین:** طبعی آنکھ کی بہترین تمسیک ایک ایسے شخص پر ہو سکتی ہے جو اس سے ۱۰ یا ۱۲ انچ کے فاصلہ پر واقع ہو۔ بنا بریں اِس فاصلے کو رویت واضح کا فاصلہ کہتے ہیں۔ اگر ہم شخص کو قریب تر لاکر اس کی مزید تفصیلات کا مشاہدہ کرنا چاہیں تو اس کو وضاحت سے دیکھنے کے لیے ہمیں آنکھ پر بار ڈالنا پڑتا ہے۔ پس کسی شخص کی تفصیلات کے دیکھنے کے لیے واضح رویت کا فاصلہ ہی بہترین مقام ہوتا ہے۔

فرض کرو کہ ا ب چھوٹے ماسکی طول کا ایک محدّب عدسہ ہے جو ع پر کی آنکھ کے سامنے رکھا ہے۔ فرض کرو کہ اِس عدسہ کا ماسکہ م ہے اور ایک شخص ط طَ اِس کے ماسکی طول کے اندر واقع ہے۔ چنانچہ عام ترسیمی طریقہ سے خیال کا محل ق قَ پر حاصل ہوگا۔ یعنی ط طَ سے نکل کر آنکھ میں داخل ہونے والی تمام شعاعیں عدسہ کی وجہ سے منعطف ہونے کے بعد ق قَ سے آتی ہوئی معلوم ہونگی۔



شکل ۸۰

ہمیں معلوم ہے کہ

$$\frac{\text{ما}_2}{\text{ما}_1} = \frac{\text{خ}}{\text{ش}} = 1 - \frac{\text{خ}}{\text{م}}$$

جہاں ما_2 خیال کی قامت ہے اور ما_1 شخص کی قامت۔ اب فرض کرو کہ یہ خیال رویت واضح کے فاصلہ پر واقع ہے۔ اِس فاصلہ کو ف سے تعبیر کرو۔ چونکہ آنکھ عدسہ سے بہت قریب ہوتی ہے اِس لیے ہم خ کو ف کے مساوی سمجھ سکتے ہیں۔ بنابریں $\text{ما}_2 = \text{ما}_1 \left(1 - \frac{\text{ف}}{\text{م}}\right)$ یا تقریباً $- \frac{\text{ما}_1 \text{ف}}{\text{م}}$ کے کیونکہ م، ف کے مقابلہ میں چھوٹا ہوتا ہے۔

کسی شخص کی ظاہری قامت اُس زاویہ پر منحصر ہوتی ہے جو اِس شخص کے محاذی آنکھ پر بنتا ہے، لیکن اگر شخص ط طَ کا آنکھ سے راست امتحان مقصود ہو تو اِس کو ق پر رکھنا پڑیگا۔ اِس لیے عدسہ کے بغیر اور عدسہ کے ساتھ دکھائی دینے والی ظاہری قامتوں میں وہی نسبت پائی جائیگی جو شخص اور خیال کے خطی ابعاد میں پائی جاتی ہے بشرطیکہ یہ چھوٹے ہوں۔ (۸۱)

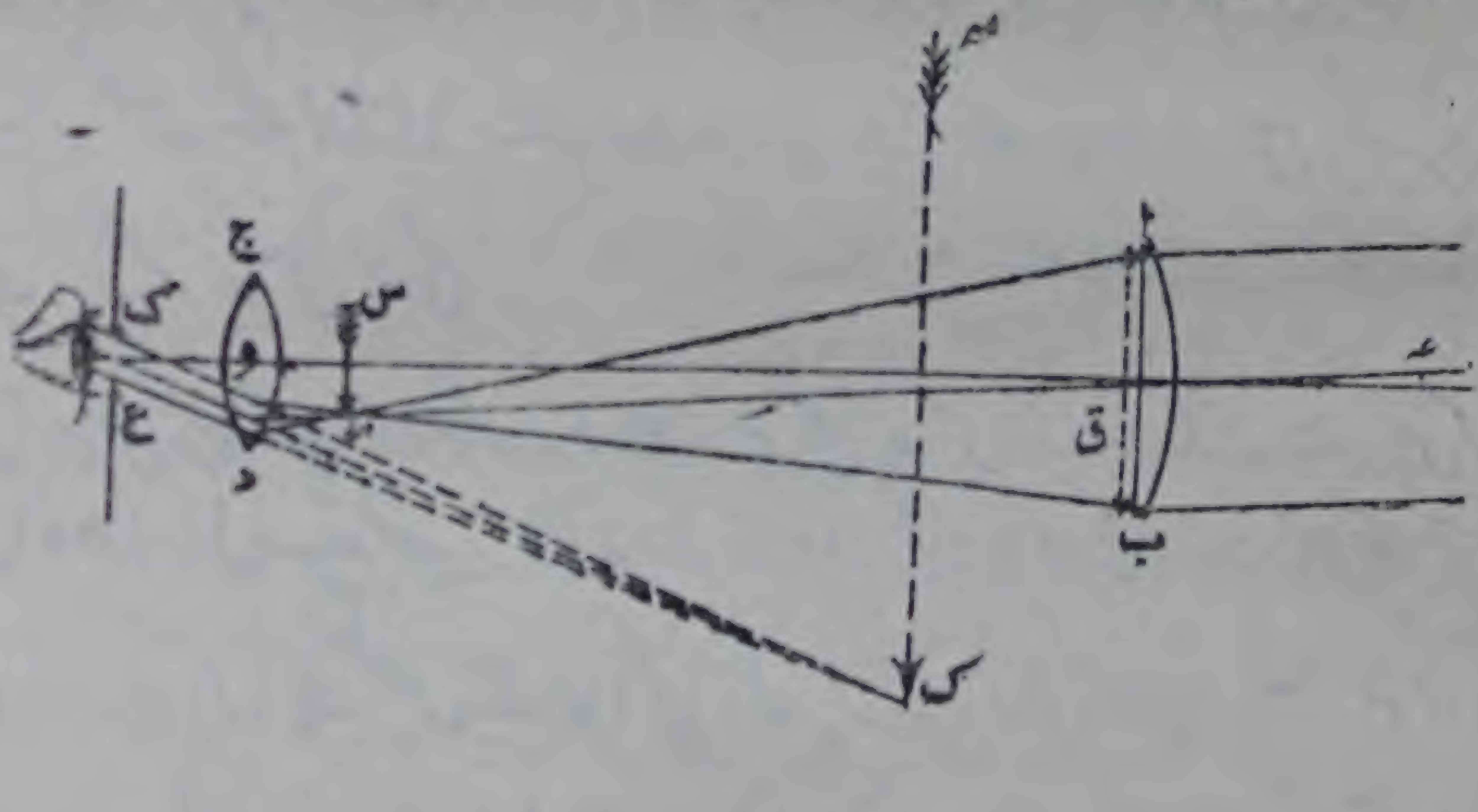
پس اِس عدسہ کی وجہ سے پیدا ہونے والی تکبیر $\frac{\text{ف}}{\text{م}}$ ہوگی جبکہ اِس کی علامت کو نظر انداز کر دیا جائے۔

جب ایک واحد محدب عدسہ کو طریقہ بالا کے مطابق استعمال کیا جاتا ہے تو اِس کو بعض اوقات سادہ خردبین کہتے ہیں۔

ایک واحد عدسہ کی بجائے پتلے عدسوں کا ایک اجتماع بھی استعمال کیا جا سکتا ہے مثلاً فلنٹ[ب] شیشہ کے دو مقعر عدسوں کے درمیان کراؤن شیشہ[الف] کا ایک دوہرا محدب عدسہ دے کر اِس مرکب عدسہ سے ایک سادہ خردبین کا کام لیا جا سکتا ہے۔ ایسے اجتماع کو لونی ضلالت، ابہامیت اور مسخ کے لیے درست کیا جا سکتا ہے۔

فلکی دُوربین: فلکی دوربین کا مناظری نظام دو عدسوں پر مشتمل ہوتا ہے: ایک عدسہ جو دہانہ کہلاتا ہے دور کے کسی شخص کا ایک حقیقی خیال پیدا کرتا ہے اور دوسرا عدسہ جو چشمہ کہلاتا ہے پہلے خیال کا ایک مکبّر مجازی خیال پیدا کرتا ہے۔

اِس کی وضاحت شکل ۷۱ میں کی گئی ہے۔ ا ب دہانہ ہے جس کا



شکل ۷۱

قطر ق اور ماسکی طول ہ ہے۔ ج د چشمہ ہے جس کا ماسکی طول م ہے۔ ا ب اپنے ماسکی مستوی میں شخص کا ایک حقیقی اور اُلٹا خیال د س بناتا ہے

[الف] Crown glass   [ب] Flint glass

یہ خیال ج د کے ماسکہ کے عین اندر ہوتا ہے جس سے یہ عدسہ ایک تکبیری شیشہ کی طرح عمل کرتے ہوئے گ ھ پر د س کا ایک مجازی مکبّر خیال پیدا کرتا ہے۔ گ ھ پر کا یہی وہ خیال ہے جو ع ک پر کی آنکھ کو دکھائی دیتا ہے۔

اِس آلہ کی تکبیر معلوم کرنے کے لیے ہم حسبِ ذیل طریقہ اختیار کر سکتے ہیں۔ فرض کرو کہ دور کے شخص کے محاذی آنکھ پر زاویہ ۲ عہ بنتا ہے۔ چونکہ شخص بہت دور واقع ہوتا ہے اِس کے محاذی دہانہ پر بننے والا زاویہ بھی ۲ عہ ہی ہوگا۔ بنا بریں خیال د س کا طول ۲ عہ م ہوگا۔ چونکہ د س عدسہ ج د سے عین فاصلہ م پر واقع ہے اِس لیے اِس کے محاذی و پر بننے والا زاویہ $\frac{۲ عہ م}{م}$ ہوگا۔ چونکہ گ بہت دور واقع ہے اِس لیے و ر عملاً متوازی ہوگا د گ کے۔ یہ بات گ کی تعیین کے ترسیمی طریقے سے بخوبی واضح ہو جائیگی۔ بنا بریں آخری خیال گ ھ کے محاذی آنکھ پر بننے والا زاویہ بھی $\frac{۲ عہ م}{م}$ ہی ہوگا۔ اِس لیے آخری خیال کے محاذی بننے والے زاویہ کو شخص کے محاذی بننے والے زاویہ پر تقسیم کرنے پر ہمیں تکبیر کی قیمت $\frac{م}{م}$ حاصل ہوگی۔

(۸۲) یہی نتیجہ کسی قدر مختلف طریقے سے بھی حاصل کیا جا سکتا ہے۔ فرض کرو کہ شخص کا طول ل ہے اور یہ دہانہ سے فاصلہ ش پر واقع ہے۔ چونکہ ش بہت بڑا ہے اِس لیے شخص کے محاذی آنکھ پر بننے والا زاویہ $\frac{ل}{ش}$ ہوگا۔ چونکہ خیال اور شخص میں وہی نسبت پائی جاتی ہے جو اِن کے فاصلوں میں اِس لیے د س $= \frac{ل م}{ش}$۔ فرض کرو کہ گ ھ کا فاصلہ و سے ف ہے۔ تب اُسی قاعدہ کی رو سے گ ھ $= \frac{ل م ف}{ش م}$ اور گ ھ کے محاذی آنکھ پر

بننے والا زاویہ تقریباً $\frac{ل ھ}{ش م}$ ہوگا۔ اِس کو شخص کے محاذی بننے والے اصلی زاویہ پر تقسیم کرنے سے ہمیں تکبیر کے لیے پھر وہی قیمت $\frac{ھ}{م}$ حاصل ہوتی ہے۔

فرض کرو کہ نقاط ع اور ک چشمہ کی وجہ سے نقطوں ا اور ب کے خیال ہیں۔ فرض کرو کہ ک ع کا فاصلہ و سے خ ہے۔ تب

$$\frac{1}{خ} + \frac{1}{ھ + م} = \frac{1}{م}$$

اگر ہم خ، ھ اور م کی علامتوں کا لحاظ نہ کریں تو

$$خ = \frac{م (ھ + م)}{ھ}$$

اور

$$ک ع = \frac{خ ق}{ھ + م} = \frac{م ق}{ھ}$$

شعاع ا ر منعطف ہونے کے بعد نقطہ ع میں سے گزرتی ہے۔ وہ تمام شعاعیں جو دونوں عدسوں میں سے گزرتی ہیں ک اور ع کے درمیان میں سے گزرتی ہیں اور اگر وہاں ایک پردہ رکھا جائے تو اِس پر ایک روشن دائری قرص دکھائی دیگی۔ یہ قرص، جو بعض اوقات حلقۂ چشم[ھ] کہلاتی ہے ابیؔ کی مجوزہ اصطلاح میں اِس آلہ کی **نکاس پتلی**[لہ] ہوتی ہے۔ ک ع کے لیے اُوپر حاصل شدہ جملہ سے ظاہر ہے کہ دہانہ کے قطر اور حلقۂ چشم کے قطر کی نسبت تکبیر کے مساوی ہوتی ہے۔

شعاعیں اِس آلہ میں سے باہر نکلنے کے بعد حلقۂ چشم پر ایک دوسرے کے بہت ہی قریب آجاتی ہیں اور یہی آنکھ کے لیے مناسب ترین

ھ Eye-ring

لہ Exit-pupil

مقام ہوتا ہے۔ یہ آلہ عام طور پر اِس طرح وضع کیا جاتا ہے کہ اِس کا حلقۂ چشم آنکھ کی پتلی سے چھوٹا رہے تاکہ دہانہ سے آنے والی ساری روشنی آنکھ میں داخل ہو جائے۔ لیکن شکل ۱۰ کی وضاحت کے لیے اِس میں حلقۂ چشم کو بڑا دکھلایا گیا ہے۔

شکل ۱۰ کی غرض صرف یہ ہے کہ فلکی دوربین کے نظریہ کی توضیح ہو۔ لیکن عملی طور پر دہانہ ایک واحد عدسہ کی بجائے لونی ضلالت کے لیے صحیح شدہ ایک مرکب عدسہ پر مشتمل ہوتا ہے۔ چھوٹی دوربینوں کی صورت میں مثلاً جیسی کہ طیف پیماؤں میں استعمال کی جاتی ہیں، دہانہ اکثر صفحہ ۱۱۹ پر بیان کی ہوئی شکل کا ہوتا ہے یعنی یہ کراؤن شیشہ کے ایک ایسے مساوی التحدب عدسہ پر مشتمل ہوتا ہے جس کے پیچھے فلنٹ شیشہ کا ایک مستوی مقعر عدسہ چسپاں رہتا ہے۔ اِسی طرح چشمہ بھی ایک واحد تکبیری شیشہ پر مشتمل ہونے کی بجائے ریمسڈن یا ہوئگینس کے مرکب چشمہ پر مشتمل ہوتا ہے۔

ریمسڈن کا چشمہ دو مساوی مستوی محدب عدسوں پر مشتمل ہوتا ہے جن کے منحنی رُخ بالمقابل ہوتے ہیں اور جن کا درمیانی فاصلہ کسی ایک عدسہ کے ماسکی طول کا دوتہائی ہوتا ہے۔ ہوئگینس کا چشمہ بھی دو محدب عدسوں پر مشتمل ہوتا ہے لیکن اس میں آنکھ سے بعید تر عدسہ کا ماسکی طول دوسرے عدسہ کے ماسکی طول سے بڑا اور عام طور پر تین گنا ہوتا ہے اور اِس کے دونوں عدسوں کا درمیانی فاصلہ چھوٹے ماسکی طول کا دُگنا ہوتا ہے۔ اِن دونوں چشموں میں آنکھ کے متصل عدسہ کو چشمئی عدسہ اور دوسرے عدسہ کو میدانی عدسہ کہتے ہیں۔ اگر ہم میدانی عدسہ کے ماسکی طول کو م سے اور چشمئی عدسہ
(۸۴۴) کے ماسکی طول کو مَ سے تعبیر کریں تو اِس اجتماع کا ماسکی طول (دیکھو صفحہ ۱۵۱) حسب ذیل ہوگا:-
ریمسڈن کے چشمہ کا ماسکی طول

$$\frac{\text{م مَ}}{\text{م} + \text{مَ} + \text{و}} = \frac{۳}{۴}\,\text{م}$$

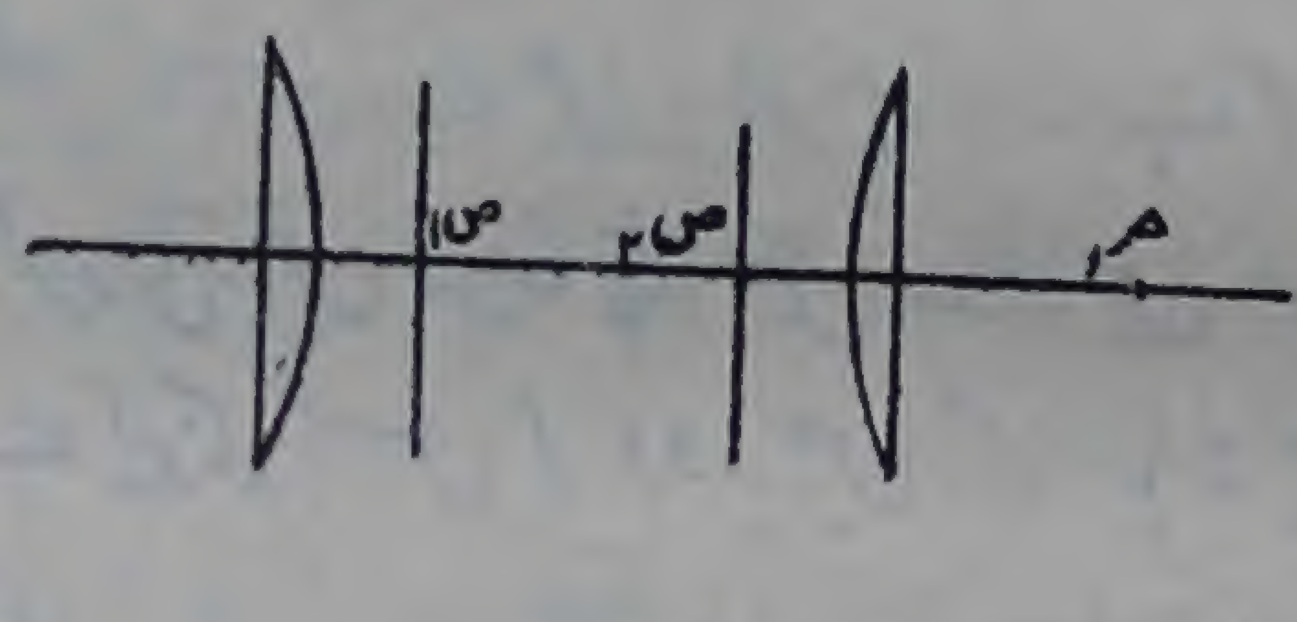
Field lens عا

Eye lens ؏

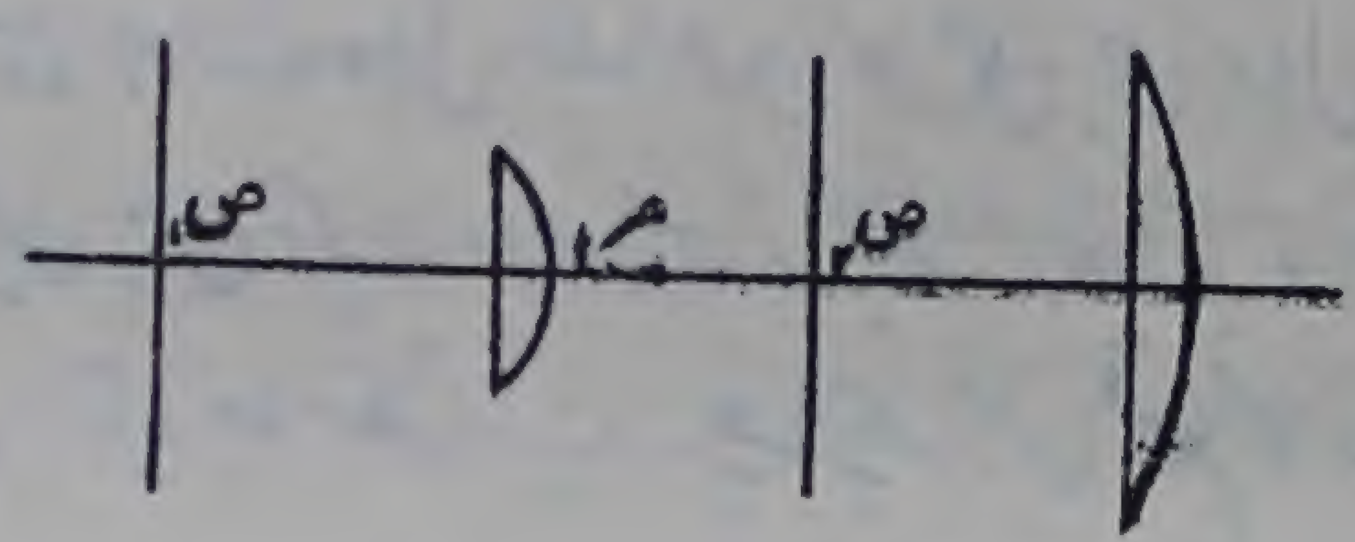
اور ھوئگینس کے چشمہ کا ماسکی طول

$$\frac{۳ مَ}{۲}$$

اِن دونوں چشموں کے لیے عدسوں، صدر مستویوں اور خطۂ شخص کے ماسکی مستویوں کے محل اشکال ۷۲ء اور ۷۳ء میں دکھلائے گئے ہیں۔ یہ صدر مستوی



شکل ۷۲ء



شکل ۷۳ء

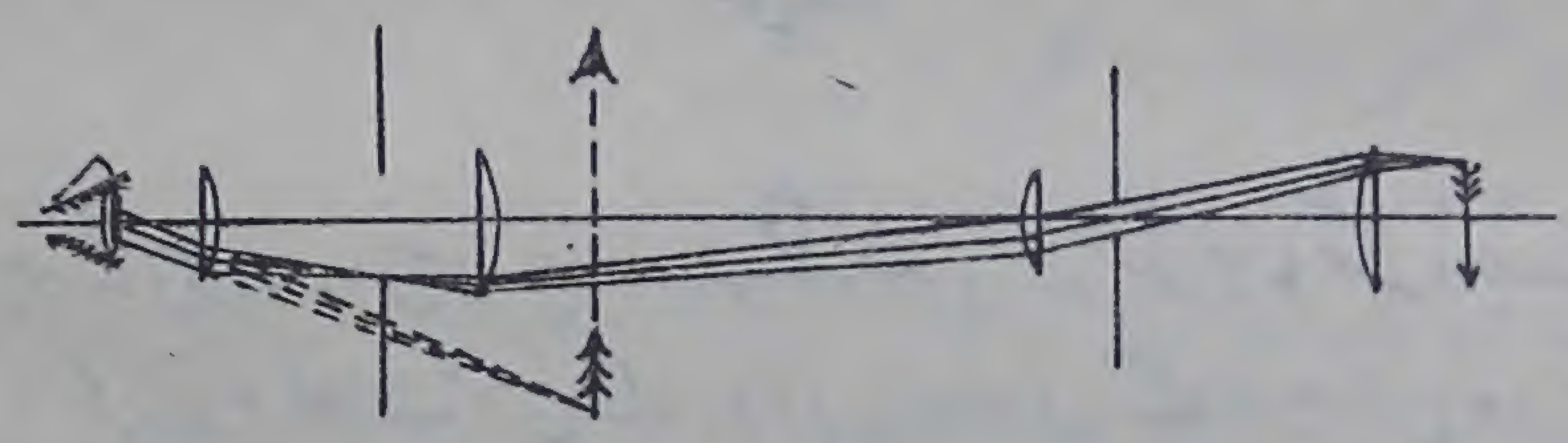
متقاطع ہوتے ہیں۔ واضح رہے کہ ھوئگینس کے چشمہ کا ماسکہ ریمسڈان والے چشمہ کے ماسکہ کے برخلاف اس کے دونوں عدسوں کے درمیان واقع رہتا ہے، بنا بریں ریمسڈن کے چشمہ کو مثبت چشمہ اور ھوئگینس کے چشمہ کو منفی چشمہ کہتے ہیں۔ پس جس طرح ریمسڈن کے چشمہ کی تمسیک صلیبی تاروں پر کر لی جاسکتی ہے اُس طرح ھوئگینس کے چشمہ کی تمسیک اِن پر نہیں کی جاسکتی۔ ھوئگینس کا چشمہ کروی ضلالت کے اثرات کو حتی الامکان گھٹا دینے کی غرض سے وضع کیا گیا ہے۔

ایک واحد تکبیری شیشہ کی بجائے دو عدسوں والا چشمہ استعمال

کرنے کا مقصد یہ ہوتا ہے کہ خیال کی لونی ضلالت اور اِس کے دیگر نقایص حتی الامکان رفع ہو جائیں - یہ نقایص، انعطاف کے دو کی بجائے چار سطحوں پر منقسم ہو جانے کے باعث یوں بھی کمی کی طرف مائل رہتے ہیں - یہ شرط کہ چشمہ کا معادل ماسکی طول تمام رنگوں کے لیے ایک ہی ہونا چاہیے (دیکھو صفحہ ۱۲۳) ہوئگینس کے چشمہ کی صورت میں اچھی طرح اور ریمسڈن کے چشمہ کی صورت میں تقریباً پوری ہوتی ہے -

چشموں کا عمل اِس لیے بھی بہتر ہو جاتا ہے کہ اِن میں سے روشنی کی باریک پنسلیں ہی گزرتی ہیں - چنانچہ شکل ۷۱ میں م سے منتشع ہونے والی پنسل باریک ہوتی ہے کیونکہ اِس کو دوربین کے دہانہ میں سے گزر کر آنا پڑتا ہے اور نسبت $\frac{\text{ا ب}}{\text{م ب}}$ عام طور پر $\frac{1}{12}$ سے بڑی نہیں ہوتی - م س کے دیگر نقطوں سے منتشع ہونے والی شعاعوں کا بھی یہی حال ہے -

(۸۴) فلکی دوربین میں ایک راست گر چشمہ بٹھا کر اِس کو ارضی شخصوں کے لیے بھی موزوں بنایا جا سکتا ہے - چنانچہ جس قسم کا راست گر چشمہ اکثر



شکل ۷۳

استعمال کیا جاتا ہے اُس کی وضع شکل ۷۳ میں دکھلائی گئی ہے - یہ چار عدسوں پر مشتمل ہوتا ہے اور اِس میں شکل میں دکھلائے ہوئے مقامات پر دو حجاب لگے ہوتے ہیں -

Diaphragms ^ل^ Erecting eyepiece ^ے^

دوربین کی تکبیر اور تحلیلی طاقت : دوربین کی تکبیر $\frac{ھ}{م}$ سے تعبیر ہوتی ہے۔ چشمئی حلقہ کا قطر $\frac{م ق}{ھ}$ باہر کی طرف $\frac{1}{5}$" سے بڑا نہ ہونا چاہیے ورنہ ساری روشنی آنکھ میں داخل نہ ہوگی۔ اگر ھ، م اور ق کے درمیان صرف یہ شرط پوری ہو جائے تو دوربین کی تکبیر کے لیے کوئی حد معیّن نہیں ہوتی۔ لیکن ہم دیکھتے ہیں کہ ایک حد سے آگے تکبیر کے بڑھانے میں کوئی خاص فائدہ نہیں ہوتا، یوں تو خیال بڑا ہوجاتا ہے لیکن مزید تفصیلات کا انکشاف نہیں ہوتا۔ یہ عمل بجنسہٖ ویسا ہی ہے جب کہ ایک لچکدار چادر کو جس پر کوئی تصویر بنی ہو کھینچا جائے۔

اگر دوربین کی تمسیک کسی منوّر نقطہ پر، مثلاً کسی ستارہ پر، کرلی جائے تو اِس کے دہانے کی وجہ سے بننے والا خیال ایک نقطہ نہیں ہوتا بلکہ ایک چھوٹی سی قرص پر مشتمل ہوتا ہے جس کے ارد گرد ایک یا دو مدھم متراکز حلقے ہوتے ہیں۔ اِس کی وجہ آگے چل کر انکسار کے باب میں بیان کی جائیگی، یہاں اِن کا ذکر محض ایک واقعہ کے طور پر کیا جائیگا جو سیاہ حلقہ قرص کو قریب ترین طور پر گھیرا ہوا ہوتا ہے اُس کا نصف قطر

$$۱٫۲۲ \frac{ھ ل}{ق}$$

ہوتا ہے جہاں ل مستعملہ روشنی کا طول موج ہے۔ اگر ق کو بڑھائے بغیر ھ کو بڑھایا جائے تو قرص کی جسامت بھی بڑھتی جاتی ہے۔ شخص کا ہر ایک نقطہ اپنا ایک ذاتی قرص پیدا کرتا ہے اور اِس طرح خیال کی تفصیل بڑھتی جاتی ہے۔

قریب ترین فاصلہ پر دو ستارے صرف اُس وقت علیحدہ علیحدہ دکھائی دیتے ہیں جب کہ ایک کی قرص کا مرکز دوسرے کے سب سے اندرونی حلقہ پر واقع ہو جائے، یعنی جبکہ دہانہ کے ماسکی مستوی میں بننے والے خیالوں کا درمیانی فاصلہ کم سے کم $۱٫۲۲ \frac{ھ ل}{ق}$ ہو یا جب کہ اِن ستاروں کا درمیانی زاویہ

کم سے کم (۱ء۲۲ لہ)/ق ہو۔ اِس زاویہ کو دوربین کی **تحلیلی طاقت** کے نام سے موسوم کیا جاتا ہے۔ اگر دہانہ کے قطر کی پیمائش انچوں میں کی جائے اور واقع روشنی کے طول موج کو ۲ × ۱۰^-۵ انچ مان لیا جائے تو تحلیلی طاقت (۵ء۰″)/ق قرار پاتی ہے۔ لیکن فلکیات کے ماہر ڈاوس[ھ] نے اپنے تجربہ کی بناء پر تحلیلی طاقت کا (۴ء۵″)/ق ہونا بیان کیا ہے۔

(۸۵) فلکی مشاہدات کے لیے اب تک استعمال شدہ تمام دوربینوں میں اِرکس[ل] کی دوربین سب سے زیادہ طاقتور آلہ ہے۔ اِس کے دہانہ کا قطر ۴۰ انچ اور ماسکی طول ۶۵ فٹ ہے۔ بنا بریں اِس کی تحلیلی طاقت تقریباً ۱/۸″ ثانیہ قرار پاتی ہے۔ اِس دہانہ کو گھسنے اور صیقل کرنے میں بڑی احتیاط برتنی پڑی اور بہت سا وقت صرف ہوا۔ نیز بطور کافی متجانس شیشہ کو اِس قدر بڑی سلیاں حاصل کرنا بھی بے حد مشکل ہے اور یہ ممکن ہے کہ اگر دہانہ اِس سے بھی بڑا ہو تو اِس میں خود اِس کے وزن کی وجہ سے فساد پیدا ہو جائے۔ اِس لیے یہ کہا جا سکتا ہے کہ دوربینوں میں تحلیلی طاقت کی انتہا غالباً قریب قریب حاصل ہو چکی ہے۔

جب ق، ھ، اور چشمئی حلقہ کا اعظم قطر دیے جائیں تو م کی اعظم قیمت معین ہو جاتی ہے۔ نیز جب چشمئی حلقہ کا قطر ۱/۳۰″ سے چھوٹا ہوتا ہے تو رویت میں قابل لحاظ فرق پیدا ہو جاتا ہے، چنانچہ م کی ایک اقل قیمت بھی ہوتی ہے جو اِس کی اعظم قیمت کا تقریباً ۱/۴ ہوتی ہے۔

انسانی آنکھ کی تحلیلی طاقت، ہلم ہولٹز کے مطابق، ایک اور دو دقیقوں کے درمیان ہوتی ہے۔ چنانچہ اِرکس کے دہانہ کی صورت میں شخص کی ساری تفصیل واضح ہو جانے کے لیے تقریباً ۲۰۰۰ کی تکبیر درکار ہوتی ہے۔

ل Yerkes

ھ Dawes

اِس صورت میں مذکورۂ بالا اعظم اور اقل تکبیریں بالترتیب ۱۲۰۰ اور ۲۰۰ ہوتی ہیں۔

بڑے طیف پیماؤں میں عام طور پر جو دوربین لگی ہوتی ہے اُس کے دہانہ کا قطر ۱½ انچ اور اِس کا ماسکی طول ۱۴ انچ ہوتا ہے۔ اِس دوربین میں رمیسڈن والا چشمہ لگا ہوتا ہے جس کے عدسوں میں سے ہر ایک کا ماسکی طول تقریباً ۱½ انچ ہوتا ہے۔ بنا بریں اِس کی تکبیری طاقت ۱۴ \ ۹/۸ = ۱۲ ۴/۹ اور اِس کی نظری تحلیلی طاقت ۴ ثانیہ ہوتی ہے۔ اِس لیے اِس کا چشمہ شاید ہی اِس قابل ہوتا ہے کہ دہانہ کی پوری نظری تحلیلی طاقت سے کام لے لیکن یہ چشمہ دہانہ کی حقیقی تحلیلی طاقت کے لیے غالباً بہت کافی ہوتا ہے کیونکہ دہانہ عملاً کبھی مکمل نہیں ہو سکتا۔ چونکہ زہرہ[1]، مشتری[2] اور زحل[3] کے ظاہری زاویئی قطر بالترتیب ۱۱ تا ۶۷ ثانیہ، ۳۲ تا ۵۰ ثانیہ اور ۱۴ تا ۲۰ ثانیہ تک بدلتے جاتے ہیں اِس لیے ایسی دوربین سے اِن کی شکل واضح ہو جانی چاہیے[4]۔

عدسوں کے ماسکی طولوں کی حقیقی پیمائش کے بغیر بھی کسی دوربین کی تکبیر حسبِ ذیل دو طریقوں سے بآسانی معلوم کر لی جا سکتی ہے:- پہلے طریقہ میں دہانہ کو کسی لیمپ کی مدد سے منور کر کے اِس کے اُس خیال کو جو چشمہ کی وجہ سے بنتا ہے یعنی چشمئی حلقہ کو گھسے ہوئے شیشہ کے ایک پردہ پر حاصل کیا جاتا ہے۔ پھر اِس خیال کے قطر کو ناپ کر اِس کو دہانہ کے قطر پر تقسیم کر دینے سے دوربین کی تکبیری طاقت حاصل ہو جاتی ہے۔ بہر حال اِس امر کا پورا اطمینان کر لینا چاہیے کہ جو خیال حاصل ہوتا ہے وہ دراصل دہانہ کے کنارہ ہی کا خیال ہے نہ کہ کسی ایسے حجاب کا جو

---

[1] Venus [2] Jupiter [3] Saturn

[4] مصنف کی استعمال کی ہوئی ایک دوربین میں مشتری کے چاندوں میں سے چار اور زہرہ کی ہیئتیں دکھائی دیتی ہیں لیکن زحل کے حلقوں کا کوئی پتہ نہیں چلتا۔

آلہ کے اندر واقع ہو۔ اگر اِس خصوص میں کوئی شبہ ہو تو دہانہ کے سامنے اور اِس سے حتی الامکان قریب ایک مستطیلی سہوہ والا پردہ رکھ کر یہ دیکھا جا سکتا ہے کہ آیا خیال بھی مستطیلی ہوتا ہے یا نہیں۔ اِس سے شبہ رفع ہو جائیگا اور غلطی کا امکان باقی نہ رہیگا۔

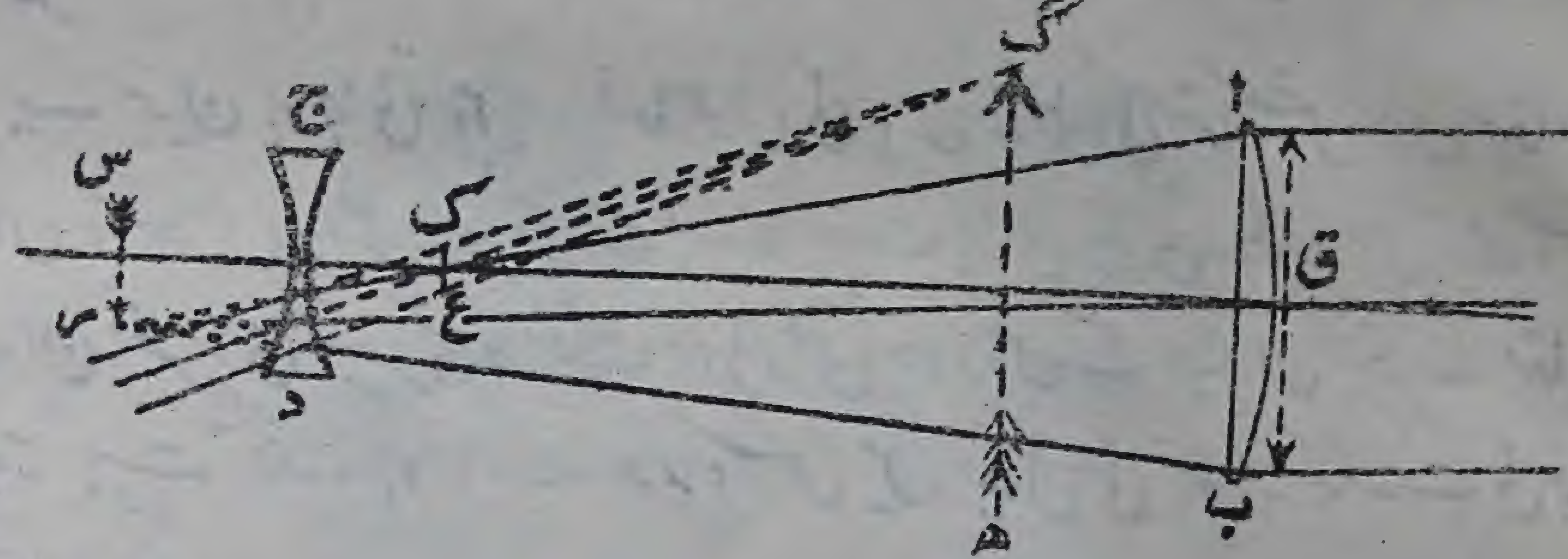
دوسرے طریقہ میں ایک سفید پیمانے کو دوربین سے بہت دور قایم کر کے اِس پیمانہ پر ایک متحرک نمایندہ بٹھا دیا جاتا ہے۔ پھر دوربین کی تمسیک اِس پیمانہ پر کی جا کر اِس کو ایک آنکھ سے دوربین میں سے اور دوسری آنکھ سے راست دیکھا جاتا ہے یہ دونوں خیال ایک دوسرے پر واقع نظر آینگے۔ پھر نمایندہ کو پیمانہ پر سرکا کر ایک ایسی جگہ رکھ دیا جاتا ہے کہ دوربین میں سے دکھائی دینے والے اِس حصّے کا طول راست دکھائی دینے والے سارے پیمانے کے طول کے مساوی نظر آنے لگے۔ چنانچہ سارے پیمانہ کے طول کو دوربین کے ماسکی مستوی میں دکھائی دینے والے حصّہ کے طول پر تقسیم کر دینے سے اِس دوربین کی تکبیری طاقت حاصل ہو جاتی ہے۔ (۸۹)

کسی دوربین کی تحلیل طاقت کی تعیین کا آسان ترین طریقہ حسب ذیل ہے۔ تار کی جالی کے ایک ٹکڑے کے پیچھے ایک پتلا سا کاغذ[۱] چسپاں کر کے اِس کو دوربین کے سامنے قایم کر دو۔ پھر اِس جالی کو کسی لیمپ کی مدد سے منوّر کر کے دوربین کو ہٹا ہٹا کر وہ بڑے سے بڑا فاصلہ معلوم کر لو جس پر دوربین میں سے دیکھنے پر جالی کے تار علیحدہ علیحدہ نظر آتے ہیں۔ اِس سے وہ زاویہ جو دہانہ پر تاروں کے درمیانی فاصلہ کے محاذی بنتا ہے بآسانی محسوب کر لیا جا سکتا ہے۔

گلیلیو[۱] کی دوربین: فلکی دوربین کی تجویز سب سے پہلے کیپلر[۲] نے ۱۶۱۱ء میں پیش کی تھی۔ اِس سے ایک یا دو سال پہلے گلیلیو نے شکل ذیل میں دکھلائی ہوئی قسم کی ایک دوربین بنائی اور استعمال کی تھی۔

[۱] Tissue paper — [۱] Galileo [۲] Kepler

دور کے شخص سے آنے والی شعاعیں دہانہ میں سے گزرنے کے بعد ایک حقیقی معکوس خیال د س کی جانب مستدق ہوتی ہیں لیکن جب یہ مقعر عدسہ



شکل ۵۷

ج د پر واقع ہوتی ہیں تو یہ دور کے شخص کا ایک سیدھا مجازی خیال گ ھ پیدا کرتی ہیں جس کو ج د کے قریب رکھی ہوئی آنکھ سے دیکھا جاتا ہے۔ خیال د س، ج د کے ماسکی طول سے عین باہر ہوتا ہے۔

اگر دہانہ اور چشمہ کے ماسکی طول بالترتیب م اور م ہوں تو بعینہٖ اُسی طریقہ سے جو فلکی دوربین کی صورت میں اختیار کیا گیا ہے یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ اِس دوربین کی تکبیر بھی $\frac{\text{م}}{\text{م}}$ ہوتی ہے۔ نیز اِس کی تحلیلی طاقت بھی اُسی ضابطہ سے تعبیر ہوتی ہے جس سے کہ فلکی دوربین کی تحلیلی طاقت۔ البتّہ اِن میں بعض اہم اختلافات بھی پائے جاتے ہیں۔

ارضی استعمال کے لیے اِس میں سب سے بڑی خوبی یہ ہے کہ اِس کا خیال سیدھا ہوتا ہے۔ پھر یہ آلہ اِسی تکبیری طاقت والی فلکی دوربین سے چھوٹا ہوتا ہے کیونکہ اِس کا طول م + م کی بجائے م - م سے تعبیر ہوتا ہے جہاں م اور م زیرِ بحث مقداروں کی عددی قیمتیں ہیں۔ نیز اِس کو صلیبی تاروں کے ساتھ استعمال نہیں کیا جا سکتا کیونکہ اِن کو د س پر رکھنا پڑتا اور وہ آنکھ کے راستہ میں حایل ہو جاتے۔ نیز دہانہ کا

خیال جو مجازی ہوتا ہے ک ع پر واقع ہوتا ہے۔ اس خیال کی قامت (م ق)/م ہوتی ہے اور خارجہ شعاعیں ک ع ہی پر ایک دوسرے سے قریب ترین ہو جاتی ہیں۔ شعاعوں کی اِس پنسل کی تراشش اُس مقام پر جہاں آنکھ میں داخل ہوتی ہے نسبتاً بہت بڑی ہوتی ہے۔ اس لیے اِس کا میدان نظر اِسی تکبیری طاقت والی فلکی دوربین کے میدان نظر کے مقابلہ میں (۸۷) نسبتاً بہت تنگ ہوتا ہے اور اِس میں خیال کی تنویر کنارے کی جانب گھٹتی جاتی ہے۔

چونکہ اِس کا چشمہ مقعر ہوتا ہے اِس لیے اِس سے دہانہ کی لونی ضلالت کی جزوی تصحیح کا کام لیا جا سکتا ہے۔

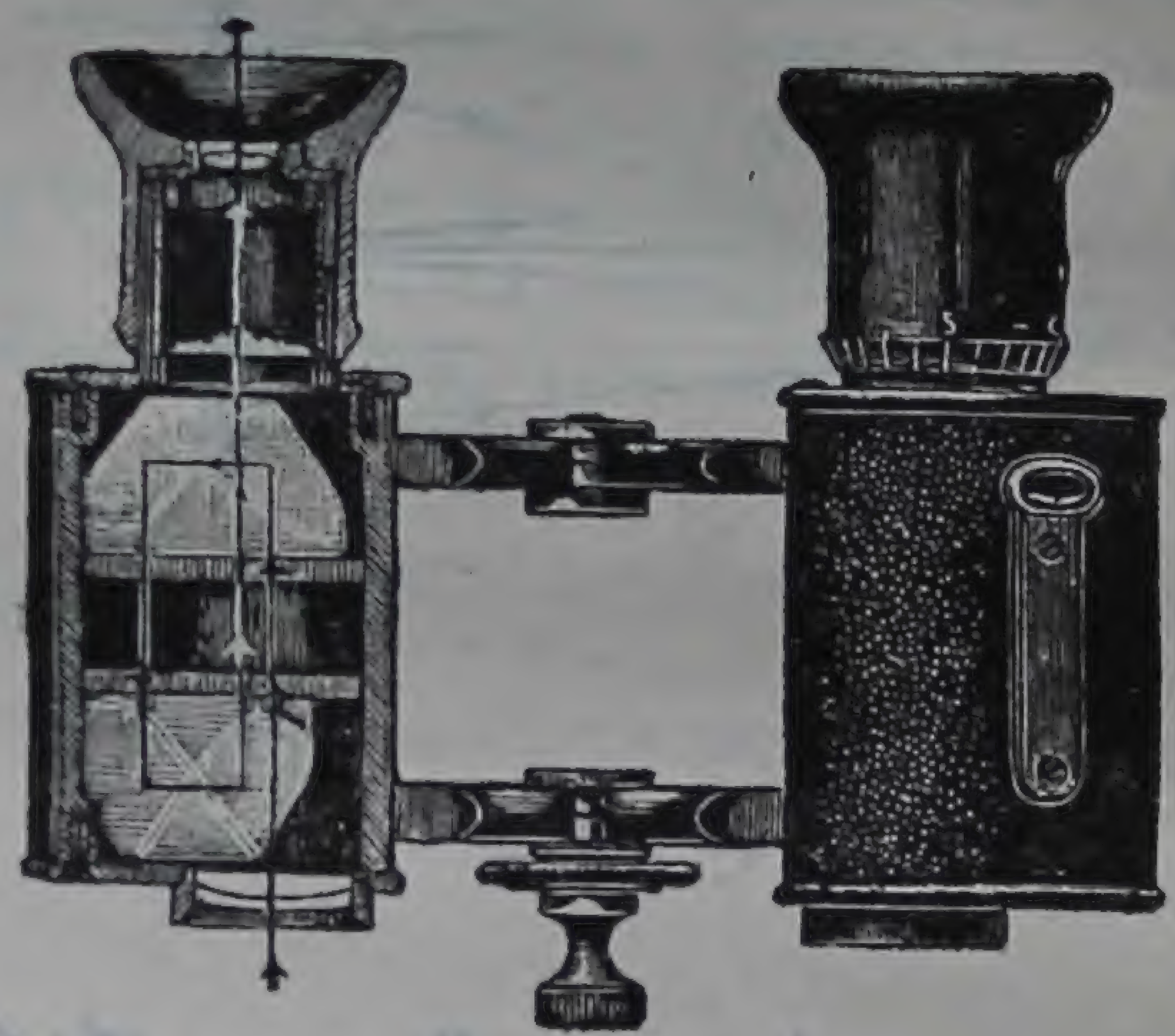
معمولی منظر بین ؎ دو گلیلوی دوربینوں پر مشتمل ہوتے ہیں جو پہلو بہ پہلو ترتیب دیے ہوئے ہیں اور جن کی تمسیک ایک ہی پیچ کی مدد سے کی جا سکتی ہے۔ اِن دوربینوں کا مناظری نظام عام طور پر پتلے کراؤن اور فلنٹ عدسوں کو ملا کر بنائے ہوئے ایک دہانہ پر اور ایک واحد مقعر عدسہ والے چشمہ پر مشتمل ہوتا ہے۔ یا یہ دہانہ اور چشمہ ایک ساتھ جڑے ہوئے تین تین عدسوں پر بھی مشتمل ہو سکتے ہیں کہ اِن میں سے ہر ایک اجتماع بجائے خود غیر لونی بن جائے۔

منشوری دوربین: دو سادہ فلکی دوربینوں کو اِن کے طول اور اُلٹے خیال کے مدِ نظر منظر بین کی طرح ایک ہی ڈھانچہ میں پہلو بہ پہلو ترتیب دینا مناسب نہیں ہوتا۔ ۱۸۹۵ء میں مسرز زیس ؎ نے اپنی منشوری دوربین پیش کیے جس میں دو قایم الزاویہ منشوروں کے استعمال سے یہ دونوں نقایص بیک وقت رفع کر دیے گئے تھے۔ منشوری دوربین کا

؎ Opera glass

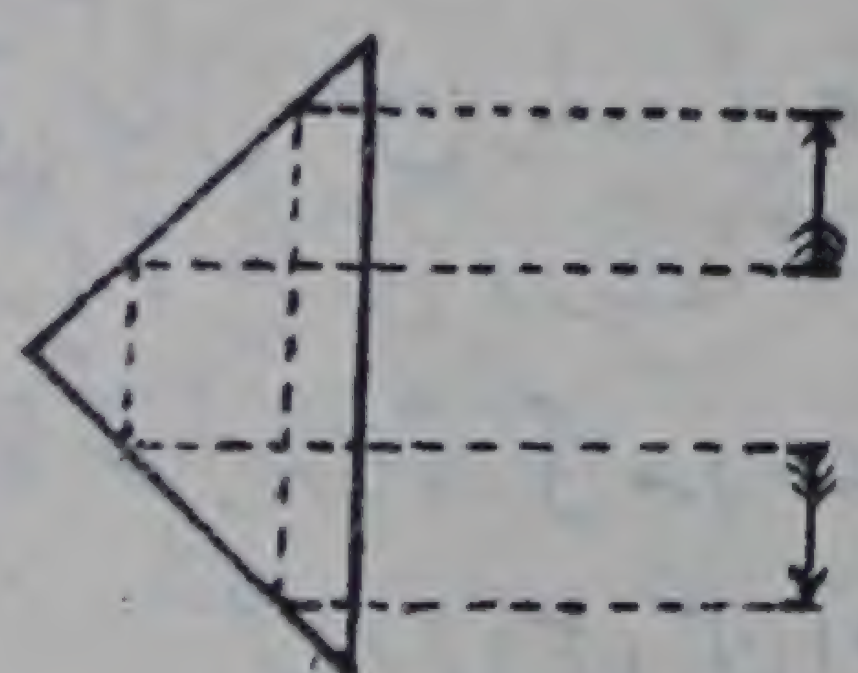
؎ Messrs Zeiss

اصول ۱۸۵۳ء میں پورو[۵۲] کے ذہن میں آچکا تھا لیکن اُس وقت اُن کو جو شیشہ دستیاب ہو سکتا تھا اُس میں یکسانیت نہ ہونے کی وجہ سے اُن کو اُس وقت



شکل ۷۶

کامیابی حاصل نہ ہوئی تھی۔ اِس دوربین کی ساخت شکل ۷۶ میں دکھلائی گئی ہے۔ واقع شعاعیں دہانہ میں سے گزرنے کے بعد اِس آلہ کے طول کو ایک مرتبہ طئے کرتی ہیں، پھر ایک قایم الزاویہ منشور کی وجہ سے جو خیال کو دایاں بایاں اُلٹ دیتا ہے، منعکس ہوکر دوسرے منشور کی طرف واپس جاتی ہیں جو خیال کو مکرر اُلٹ کر ان شعاعوں کو چشمہ کی سیدھ میں منعکس کر دیتا ہے۔ اِس طرح یہ شعاعیں آلہ کا طول تین مرتبہ طئے کرتی ہیں۔ قایم الزاویہ منشور کی وجہ سے خیال کے اُلٹ جانے کی صراحت شکل ۷۷ میں کی گئی ہے۔

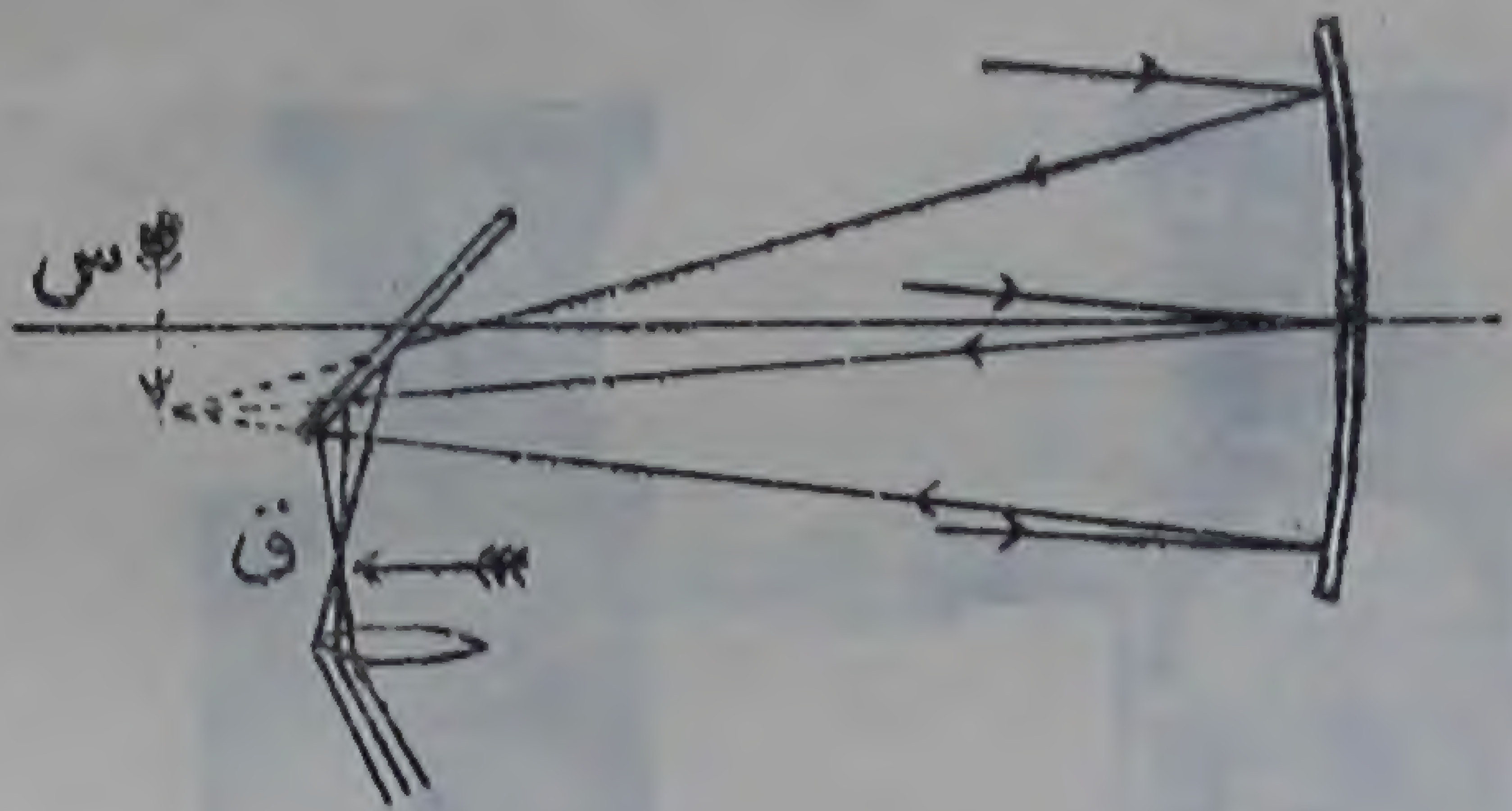


شکل ۷۷

(۸۸) قدیم منظر بینوں کے مقابلہ میں منشوری دوربین کی امتیازی خوبی

۵۲ Porro

یہ ہے کہ اس کا میدان نظر نسبتاً وسیع تر ہوتا ہے۔



شکل ۷۸

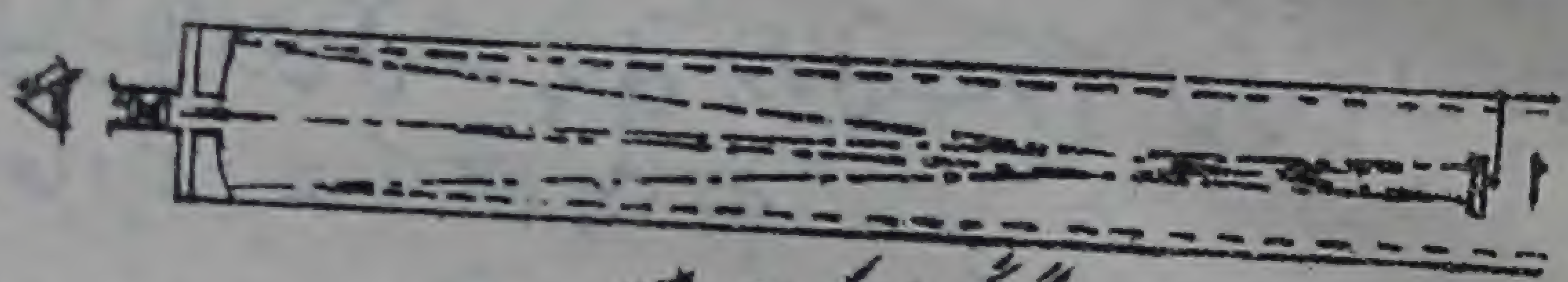
انعکاسی دوربین: نیوٹن نے اپنے انکشاف طیف کے نتیجہ کے طور پر لونی ضلالت کی وجہ پہچان لی اور دیکھا کہ اُس کے زمانہ کی دوربینوں میں یہ نقص کروی ضلالت کے نقص سے کہیں زیادہ سنگین تھا۔ چونکہ وہ ایک غیرلونی عدسوی اجتماع کا بنانا ناممکن خیال کرتا تھا اس لیے اُس نے ایک ایسی دوربین ایجاد کی اور بنائی جس میں دہانہ کی بجائے ایک مقعر کروی آئینہ ہوتا تھا اس کا آلہ اُصول شکل ۷۸ کے مطالعہ سے واضح ہو جائیگا۔ دور کے شخص سے آنے والی شعاعیں مقعر آئینہ پر منعکس ہوکر ایک حقیقی خیال س بنانے کی طرف مایل ہوتی ہیں لیکن اِن کو ایک قایم الزاویہ منشور یا آئینہ کی مدد سے منعکس کر کے خیال ق پر حاصل کیا جاتا ہے اور اِس کا معائینہ چشمہ کی مدد سے کرتے ہیں۔

شکل ذیل میں تین اور انعکاسی دوربینوں کے طریق عمل کی توضیح کی گئی ہے۔ یہ دوربینیں بالترتیب گریگوری[1]، کسیگرین[2] اور ھرشل[3] کی

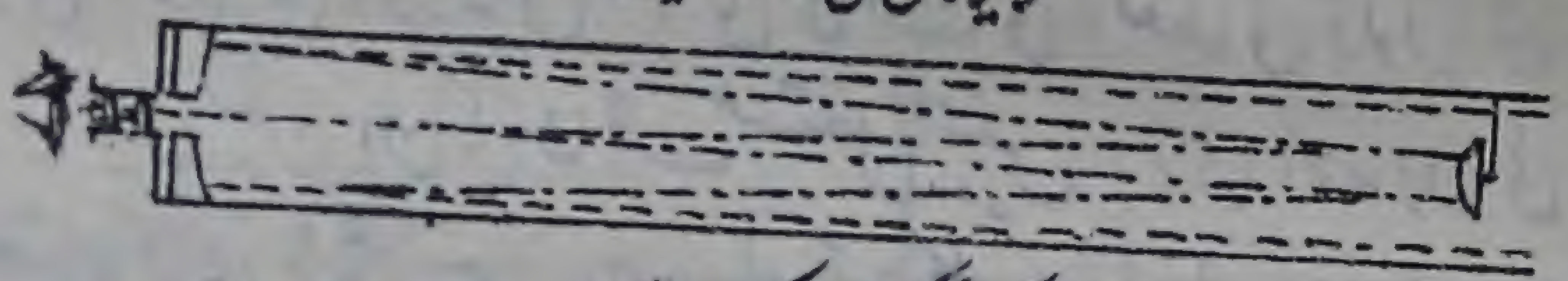
---

[1] Gregory [2] Cassegrain [3] Herschel

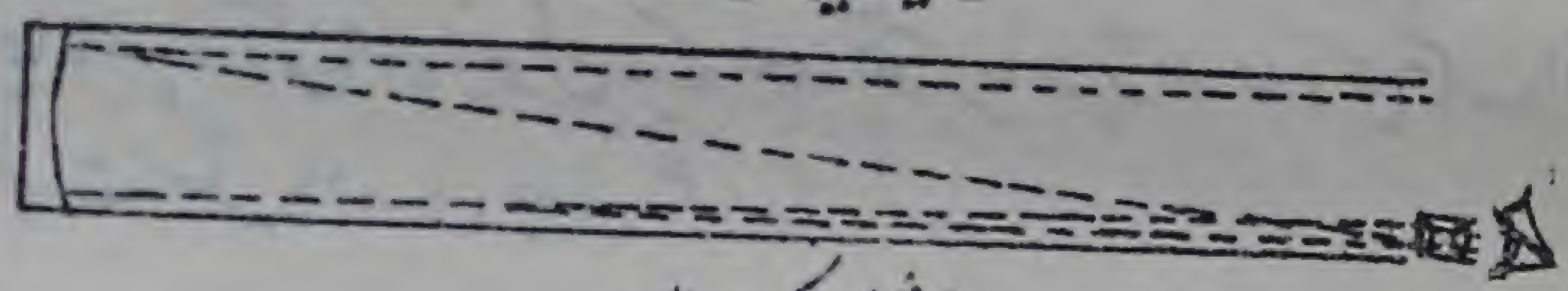
وضع کردہ ہیں۔ گریگوری کی دوربین میں شعاعیں بڑے عاکس سے منعکس



گریگوری کی دوربین



کیسیگرین کی دوربین



ہرشل کی دوربین

شکل ۷۹

ہونے کے بعد داہنی جانب دکھلائے ہوئے مقعر آئینہ پر واقع ہو کر ایک حقیقی خیال پیدا کرتی ہیں جس کا معائنہ چشمہ کی مدد سے بڑے عاکس میں بنے ہوئے ایک سوراخ میں سے کیا جاتا ہے۔ کیسیگرین کی دوربین اور
گریگوری کی دوربین میں صرف یہ فرق ہے کہ اول الذکر میں ۲ پر مقعر آئینہ (۸۹)
کی بجائے ایک محدب آئینہ ہوتا ہے۔ ہرشل کی دوربین میں بڑا آئینہ کسی قدر مائل وضع میں ہوتا ہے، ثانوی آئینہ موجود نہیں ہوتا، اور مشاہد اپنی پشت شخص کی جانب کیے ہوئے کھڑا رہتا ہے۔ اس کا سر بلاشبہ روشنی کے راستہ میں جزاً حائل ہوتا ہے اور اس لیے یہ انتظام صرف بڑے بڑے آلوں کی صورت ہی میں کام دے سکتا ہے۔

انعکاسی دوربینوں کے آئینے ابتداءً اسپیکولم دھات سے بنائے جاتے تھے جو تانبے اور قلعی کی کسی قدر پھوٹک بھرت ہوتی ہے۔ جب ان کی سطحیں زنگ آلود ہو جاتی تھیں تو ان کو مکرر صیقل کرنا پڑتا تھا اور اس طرح
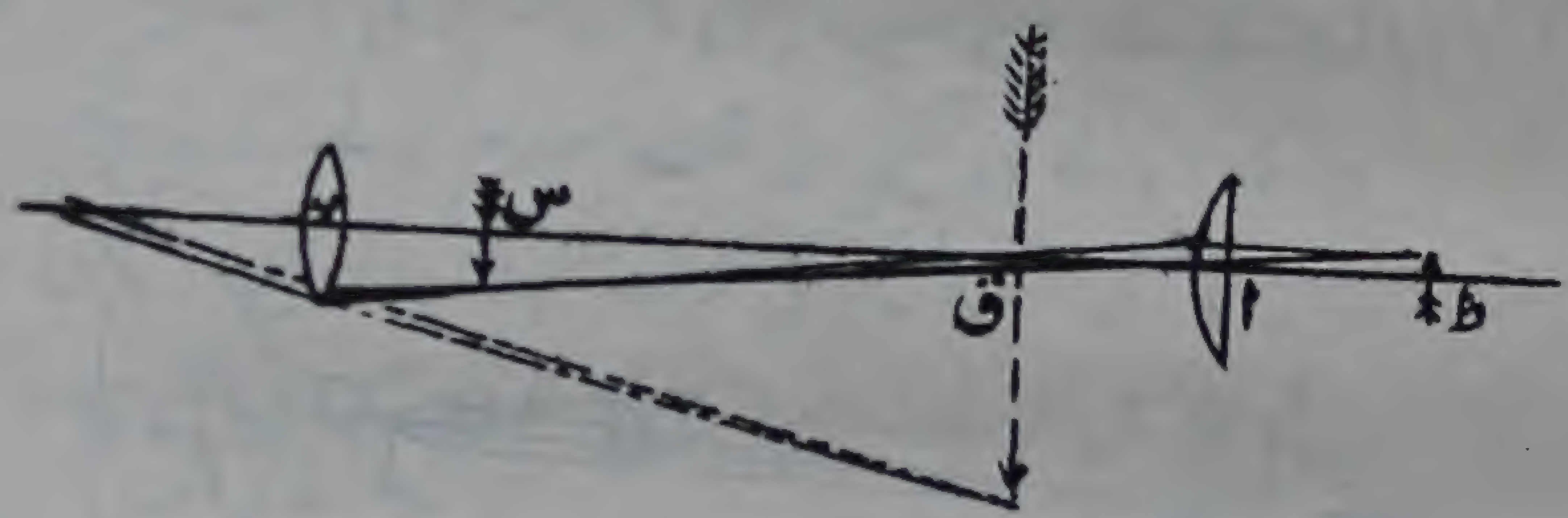
اِن کی ساخت کے مشکل ترین اور نازک ترین حصے کو دہرانے کی ضرورت ہمیشہ پیش ہوا کرتی تھی - یہ آئینے آج کل شیشہ سے بنا کر ان پر چاندی چڑھا دیتے ہیں اور جب یہ چاندی کی تہہ پرانی ہوجاتی ہے تو اِس کی بجائے چاندی کی نئی تہہ چڑھا دینا بہت آسان ہوتا ہے۔

بڑی انعکاسی دوربینیں، اِسی طاقت کی انعطافی آلوں کی بہ نسبت سستی ہوتی ہیں لیکن اِن کی طاقت مستقل نہیں رہتی اور اِن کی داشت میں بڑی احتیاط کرنی پڑتی ہے - اس لیے آج کل انعطافی دوربین ہی کو بہتر آلہ سمجھا جاتا ہے اگرچہ کہ نیوٹن کے بعد تقریباً ڈیڑھ صدی تک انعکاسی دوربین کی فوقیت مسلّمہ باور کی جاتی تھی -

خوردبین : اگر کسی سادہ تکبیری شیشہ کی تکبیری طاقت بڑھانے کی غرض سے اِس کے ماسکی طول کو گھٹایا جائے تو آنکھ کو زیر امتحان شخص سے تکلیف دہ طور پر قریب رکھنا پڑتا ہے، نیز ایسے چھوٹے ماسکی طول والے عدسوں کی صحیح ساخت بھی بہت مشکل ہوتی ہے - نیز ضلالتوں سے پاک ہونے کے لیے اتنے زیادہ شرایط کی پابندی لازم آتی ہے کہ اِن کی تکمیل ایک واحد عدسہ نہیں کر سکتا - بنا بریں اعلیٰ تکبیر حاصل کرنے کے لیے ایک مرکب خوردبین کا استعمال ناگزیر ہو جاتا ہے - اِس آلہ کا اُصول شکل ۸۳ کے مطالعہ سے واضح ہو جائیگا - مرکب خوردبین میں خیال بنانے کا عمل دو عدسوں یا عدسوی نظاموں سے انجام پاتا ہے ایک دہانہ اور ایک چشمہ - دہانہ کا مصرف یہ ہوتا ہے کہ شخص کا خیال جہاں تک ہو سکے ایک وسیع زاویہ والی پنسل کی مدد سے بنائے اور چشمہ کا مصرف یہ ہوتا ہے کہ اِس خیال کا ایک بڑا خیال باریک پنسلوں کی مدد سے بنائے -

شکل ۸۳ میں، اِس آلہ کا صرف طریقہ عمل بتلایا گیا ہے - اِس میں ط شخص ہے ا' دہانہ ہے، س وہ خیال ہے جو دہانہ کی وجہ سے بنتا ہے، ب چشمہ ہے، اور ق مکبّر مجازی خیال ہے س کا جو ب کی

وجہ سے بنتا ہے ۔ فرض کرو کہ دہانہ اور چشمہ کے ماسکی طولوں کی عددی قیمتیں بالترتیب م اور م ہیں ۔ فرض کرو کہ خیال ق آنکھ سے یعنی تقریباً چشمہ ب سے رویت واضح کے فاصلہ ف پر واقع ہے ۔ فرض کرو کہ س کا فاصلہ (۹۰) عدسہ ا سے خ ہے اور شخص کی قامت ل ہے ۔



شکل ۸۰

چونکہ شخص ا کے ماسکہ سے عین باہر واقع ہے اس لیے س کی قامت تقریباً $\frac{خ ل}{م}$ ہوتی ہے ۔ چونکہ س، ب کے ماسکہ کے عین اندر واقع ہے اس لیے ق کی قامت تقریباً $\left(\frac{خ ل ف}{م م}\right)$ ہوتی ہے ۔ پس :

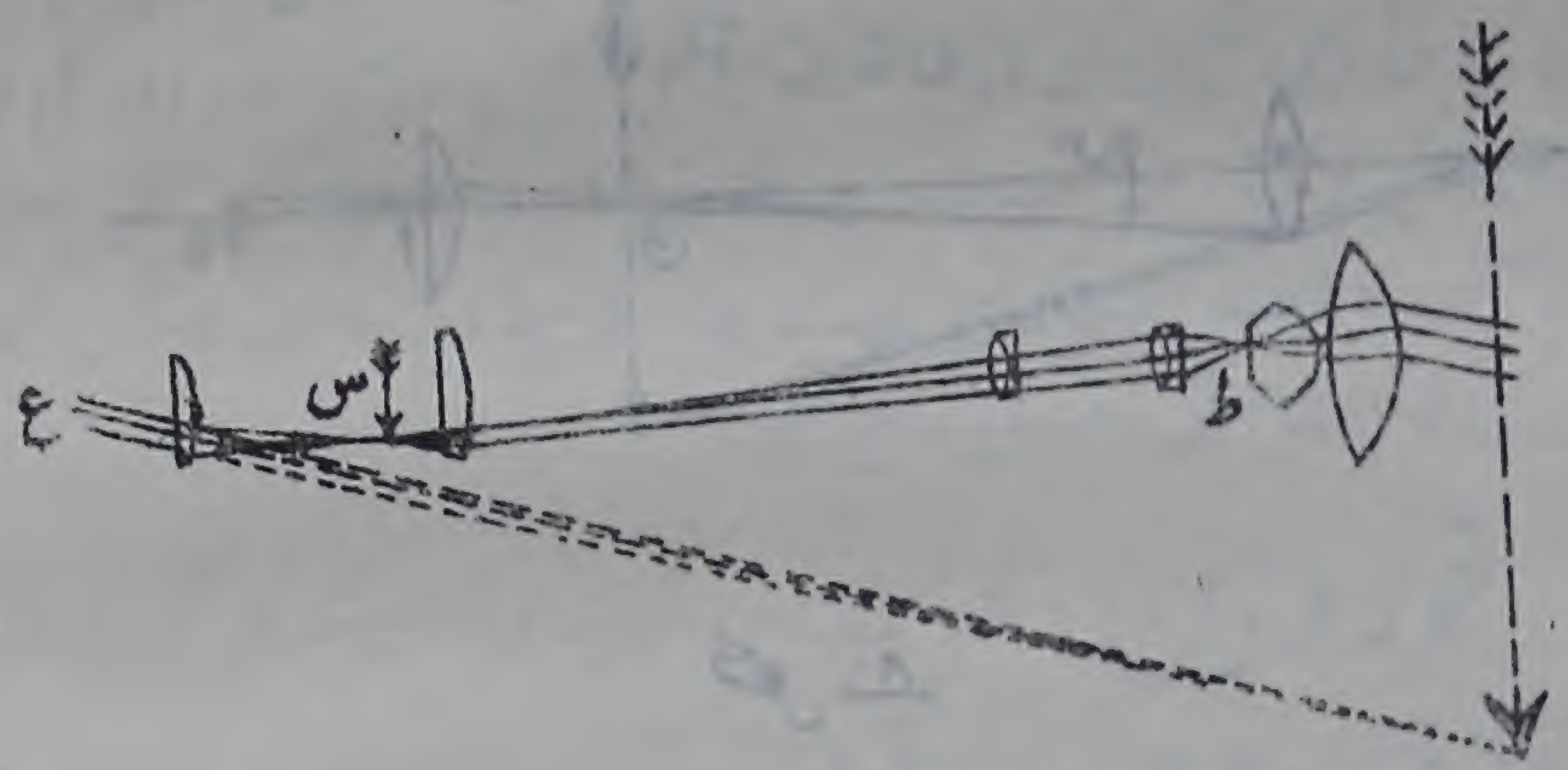
$$تکبیر = \frac{خ ف}{م م}$$

خردبینی، علم طبیعیات کی محض ایک شاخ نہیں بلکہ بجائے خود ایک علٰحدہ علم ہے ۔ خردبینیں طب و حیاتیاتی علوم میں اور نیز چٹانوں کی تراشوں کے امتحان کے لیے علم حجریات⁵ میں بکثرت استعمال ہوتی ہیں ۔ شخص زیرِ امتحان کو شیشہ کی ایک تختی پہ رکھ کر اس میں سے گزرنے والی

---

۵ Petrology

روشنی کی مدد سے منوّر کیا جاتا ہے۔ جب غیر شفاف شخصوں کا امتحان مقصود ہوتا ہے تو اِن کی ایسی پتلی تراشیں لی جاتی ہیں کہ یہ نیم شفاف ہوجائیں۔ اِس آلہ کے تحتِ نظر کے نیچے شخص کو منوّر کرنے کی غرض سے مکثفہ نامی ایک عدسئی نظام ہوتا ہے۔ شکل ۱۸ میں ایک ایسی تمثیلی خردبین کے



شکل ۱۸

مناظری نظام کا خاکہ دکھلایا گیا ہے جس میں ایک پست طاقت کا دہانہ لگا ہوا ہے۔ روشنی داہنی جانب کے کسی ماخذ سے مثلاً کسی شعلہ سے آکر مکثفہ کے دونوں عدسوں سے گزرنے کے بعد شخص زیر امتحان ط کی جانب مستدق ہوجاتی ہے۔ پھر یہ شعاعیں ط سے متسع ہوکر دہانہ کے دونوں غیر لونی عدسوں میں سے اور چشمہ کے میدانی عدسہ میں سے گزرنے کے بعد س پر ایک حقیقی خیال پیدا کرتی ہیں۔ پھر یہ چشمئی عدسوں میں سے گزر کر ع پر کی آنکھ میں داخل ہوتی ہیں جیسے یہ مکبّر مجازی خیال سے آتی ہوئی معلوم ہوتی ہیں۔ شکل میں وضاحت کی خاطر شخص کے صرف ایک نقطہ سے متسع ہونے والی شعاعیں دکھلائی گئی ہیں۔

خردبینوں میں عام طور پر ہوئیگنس کا چشمہ لگا ہوتا ہے اور س پر میدانِ نظر کو محدود کردینے کی غرض سے ایک دیا مزغمہ ہوتا ہے۔ آنکھ کو

چشمئی حلقہ پر رکھا جاتا ہے جہاں شعاعیں ایک دوسرے سے قریب ترین ہو جاتی ہیں۔ دہانہ کی تصحیح لونی ضلالت اور کروی ضلالت کے لیے کی جانی چاہیے اور اس کو جیبی شرط کا بھی پابند ہونا چاہیے۔ اس آخری شرط کی اہمیت نظری طور پر سب سے پہلے ایبے نے معلوم کی تھی لیکن اس کے بیشتر جتنے اچھے دہانے بنائے گئے تھے اُن سب میں اس شرط کی پابندی پائی جاتی تھی۔

خردبین کے دہانے کی تحلیلی طاقت معلوم کرنے کے لیے ہم دوربین کے دہانہ کی صورت میں حاصل شدہ نتیجہ کی طرف عود کرتے ہیں۔ ثانی الذکر دہانہ متوازی شعاعوں کو حاصل کرکے اپنے ماسکی مستوی میں خیال پیدا کرتا ہے۔ (۹۱)
خردبینی دہانہ کی صورت میں حالات اُلٹ جاتے ہیں یعنی شخص اس کے ماسکی مستوی کے قریب ہوتا ہے اور شعاعیں اس دہانہ میں سے گزرنے کے بعد تقریباً متوازی ہو جاتے ہیں۔

کسی دوربینی دہانہ کی وجہ سے بننے والے خیال میں دو نقطے علٰحدہ علٰحدہ عین اُس وقت نظر آتے ہیں جبکہ اِن کا درمیانی فاصلہ $\frac{۱۰۲۲ \text{ ل}}{\text{ف}}$ ہو۔ اگر دہانہ کے کسی قطر کے محاذی خیال کے مقام پر بننے والا زاویہ ۲ عہ ہو تو مس عہ = $\frac{\text{ف}}{۲\text{ م}}$۔ بنابریں خیال کے ایسے دو نقطوں کے درمیانی فاصلہ کو

$$\frac{۰٫۶۱ \text{ ل}}{\text{مس عہ}}$$

سے تعبیر کیا جا سکیگا، اور اگر یہ نقاط خیال پر نہیں بلکہ شخص پر واقع ہوں تو ہم یہ توقع کر سکتے ہیں کہ خردبین کا دہانہ اِن کی تحلیل کر دیگا۔ پس جملۂ بالا دو ایسے خطوط کے درمیان قریب ترین فاصلہ کو تقریباً تعبیر کرتا ہے جن کو خوردبینی دہانہ عین علٰحدہ علٰحدہ کر سکتا ہے۔

بایں ہمہ خوردبین کی صورت میں زاویہ عہ اتنا بڑا ہوتا ہے کہ

خورد بین کی تحلیلی طاقت سے اخذ نہیں کی جا سکتی۔ نیز یہ مسئلہ اِس امر کی وجہ سے بھی مزید پیچیدہ ہو جاتا ہے کہ جن نقطوں کی تحلیل خورد بین کی وجہ سے عمل میں آتی ہے وہ باہم غیر تابع اور خود منوّر شخص نہیں ہوتے۔ اِن دونوں کو مکثفہ شعلہ کے ایک ہی حصّہ سے منوّر کرتا ہے اور اِسی لیے اِن سے آنے والی روشنی کی موجیں تداخل پیدا کرنے کی حالت میں ہوتی ہیں۔ نیز فاصل تنویر کی صورت میں بھی یعنی اُس صورت میں بھی جب کہ شعلہ کا خیال مکثّفہ کی مدد سے شخص پر ڈالا جائے، یہ خیال کبھی اتنا واضح نہیں ہوتا کہ ایسے قریب کے دو نقطوں میں سے گزرنے والی روشنی کی موجیں ایک دوسرے کے بالکل غیر تابع ہوں۔

اِس امر کا نظری لحاظ کہ تحلیلی شدنی نقاط خود منوّر نہیں ہوتے سب سے پہلے ایبیّ نے کیا تھا جس نے اس اثر کو بعض اچھے تجربوں کی مدد سے واضح کیا۔ اپنی تحقیق سے وہ بالآخر اِس نتیجہ پر پہنچا کہ دو ایسے نقاط کا قریب ترین فاصلہ جو ایک خرد بین میں علٰحدہ علٰحدہ دکھائی دے سکتے ہیں،

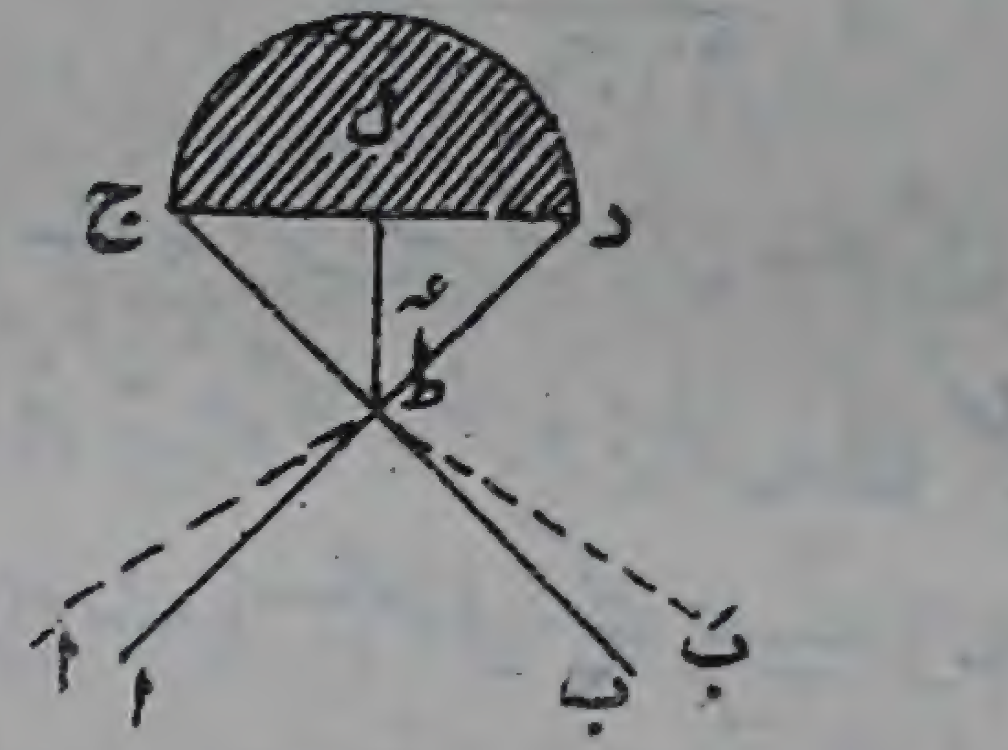
$$\frac{ل}{۲\ مہ\ جب\ عہ}$$

ہوتا ہے جہاں مہ، شخص اور دہانہ کے درمیانی واسطہ کا انعطاف نما ہے۔ شخص سے آنے والی روشنی صریحاً دہانہ کی ساری سطح پر واقع ہونی چاہیے۔ بہر حال اِس جملہ کی عددی قیمت سابقہ جملہ کی عددی قیمت سے بہت زیادہ مختلف نہیں ہے۔ حاصل ضرب مہ جب عہ کا نام ایبیّ نے عددی مہوہ[ہ] (ع، ش) رکھّا۔

اگر شخص ط ہو اور مکثّفہ سے اِس پر واقع ہونے والی روشنی کا مخروط ا ط ب ہو تو ط اِس اتساعی مخروط میں انکساری شکلیں پیدا کریگا اور خرد بین میں نظر آنے والی تفصیل اِن شکلوں کی اُس تعداد پر

ہ Numerical aperture

منحصر ہوتی ہے جو دہانہ ل میں داخل ہوتی ہے، یعنی یہ تفصیل مستعملہ ناصیہ موج کے سہوہ پر منحصر ہوتی ہے۔



شکل ۸۲

اگر ط اور دہانہ کی درمیانی فضاء انعطاف نمامہ والے تیل سے بھری ہوئی ہو تو شعاعوں کے انعطاف کی وجہ سے مخروط ج ط د اُس روشنی سے بھر جائیگا جو ابتداءً مخروط اَ ط بَ میں سماتی تھی۔ چنانچہ اِس صورت میں ایک نسبتاً بڑے سہوہ والے واقع ناصیہ موج سے کام لیا جا سکتا ہے اور بنا بریں اِس صورت میں تحلیل طاقت نسبتاً زیادہ ہوتی ہے۔ ایسے غرقی نظام کی صورت میں جزاً روشنی کے وسیع تر مخروط سے کام لیے جانے (۹۲)
کی وجہ سے اور جزاً انعکاسی نقصانات کے ساقط ہو جانے کی وجہ سے تنویر میں بھی اضافہ پایا جاتا ہے۔ عددی سہوہ کی بڑی سے بڑی قیمت جو عملاً حاصل کی جا سکتی ہے تقریباً ۱،۶ ہے۔ چنانچہ اگر لہ کو $۳،۵ \times ۱۰^{-۵}$ سمر مان لیا جائے تو خردبینی تحلیل کی انتہائی حد

$$\frac{\text{لہ}}{\text{۲ مہ جب عہ}} = \frac{۳،۵ \times ۱۰^{-۵}}{۲ \times ۱،۶} = ۱،۱ \times ۱۰^{-۵} \text{ سمر}$$

قرار پاتی ہے۔ اِس میں بلاشبہ یہ مفروضہ مضمر ہے کہ مناظری نظام کافی طور پر کامل ہے یعنی یہ کہ بڑے سہوہ کی وجہ سے تفصیل میں جو اضافہ ہوتا ہے اُس کا نقصان لونی ضلالت یا کروی ضلالت وغیرہ کی وجہ سے نہ ہونا چاہیے۔

طبعی آنکھ صرف ایسے دو نقطوں کو علیحدہ علیحدہ دیکھ سکتی ہے جن کا درمیانی زاویہ کم سے کم ۱،۲ دقیقہ یا اوسطاً ۱،۵ دقیقہ ہو۔ رویت واضح کے فاصلہ ۲۵ سمر پر یہ زاویہ $۱،۱ \times ۱۰^{-۲}$ سمر کے محاذی بنتا ہے۔ پس

مذکورۂ بالا تحلیلی طاقت کے لیے ضروری تکبیر

$$\frac{۱{,}۱ \times ۱۰^{-۲}}{۱{,}۷ \times ۱۰^{-۵}} = ۶۵۰ \text{ (تقریباً)}$$

قرار پاتی ہے۔ اگر تکبیر کو اس سے بھی آگے بڑھایا جائے تو تفصیل میں کوئی مزید اضافہ نہ ہوگا۔ خردبینوں کی تحلیلی طاقت کے امتحان کے لیے جالیوں[۱] کے بعض سٹ استعمال کیے جاتے ہیں جن پر کھینچی ہوئی لکیروں کے درمیانی فصل درجہ بدرجہ بڑے ہوتے ہیں۔

کسی خردبین کی تکبیری طاقت کی پیمایش کے لیے اس کے تخت پر معلوم طول کے نشانوں والا ایک باریک پیمانہ ترتیب دے کر آنکھ کی تمسیک اس پیمانے پر اور رویت واضح کے فاصلہ پر خردبین کے باہر ترتیب دیے ہوئے ایک دوسرے پیمانے پر بیک وقت کرلی جاتی ہے۔ اس تمسیک کے عمل میں لانے کا آسان ترین طریقہ یہ ہے کہ چشمہ کے عین اوپر ۴۵° کے زاویہ پر صاف شیشہ کا ایک چھوٹا سا ٹکڑا اس طرح ترتیب دیا جائے کہ چشمہ میں سے آنے والی شعاعیں تو اس میں سے راست گزر جائیں اور دوسرے پیمانے سے آنے والی شعاعیں اس سے منعکس ہوجائیں۔ اس طرح دونوں پیمانے ایک دوسرے پر واقع دکھائی دینگے اور پہلے پیمانے کے نشانوں کی تکبیر بآسانی معلوم کرلی جاسکیگی۔

خردبین کے ساتھ بہت سے دیگر امدادی آلات بھی استعمال کیے جاتے ہیں۔ مثلاً عکسالۂ منوّرہ[۲] ایک ایسا آلہ ہے جس کا اصول وہی ہے جو

---

[۱] یہ جالیاں گریسن Grayson کی جالیوں کے نام سے فروخت ہوتی ہیں۔ فی سمر ... لکیروں والی جالی جس کی قیمت تقریباً ۵ شلنگ ہوتی ہے کسر پیمادار خردبین کے ساتھ طلباء کے استعمال کے لیے ایک نہایت موزوں امتحانی شخص کا کام دیتی ہے۔ پھر خوردبین کے سہوہ کو یہاں تک گھٹایا جاسکتا ہے کہ اس جالی کے خطوط علیحدہ علیحدہ دکھائی نہ دینے لگیں۔

[۲] Camera Lucida

اُوپر تکبیر کی دریافت کی ضمن میں بیان کی ہوئی ترتیب کا ہے۔ اِس میں شخص کا مکبّر خیال نقشہ کشی کے ایک تختہ پر واقع دکھائی دیتا ہے جس سے اِس کا خاکہ بنالیا جاسکتا ہے۔ اِس کے استعمال کے وقت خردبین کے معمولی چشمہ کی بجائے ایک طیف نمائی چشمہ سے کام لیا جاسکتا ہے جس میں خیال س (شکل ۱۸۱) کے ماسکی مستوی میں ایک جھری ہوتی ہے اور آنکھ اور چشمئی عدسہ کے درمیان ایک منشور ہوتا ہے۔ قلم نگارشی[ه] کام کے لیے خردبین کے تخت نیچے ایک تقطیبی منشور بیٹھا دیا جاتا ہے اور دہانہ یا چشمہ کے عین اُوپر ایک تشریحی منشور بٹھا دیا جاتا ہے۔

خردبینی عکاسی[ه۱] میں یعنی کسی خردبین سے حاصل شدہ مکبّر خیال کی تصویر لیتے وقت خردبین کی نلی کو اُفقی وضع میں رکھا جاتا ہے کیونکہ تمسیک کے لیے عکسالہ کے طویل توسیع کی ضرورت ہوتی ہے۔ تحلیلی کام میں بھی خردبین کی نلی کو اُفقی وضع ہی میں ترتیب دیا جاتا ہے۔

جب متوازی شعاعوں کی ایک بہت باریک اور حدید پنسل بعض لسونتی محلولوں میں اُفقی سمت میں داخل کی جاتی ہے تو اِن محلولوں کے وہ (۹۳)
ذرّے جو اِس پنسل کے راستہ میں حائل ہوتے ہیں روشنی کو بکھیر دیتے ہیں اور اگر کسی انتصابی خردبین کی تمسیک اُوپر سے اِن ذروں پر کرلی جائے تو بکھری ہوئی روشنی کی مدد سے اِن کو دیکھا جاسکتا ہے اِس قسم کے انتظام کو بالاخردبین[ه۲] کہتے ہیں۔ اِس انتظام سے ایسے ایسے چھوٹے ذرّے بھی نظر آجاتے ہیں جو تنویر کے معمولی طریقوں سے دکھائی نہیں دیتے بلکہ واقعہ یہ ہے کہ ہم ایسے چھوٹے ذرّوں کو بھی دیکھ سکتے ہیں جن کے قطر ۱۰ مم کے رتبہ کے یعنی سوڈیم نور کے طول موج کے ۱/۶ ویں حصّے کے رتبہ کے ہوں۔ ستاروں کی طرح اِن کے زاویئی ابعاد اتنے چھوٹے ہوتے ہیں کہ اِن کی قدر کا کوئی اندازہ نہیں ہوسکتا؛ یہ روشنی کے محض نقطئی مبدأ

ه Crystallography
ه۱ Photomicrography
ه۲ Ultramicroscope

ہوتے ہیں۔

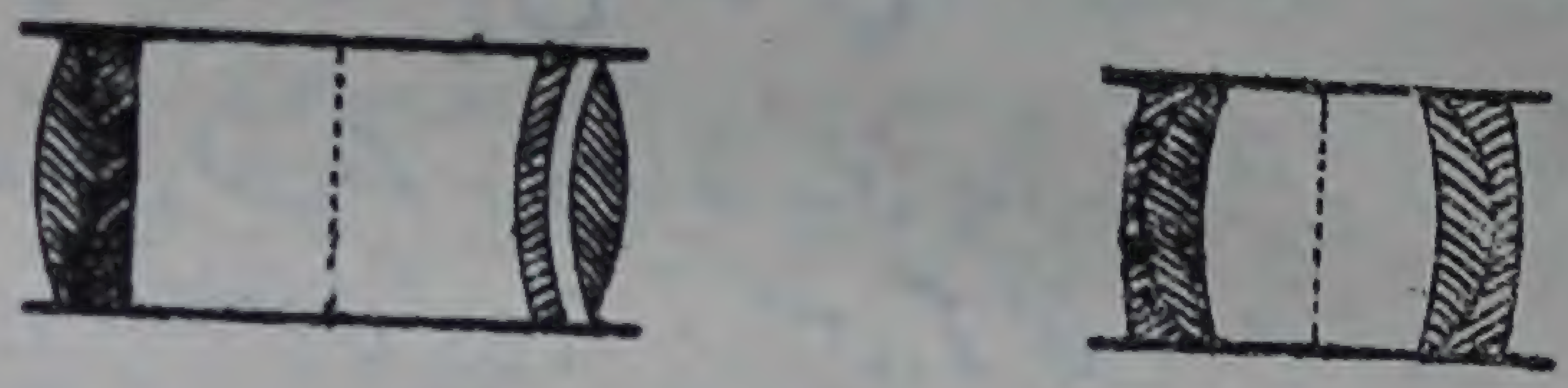
عکسالہ: عکسالہ بالالتزام ایک مستطیلی بکس پر مشتمل ہوتا ہے جس کے ایک سرے پر حسّاس تختی یا فلم رکھی جاتی ہے اور اس کے بالمقابل سرے کے وسط میں ایک عدسہ ہوتا ہے۔ عکّاسی کی تختی کا عمل بعد میں سمجھایا جائیگا۔ اس تختی سے عدسہ کا فاصلہ ترتیب پذیر ہونا چاہیے تاکہ تصویر کی تسیک واضح طور پر کرلی جاسکے، اور عکسالہ میں روشنی عدسہ کے سوا کسی اور راستہ سے داخل نہ ہونی چاہیے۔ عدسے کے قریب ترتیب دیلے ہوئے مختلف حجابوں کی مدد سے خیال پیدا کرنے والی پنسلوں کے سہووں کو حسبِ ضرورت بدلا جاسکتا ہے۔ اِس سہوہ کے قطر کو ہمیشہ عدسے کے ماسکی طول کی کسر کے طور پر ظاہر کیا جاتا ہے، مثلاً اگر کسی عدسے سے م\۱۶ پر کام لیا جارہا ہو تو اِس کے معنے یہ ہیں کہ حجاب کے سوراخ کا قطر ماسکی طول کا $\frac{۱}{۱۶}$ واں حصّہ ہے۔ چنانچہ م\۸ پر کام کرنے والے عدسہ میں سے م\۲۲ پر کام کرنے والے عدسہ کی بہ نسبت تقریباً آٹھ گنا روشنی داخل ہوگی۔

عکّاسی کی معمولی خشک تختی له = ۲٫۲ اور له = $۰٫۵۰ \times ۱۰^{-۵}$ سمر کے درمیان حسّاس ہوتی ہے لیکن عدسہ کا شیشہ له = ۲٫۲ اور له = $۳٫۳ \times ۱۰^{-۵}$ سمر کی تمام درمیانی روشنی کو گزرنے نہیں دیتا۔ یہ تختی بنفشیی روشنی کے لیے سب سے زیادہ حسّاس ہوتی ہے۔ اِس لیے عدسوں کو موجی طولوں کے اس خطّے کے لیے غیرلونی بنالینا چاہیے نہ کہ نظری استعمال کے لیے۔

عکسالہ کے عدسہ کو عام طور پر ایک چپٹی سطح پر حاصل کی ہوئی تصویر میں ایک وسیع زاویہ نظر شامل کرلینا پڑتا ہے۔ بنابریں اس صورت میں دوربین اور خردبین کے مقابلہ میں ابہامیت، انحنا اور مسخ کے نقایص زیادہ اہم ہوجاتے ہیں۔ عدسہ کا ثقبہ کم کرنے سے خیال کی تنویر تو گھٹ جائیگی لیکن مسخ کے سوا باقی تمام نقایص بڑی حد تک رفع ہوجاتے ہیں۔

شکل ۱۳۳ میں عدسوں کی دو مشہور قسمیں دکھلائی گئی ہیں: پٹزوال کا

تصویری عدسہ[1]، اور زود عمل مستقیمی عدسہ[2] - پٹزوال کا تصویری عدسہ بہت ہی زیادہ زود عمل ہوتا ہے کیونکہ یہ م\۴ پر بخوبی کام کرسکتا



شکل ۸۳

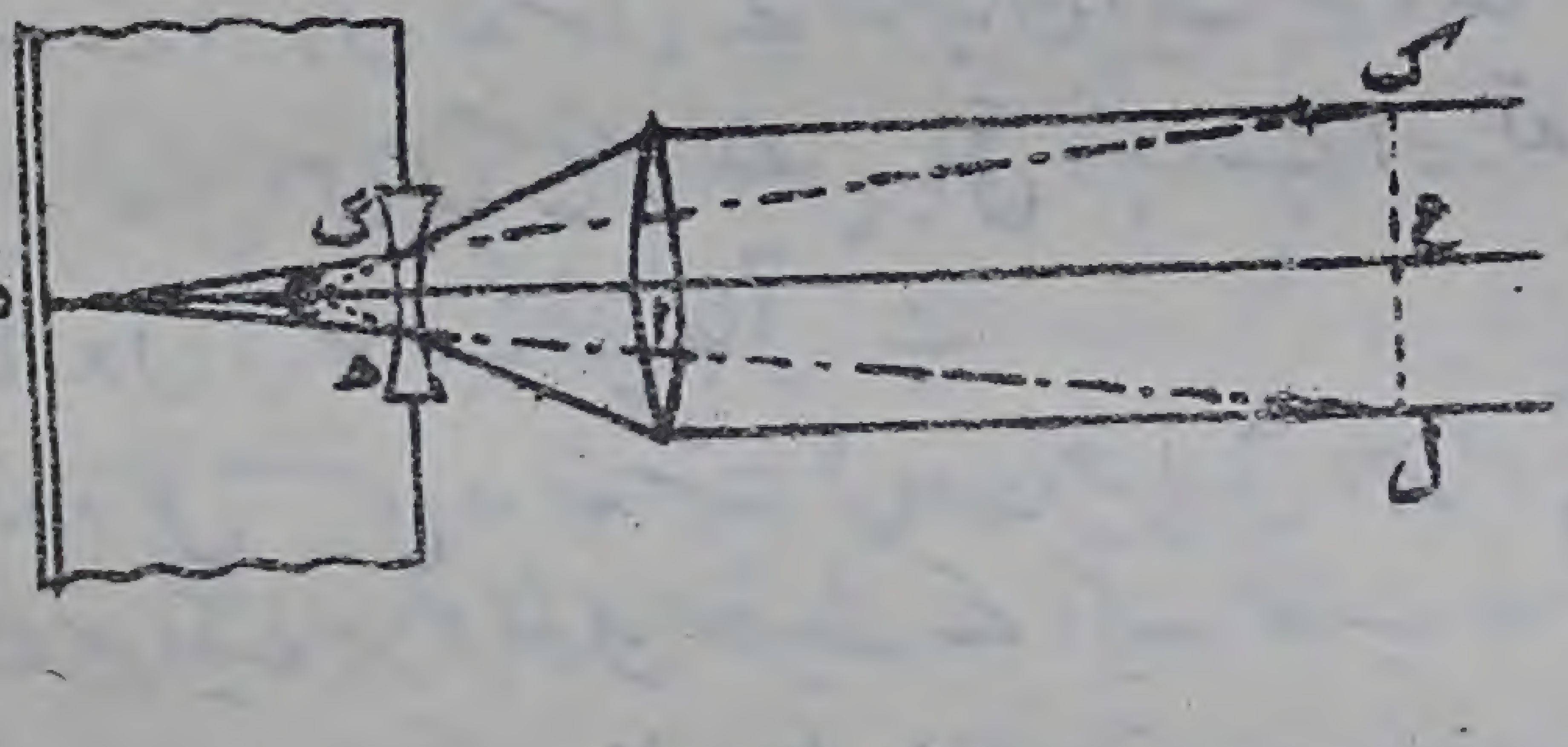
ہے - اس سے جاندار شخصوں کی تصویر لینے کے علاوہ، اسے مناظری قندیل میں تظلیلی عدسہ کے طور پر بھی استعمال کیا جاتا ہے - اس کا حجاب اس کے وسط میں ہوتا ہے - اس کے سامنے کا مرکب عدسہ دو ایک ساتھ جڑے ہوئے عدسوں کے ایک غیر لونی جوڑے پر مشتمل ہوتا ہے، اور اس کے پیچھے والے مرکب عدسہ کے دونوں عدسوں کے درمیان ایک چھوٹا سا فصل چھوڑ دیا (۹۴) جاتا ہے - بہر حال اس میں مسخ کا نقص باقی رہتا ہے اور تصویر کی تنویر تختی کے کناروں کی جانب گھٹتی جاتی ہے -

زود عمل مستقیمی عدسہ متشاکل اور دو غیر لونی اجزاء پر مشتمل ہوتا ہے - ان میں سے ہر ایک جز کراؤن شیشہ کے ایک محدب عدسہ کو فلنٹ شیشہ کے ایک مقعر ہلالی عدسہ کے ساتھ ملا کر بنایا جاتا ہے - حجاب ان دونوں اجزاء کے درمیان ہوتا ہے - یہ عدسہ غیر مسخی[3] ہوتا ہے کیونکہ اس کا ایک جز کسی مربع کے خیال کے ضلعوں کو باہر کی طرف محدب کر دیتا ہے اور اس کا دوسرا جز اس خیال کے ضلعوں کو باہر کی طرف مقعر کر دیتا ہے اور اس طرح یہ دونوں مسخ ایک دوسرے کی تعدیل کر دیتے ہیں -

[1] Petzval portrait lens
[2] Rapid rectilinear lens
[3] Orthoscopic

زود عمل مستقیمی عدسوں کو ایک عرصہ تک بہت ہی مقبولیت حاصل رہی ہے۔ لیکن آج کل غیر ابہامی[۲] عدسوں کی وجہ سے یہ متروک ہیں۔

بعید مناظر کی عکاسی[۱]: دور کے کسی شخص کے خیال کی قامت عدسہ کے ماسکی طول کے ساتھ ساتھ بدلتی جاتی ہے۔ لیکن اگر طویل ماسکی طول والا محدب عدسہ استعمال کیا جائے تو اُس کو تختی سے بہت بڑے فاصلہ پر رکھنا پڑیگا اور بنا بریں عکسالہ نامناسب طور پر لانبا ہو جائیگا۔ یہ دقت بعید ضیائی عدسوی اجتماع کے استعمال سے رفع ہو جاتی ہے اور ہم ایک معمولی عکسالہ کی مدد سے بہت ہی بکبّر تصویریں حاصل کر سکتے ہیں۔ یہ عدسہ ایک محدب عدسہ اور مقعر عدسہ پر مشتمل ہوتا ہے جن میں سے ہر ایک بجائے خود ایک غیر لونی عدسہ ہوتا ہے۔ اِن میں سے مقعر عدسہ اُس مقام پر واقع رہتا ہے جہاں کہ عکسالہ کا عدسہ معمولاً لگا رہتا ہے اور محدب عدسہ اِس مقعر عدسہ کے سامنے عکسالہ کے باہر واقع رہتا ہے۔ یہ ترتیب شکل ۱۴۸ میں



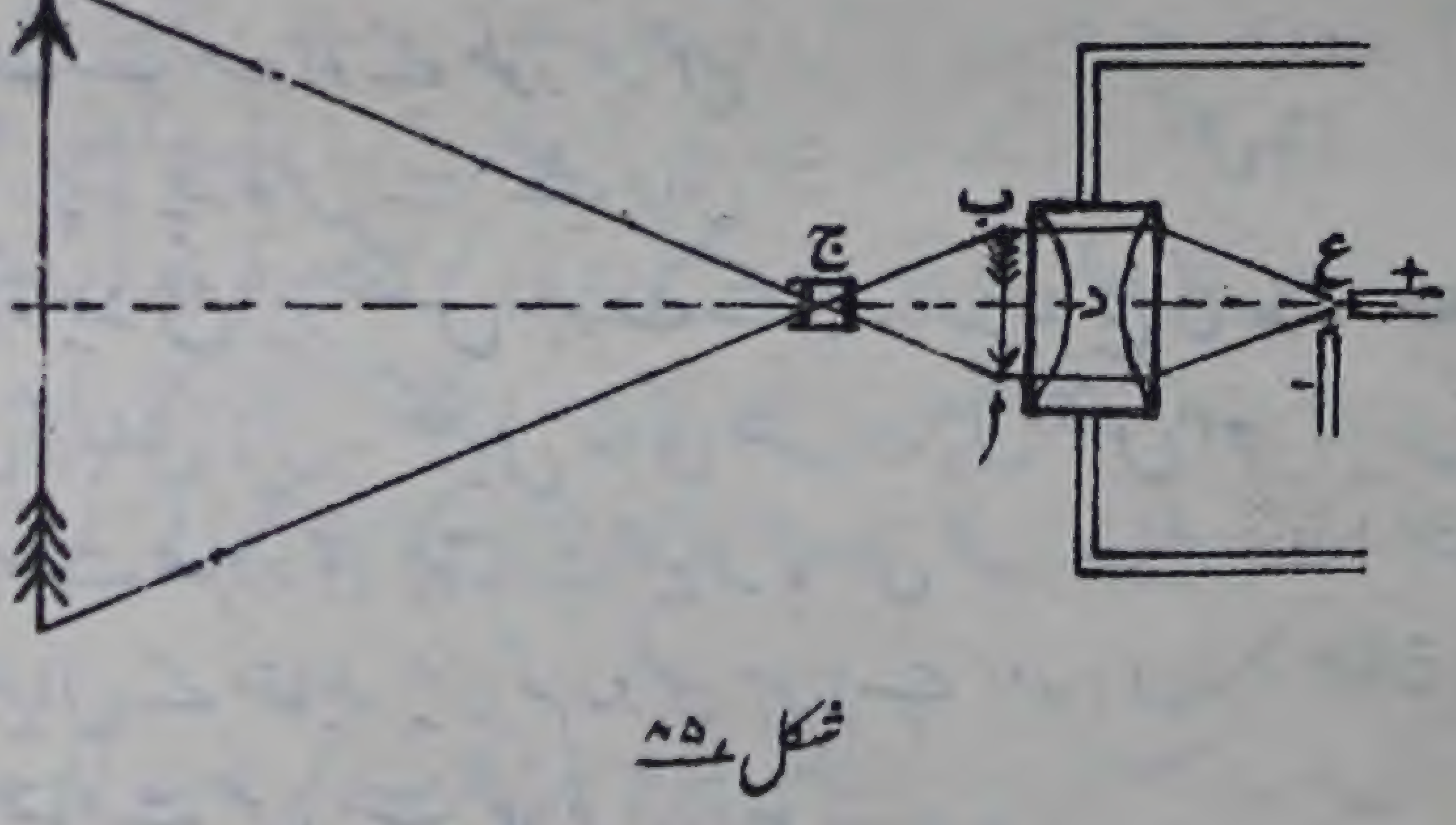
شکل ۱۴۸

دکھلائی گئی ہے۔ عکسالہ کے عدسہ کو اس میں سے نکال لیا جاتا ہے، گ ھ مقعر عدسہ ہے اور ا محدب عدسہ۔ نور کی متوازی شعاعیں ا پر واقع دکھلائی

۱؎ Telephotography ۲؎ Anastigmat

گئی ہیں - اگر مقعر عدسہ نہ ہوتا تو یہ متوازی شعاعیں ج پر ماسکہ میں آجاتیں لیکن یہ مقعر عدسہ اِن کو کم مستدق بناکر اِن کو د پر ماسکہ میں لے آتا ہے - شعاعوں د گ اور د ھ کو پیچھے کی طرف یہاں تک بڑھانے سے کہ یہ اپنی اصلی سمتوں کو ک اور ل پر قطع کریں، ہمیں معلوم ہوگا کہ ک ل خطۂ خیال کا صدر مستوی ہے اور د ع اِس آلہ کا معادل ماسکی طول ہے - عدسوں کے درمیانی فاصلے کو گھٹانے سے صدر مستوی اور آگے بڑھا جاتا ہے جس سے تکبیر اور بڑھ جاتی ہے -

مناظری قندیل[ے]: شفّاف تصویروں کی تظلیل میں جس قندیل سے کام لیا جاتا ہے اُس کا مناظری نظام شکل ۸۵ میں دکھلایا گیا ہے - ا ب شفاف تصویر کو تعبیر کرتا ہے جس کو اُلٹا رکھا جاتا ہے - ج دہانہ یا تظلیلی عدسہ ہے جو پردہ پر شفاف تصویر کا سیدھا خیال پیدا کرتا ہے اور اِس عدسہ کی تمسیک سے پردہ کے مختلف محلول کے لیے خیال کو واضح کرلیا جاسکتا ہے - مبداء نور ایک برقی قوس پر مشتمل ہوتا ہے جس کے مثبت (۹۵) کاربن کو اُفقی وضع میں اور منفی کاربن کو انتصابی وضع میں ترتیب دیا جاتا



شکل ۸۵

ہے - اس انتظام سے قوس سے آنے والی ساری روشنی مکثفہ د پر واقع ہوتی ہے - یہ مکثفہ عام طور پر دو مستوی محدب عدسوں پر مشتمل ہوتا ہے

ے Optical lantern

جن کے مستوی رُخ باہر کی طرف رکھے جاتے ہیں۔ اس کا مصرف یہ ہوتا ہے کہ تصویر میں سے جہاں تک ہوسکے روشنی کی زیادہ سے زیادہ مقدار ایک ایسی سمت میں گزارے کہ یہ دہانے میں سے بھی گزر جائے۔ برقی قوس کو ایک دھاتی بکس کے اندر بند کر دیا جاتا ہے تاکہ پردہ پر خیال بنانے والی روشنی کے سوا کوئی اور روشنی باہر نہ آنے پائے۔ برقی قوس کی بجائے آج کل اِس غرض کے لیے خاص طور پر بنائے ہوئے گیس بھری لیمپوں سے بھی کام کام لیا جاسکتا ہے لیکن قوس زیادہ منوّر اور سہولت بخش ہوتا ہے اور اگر دستیاب ہوسکے تو اس کو ہمیشہ ترجیح دی جانی چاہیے۔

غیر شفاف شخصوں کی تظلیل کے لیے آج کل تظلیل نما^ھ^ کے نام سے مختلف آلات فروخت ہوتے ہیں۔ اِن سب میں روشنی کے نہایت طاقتور مبداؤں کی ضرورت ہوتی ہے۔ شکل ۸۶ء میں یہ دکھلایا گیا ہے کہ ایک معمولی تظلیلی قندیل سے یہ کام کیونکر لیا جاسکتا ہے۔ م اور ن دو آئینے ہیں۔ مکثفہ سے آنے والی روشنی آئینہ م سے منعکس ہوکر غیر شفاف شخص ا ب پر واقع ہوتی ہے جس سے یہ ایک نئے مبداء کے طور پر عمل کرتا ہے۔ چنانچہ اِس سے نکلنے والی شعاعیں آئینہ ن پر منعکس ہونے کے بعد عدسہ ج کی مدد سے پردہ پر ماسکہ میں آجاتی ہیں۔ تظلیل نما کی صورت میں شخص اور آئینوں کا اچھی طرح بند رہنا بہت ضروری ہوتا ہے کیونکہ اِس صورت میں خیال شفاف شخص کے تظلیلی خیال کے مقابلہ میں کم روشن ہوتا ہے اور اِس لیے منتشر روشنی سے اِس کی وضاحت میں بہت کچھ فرق آجاتا ہے۔



شکل ۸۶ء

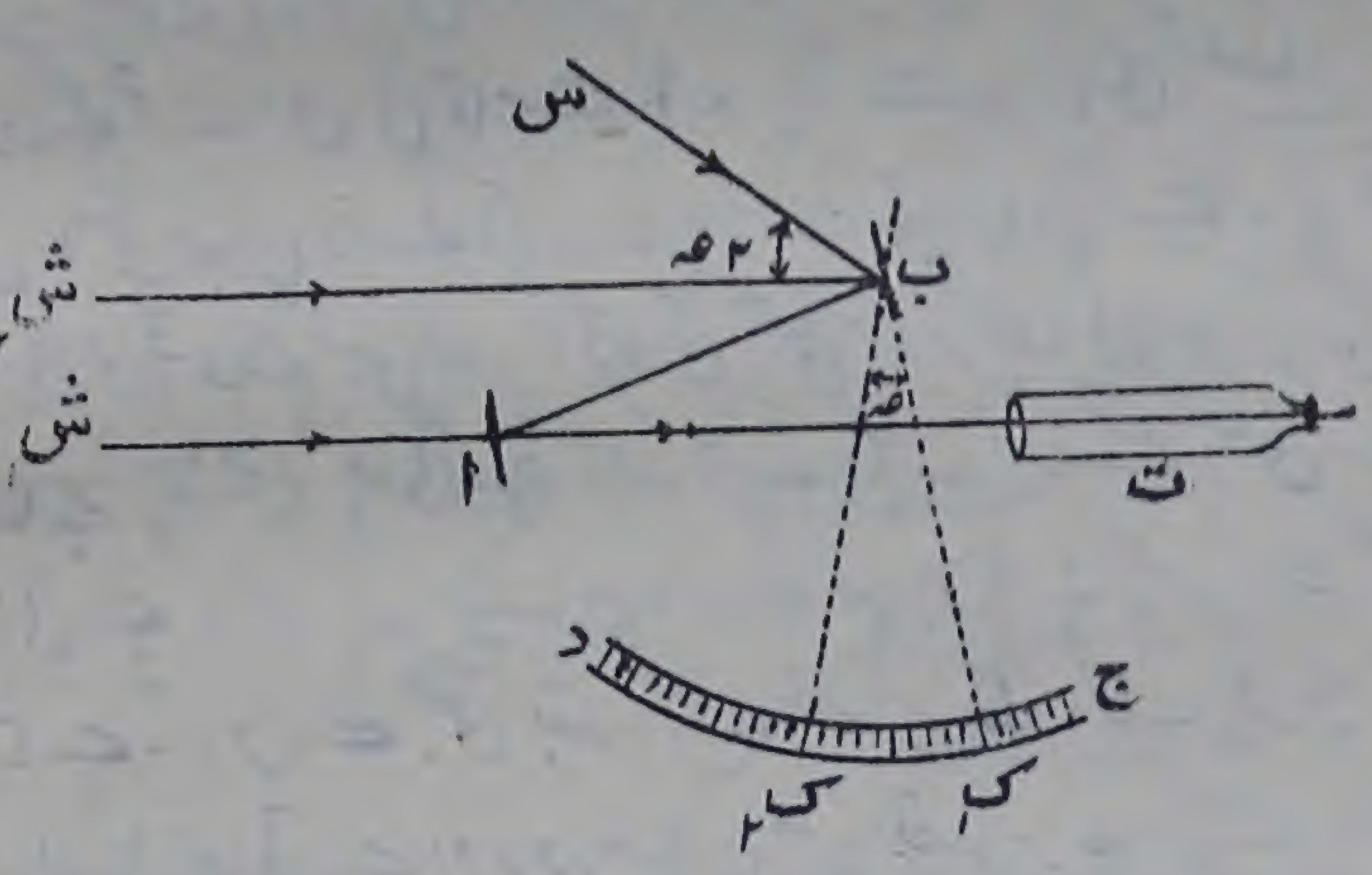
ھ Epidiascopes

شبکیہ پر جو بصری نقوش مرتسم ہوتے ہیں وہ محرک کے دور ہوجانے کے بعد بھی $\frac{1}{16}$ ثانیہ تک قایم رہتے ہیں۔ پس اگر کسی متحرک جسم کی تصویریں ایسی شرح سے لی جائیں جو ۱۶ فی ثانیہ سے کم نہ ہو اور پھر اِن تصویروں کو اِسی شرح سے پردے پر ڈالا جائے تو یہ جدا جدا تصویریں گداز ہو جاتی ہیں اور مسلسل حرکت کا احساس پیدا کر دیتی ہیں۔ سینمو لوگراف[1] کا اُصول بس یہی ہے۔ یہ تصویریں تظلیلی قندیل کے سلائیڈ سے چھوٹی ہوتی ہیں اور دستور کے تحت اِن کی قامت ۱" × $\frac{3}{4}$" ہے۔ اِن کی تظلیل تقریباً ۲$\frac{3}{4}$" کے معادل ماسکی طول والے ایک عدسہ سے کی جاتی ہے۔ یہ تصویریں سلولائیڈ یا اِسی قسم کے کسی اور مادہ کی جھلّی[2] پر چھاپی جاتی ہیں۔ یہ جھلّی دو چرخیوں پر چڑھی ہوتی ہے اور جب ایک پر سے کھلتی ہے تو دوسری پر لپٹتی جاتی ہے۔ آلہ میں ایک ایسا انتظام ہوتا ہے جس سے جھلّی کو ایک جھٹکا پہنچتا ہے۔ اِس سے جھلّی بقدر ایک تصویر کے ایک چرخی پر سے کھل کر دوسری پر لپٹ جاتی ہے اور درمیان میں تصویر عدسہ کے ماسکی مستوی میں آجاتی ہے جس کے لیے ایک خاص دریچی بنی ہوتی ہے۔ ہر تصویر اِس دریچی کے سامنے تھوڑی دیر کے لیے ٹھیرتی ہے اُس وقت پردے پر اِس کی
تظلیل ہوتی ہے، اِس کے بعد اِس کو جھٹکا پہنچتا ہے اور وہ آگے بڑھ جاتی (۹۶)
ہے اور ایک دوسری تصویر اُس کی جگہ لے لیتی ہے، لیکن پہلی تصویر کے آگے بڑھتے اور دوسری کے جگہ لینے کے درمیان میں ایک قطعہ عدسہ کے سامنے آکر روشنی کو روک دیتا ہے۔ جھلّی اتنی تو مضبوط ہوتی ہے کہ اِس کشاکش کو برداشت کر سکے لیکن ساتھ ہی وہ بہت اشتعال پذیر بھی ہوتی ہے۔ چنانچہ اگر برقی قوس کا خیال ذرا سی دیر کے لیے بھی اِس پر واقع ہو جائے تو یہ جل اُٹھتی ہے۔

آلہ سدس[3]: پہلے یہ بتایا جا چکا ہے کہ جب ایک آئینہ کو

[1] Cinematograph [2] Film [3] Sextant

گھمایا جاتا ہے تو منعکس شعاع آئینہ کی گردش کے زاویہ کے دُگنے زاویہ میں گھوم جاتی ہے۔ آلہ سدس، جو اِس اُصول پر مبنی ہے، ایک آلہ ہے جو دور کے دو شخصوں کے محاذی مشاہد پہ بننے والے زاویہ کی پیمایش کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ یہ ایک دوربین ت پر مشتمل ہوتا ہے جو ایک آئینہ ا کی سمت میں ہوتی ہے۔ اِس آئینہ کے صرف آدھے حصّے پر چاندی چڑھی ہوئی ہوتی ہے



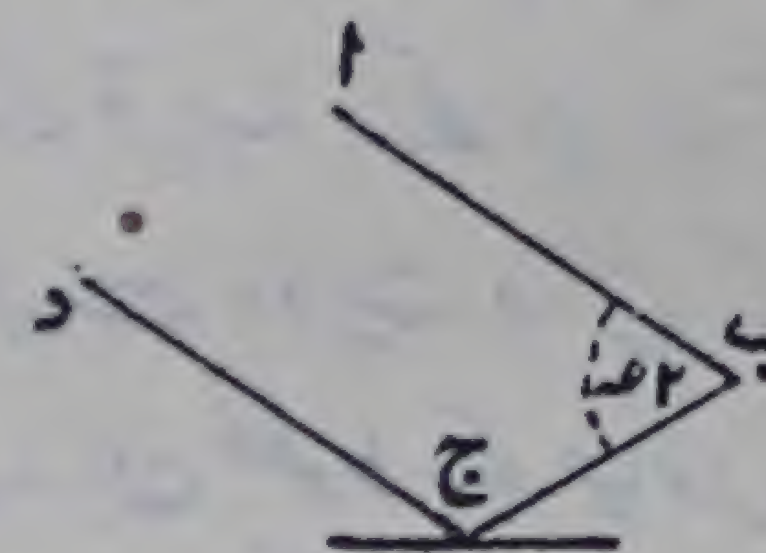
شکل ۸۲

اور اِس کا باقی نصف حصّہ شفّاف ہوتا ہے۔ ب ایک دوسرا آئینہ ہے جس کو ایک محور کے گرد گھمایا جا سکتا ہے۔ اِس آئینہ کے ساتھ ایک نمایندہ ہ لگا ہوتا ہے جو درجہ دار دائرہ ج د پر حرکت کرتا ہے۔

فرض کرو کہ ایک شخص ایک ایسے فاصلہ پر واقع ہے کہ اِس سے ا اور ب پر واقع ہونے والی شعاعیں ش۱ اور ش۲ باہم متوازی ہیں۔ شعاع ش۱ آئینہ ا کے شفاف حصّے میں سے گزر کر دوربین میں راست داخل ہو جاتی ہے۔ فرض کر آئینہ ب کی وضع ایسی ہے کہ شعاع ش۲ آئینوں ب اور ا پر منعکس ہونے کے بعد دوربین کے اندر شعاع ش۱ کی سمت میں داخل ہو جاتی ہے۔ اِس طرح شخص کے یہ دونوں خیال ایک دوسرے پر واقع دکھائی دینگے۔

ب کی اِس وضع کے مماثل نمائندہ کی خواندگی کو صفر مان لیا جاتا ہے۔ فرض کرو کہ اِس صفر سے شروع کرکے دوربین کو ایک شخص کی سمت میں ترتیب دینے پر دونوں شخصوں کے خیالوں کو انطباق میں لے آنے کے لیے آئینہ ب کو زاویہ عہ میں گھمانا پڑتا ہے۔ چنانچہ ایسی صورت میں آنکھ پر اِن دونوں شخصوں کے درمیان بننے والا زاویہ ۲ عہ ہوگا۔ پیمانے ج د پر زاویوں کی اصلی قیمتوں کی دُگنی قیمتیں کندہ ہوتی ہیں۔ اِس لیے نمایندہ کی خواندگی ک، ک۲ سے آنکھ پر بننے والا زاویہ راست حاصل ہوجاتا ہے۔

آلۂ سدس زیادہ تر سورج کے زاویہ فراز کی پیمایش کے لیے استعمال ہوتا ہے۔ اِس کے لیے زمین پر جو طریقۂ عمل عام طور پر اختیار کیا جاتا ہے اُس کا خاکہ شکل ۸۸ میں دکھلایا گیا ہے۔ مشاہد اِس آلہ کو ایک ہاتھ میں پکڑے ہوئے اِس ہاتھ کی کونی کو اپنے گھٹنے پر ٹیک کر پارہ کی ایک طشتری کے
سامنے بیٹھ جاتا ہے۔ دوربین کو پارہ میں دکھلائی دینے والے سورج کے (۹۷)
خیال کی سمت میں لے آکر نمایندہ کو درجہ دار دائرہ پر یہاں تک ہٹایا جاتا ہے کہ سورج کا وہ خیال جو نمایندہ سے لگے ہوئے آئینہ پر انعکاس کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے پہلے خیال کے ساتھ منطبق ہوجائے۔ چنانچہ پیمانہ کی اِس خواندگی سے زاویہ ۲ عہ حاصل ہوجاتا ہے اور چونکہ ا ب اور ج د متوازی ہیں اِس لیے سورج کا ارتفاع عہ ہوتا ہے آئینہ کی



شکل ۸۸

بجائے پارہ کی سطح اِس لیے استعمال کی جاتی ہے کہ یہ سطح عملِ جاذبہ کے تحت خود بخود اُفقی وضع میں آجاتی ہے۔

سمندر پر سورج اور اُفقی سطح کا درمیانی زاویہ ناپ لیا جاتا ہے۔

ایک شکل کی مدد سے یہ بآسانی ثابت کیا جاسکتا ہے کہ دوپہر کے وقت سورج کے ارتفاع کی تعیین سے عرض بلد کی قیمت اخذ کرلی جاسکتی ہے کیونکہ

فلکی اجسام میں سُورج کا محل معلوم ہے۔ اگر سورج کے بلند ترین ارتفاع کا وقت ایک ایسے وقت پیما^ب کی مدد سے جو گرینویچ^لے کے وقت کے ساتھ مطابقت رکھتا ہو، معلوم کرلیا جائے تو سُورج گرینویچ پر نصف النہار کے اُوپر آجانے کے بعد سے لے کر زمین کی گردش کی مدت معلوم ہوجاتی ہے اور اس سے طولِ بلد کی تعیین ہوسکتی ہے۔

مثالیں

(۱) اگر ایک ایسی دوربین کے دہانہ کا نصف حصّہ جو چاند کی سمت میں ترتیب دی ہوئی ہے، ڈھک دیا جائے تو اُس دوربین میں دکھلائی دینے والے چاند کی شباہت کس طرح متاثر ہو گی؟

(۲) ایک دوربین میں جس کے دہانہ کا قطر ۹ انچ ہے دو ستارے عین علٰحدہ علٰحدہ دکھائی دیتے ہیں۔ نظری طور پر اِن کے مرکزوں کے درمیان زاویئی فاصلہ کیا ہے؟

(۳) ایک کارڈ پر ایک دوسرے کے قریب دو خط کھینچو اور اِن کی طرف ایک آنکھ کے قریب رکھے ہوئے تکبیری شیشہ میں سے دیکھو۔ اِس کے ساتھ ساتھ دوسری آنکھ سے رویت واضح کے فاصلہ پر ترتیب دیے ہوئے ایک پیمانے کی طرف دیکھو۔ اِن خطوط کے خیالوں کو پیمانے پر واقع کراکر اِن خیالات کا درمیانی فاصلہ ناپ لینے سے تکبیری شیشہ کی تکبیری طاقت معلوم کی جاسکتی ہے۔ اِس قیمت کا مقابلہ نظری قیمت کے ساتھ کرو۔

(۴) کسی طیف پیما کی دوربین کی تکبیر حسبِ ذیل طریقوں سے معلوم کرو (ا) اِس کے اجزاء کو الگ الگ کرکے اِس کے عدسوں کے ماسکی طول علٰحدہ علٰحدہ معلوم کرو، پھر ضابطہ $\frac{ف}{م}$ کی مدد سے تکبیر حاصل کرو (ب) منوّر پیمانے اور

ب Chronometer لے Greenwich

متحرک نمایندہ کے طریقے سے جس کی تشریح صفحہ ۱۶۰ پر کی گئی ہے (ج) دہانہ اور چشمئی حلقہ کے قطروں کی پیمایش سے (صفحہ ۱۵۹)۔

(۵) اِس دوربین کے سامنے تار کی ایک جالی قایم کرو جس کے پیچھے ایک پتلا کاغذ لگا ہو۔ اُس جالی کو منوّر کرکے وہ بڑے سے بڑا فاصلہ معلوم کرو جس پر دوربین میں اِس جالی کے تار علٰحدہ علٰحدہ دکھائی دیتے ہیں۔ اِس سے اِس دوربین کی تحلیلی طاقت محسوب کرکے اُس کا مقابلہ نظری قیمت کے ساتھ کرو۔ پھر اِس دوربین کے دہانے کے ثقبہ کو گھٹا کر دیکھو کہ اُس سے تحلیلی طاقت کی تجربی قیمت میں کیا فرق آتا ہے۔

(۶) اِسی دوربین سے زہرہ، مشتری، اور چاند کی طرف دیکھو۔

(۷) صفحہ ۱۷۲ پر بیان کیے ہوئے طریقہ سے کسی خردبین کی تکبیر دریافت کرو۔ پھر اُس نتیجہ کا مقابلہ نظری ضابطہ سے حاصل ہونے والی قیمت کے ساتھ کرو۔

ساتواں باب

طیف پیما اور انعطاف نماؤں کی تعیین

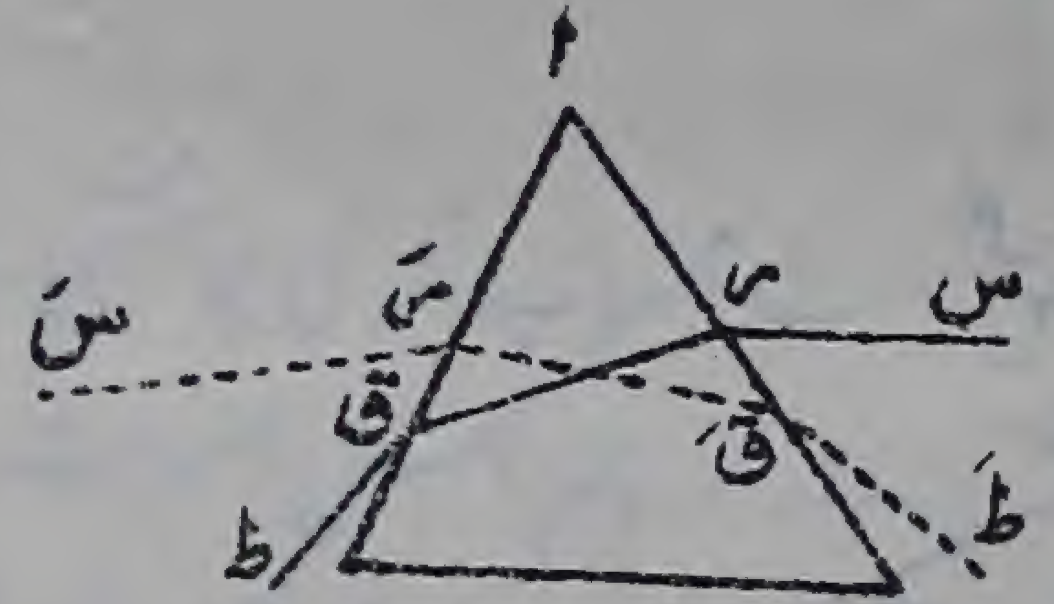
(۹۸) شیشہ کے انعطاف نما کی تعیین کا سب سے سیدھا سادھا طریقہ یہ ہے کہ اِس کا ایک منشور لے کر طیف پیما سے اِس کا انعطاف نما معلوم کرلیا جائے۔ علم ہندسہ میں منشور سے مراد ایک کثیر السطوح ہے جس کے دو رُخ متوازی، مساوی اور مشابہ کثیر الاضلاع ہوں اور جس کے باقی رُخ متوازی الاضلاع ہوں۔ لیکن علم مناظر میں منشور سے ہمیشہ مثلثی قاعدہ پر کھڑا ہوا ایک قایم منشور مراد ہوتی ہے۔ ہر وہ مستوی جو منشور کے پہلوؤں پر عمودوار ہو صدر مستوی کہلاتا ہے۔ چنانچہ اگر روشنی کی کوئی شعاع منشور کے کسی ایک رُخ پر کسی صدر مستوی میں واقع ہو تو یہ شعاع منشور میں سے اپنے گزر کے سارے دوران میں اور اِس سے نکلنے کے بعد صریحاً اِسی مستوی میں رہیگی۔

فرض کرو کہ شکل ۸۹ شیشہ کے ایک منشور کی اُس تراش کو تعبیر کرتی ہے جو ایک صدر مستوی سے حاصل ہوتی ہے۔ فرض کرو کہ ط ق روشنی کی ایک شعاع ہے جو رُخ ا ب کے نقطہ ق پر واقع ہوتی ہے۔ یہ نقطہ

ق پر منعطف ہونے کے بعد ق ر کی سمت میں حرکت کرتی ہے اور دوسرے رُخ کے نقطہ ر پر منعطف ہوکر ر س کی سمت میں باہر آجاتی ہے۔



شکل ۸۹

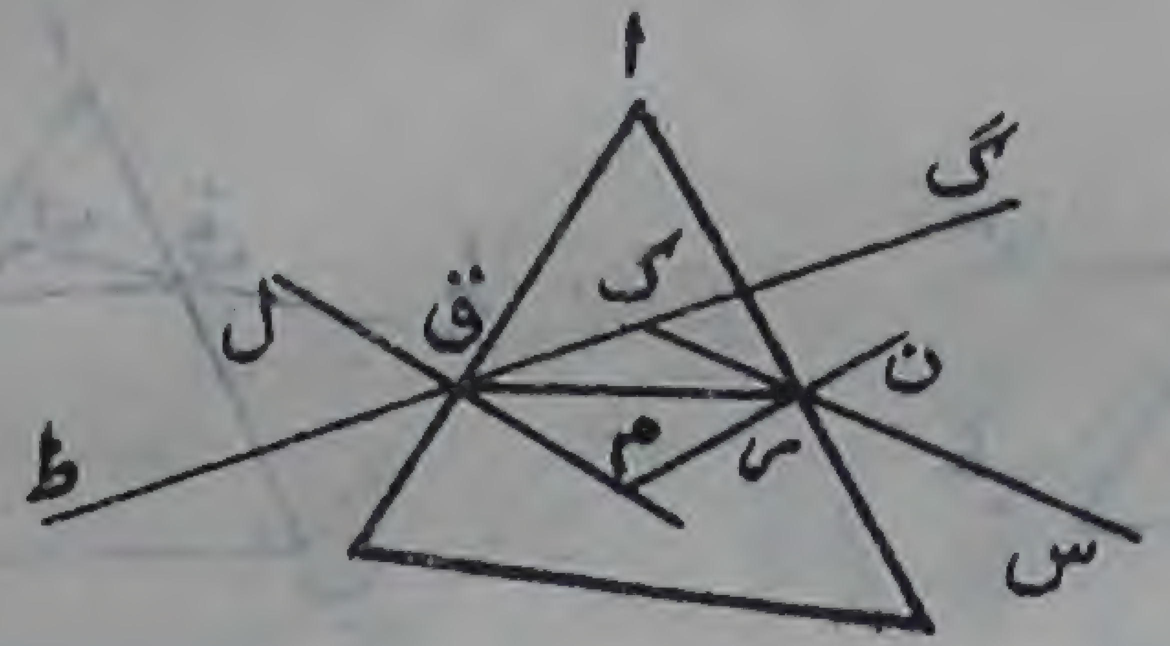


شکل ۹۰

کنارہ ا کو یعنی اُس کنارہ کو جس پر وہ رُخ جن میں سے روشنی گزرتی ہے ملتے ہیں، منشور کا انعطاف انگیز کنارہ کہتے ہیں۔ ط ق کو گ تک بڑھاؤ اور س ر کو یہاں تک بڑھاؤ کہ یہ ط ق ممدودہ کو ک پر قطع کرے۔ زاویہ گ ک س یعنی وہ زاویہ جو شعاع واقع اور شعاع خارج کے درمیان بنتا ہے اِس منشور کی وجہ سے پیدا شدہ زاویہ انحراف کہلاتا ہے۔

اگر رُخ ا ب پر شعاع ط ق کا زاویہ وقوع بدلتا جائے تو زاویہ انحراف بھی بدلتا جائیگا۔ اگر شعاع واقع اور شعاع خارج منشور کے رخوں سے مساوی زاویے بنائیں یعنی اگر ا ق = ا ر تو انحراف اقل ہوتا ہے اور ایسی صورت میں کہتے کہ منشور اقل انحراف کی وضع میں ہے۔ یہ بات بآسانی ثابت کی جاسکتی ہے۔ چنانچہ فرض کرو کہ کسی اور شعاع ط ق ر س (شکل ۹۰) کا انحراف اقل ہے۔ تب اِس منشور میں سے متشاکلاً مخالف سمت میں گزرنے والی شعاع طَ قَ رَ سَ کا انحراف بھی وہی ہوگا جو کہ شعاع ط ق ر س کا انحراف ہے کیونکہ اِس صورت میں بھی ا ق = ا قَ اور ا ر = ا رَ بنابریں آخر الذکر انحراف اقل نہیں ہوسکتا۔

(۹۹) اب فرض کرو کہ شکل ۹۱ اقل انحراف کی وضع کو تعبیر کرتی ہے اور ل م اور م ن ایک شعاع ط ق ر س کے نقاط وقوع اور خروج پر



شکل ۹۱

عماد ہیں۔ فرض کرو کہ

ے ط ق ل = ے س ر ن = قہ اور ے ر ق م = ق ر م = عہ

اور زاویہ اقل انحراف = حہ۔ بنابریں:

حہ = ے گ ک س = ے ک ق ر + ے ک ر ق

= ے ک ق م - ے ر ق م + ے ک ر م - ے ق ر م

= ۲ (قہ - عہ)

نیز ے ا ق ر + ے ا ر ق = π - ا

اور ے ا ق ر + ے ا ر ق = ے ا ق م - ے ر ق م + ے ا ر م - ے ق ر م

= π - ۲ عہ

پس ا = ۲ عہ یعنی عہ = $\frac{ا}{۲}$ اور یہ قیمت حہ کے لیے اوپر حاصل شدہ جملہ میں درج کرنے سے:

حہ = ۲ (قہ - $\frac{ا}{۲}$) یا قہ = $\frac{ا + حہ}{۲}$

لیکن بموجب تعریف انعطاف نما

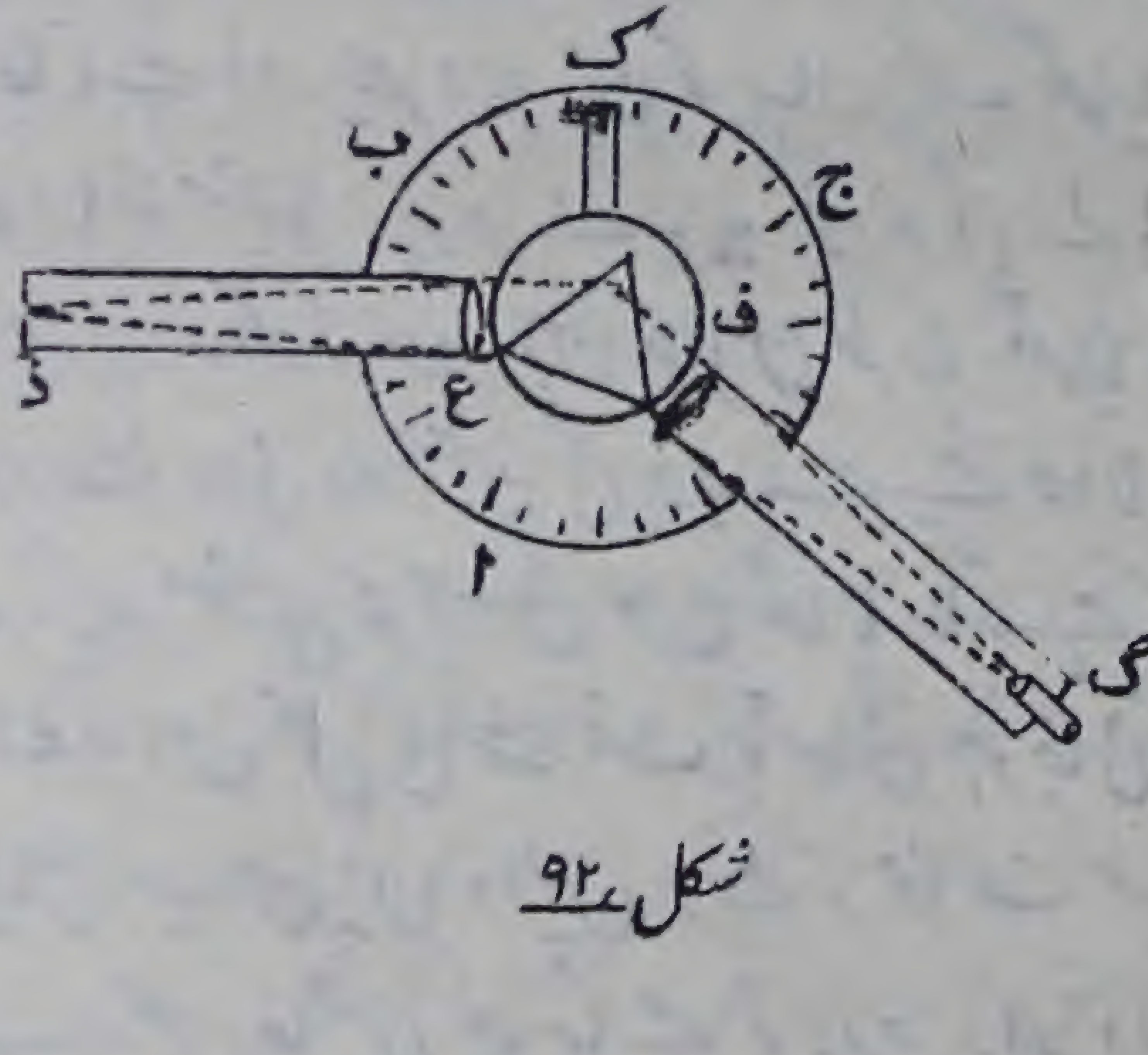
مہ = $\frac{\text{جب قہ}}{\text{جب طہ}}$

پس قہ اور طہ کی قیمتیں درج کرنے پر:

$$مہ = \frac{جب \frac{ا + حہ}{۲}}{جب \frac{ا}{۲}}$$

پس اگر ا اور حہ معلوم کرلیے جائیں تو مہ کی قیمت محسوب کرلی جاسکتی ہے۔ اِس ضابطہ کو یاد رکھنے کا ایک آسان طریقہ یہ ہے کہ ہم اُس صورت پر غور کریں جبکہ یہ منشور شیشہ کی بجائے ہوا کا بنا ہوا ہو۔ اِس صورت میں حہ صفر ہو جائیگا اور بنا بریں مہ مساوی ہوگا ا کے۔

طیف پیما وہ آلہ ہے جس سے ا اور حہ کی تعیین آسانی کی جاسکتی ہے۔ اقل انحراف کی وضع میں ترتیب دیے ہوئے ایک طیف پیما کا خاکہ شکل ۹۲ء میں دکھلایا گیا ہے۔ یہ بالالتزام ایک درجہ دار دائرہ ا ب ج پر مشتمل ہوتا ہے جس کے محور کے گرد ایک توازی گر د ع اور ایک دوربین ف گ گردش کرسکتی ہے۔ توازی گر ایک نلی ہوتی ہے جس کے ایک سرے ع پر ایک غیر لونی محدب عدسہ ہوتا ہے اور جس کے دُوسرے سرے د پر اور اِس



شکل ۹۲ء

محدب عدسہ کے ٹھیک ماسکہ پر ایک جھری ہوتی ہے۔ روشنی کی جو شعاعیں جھری میں داخل ہوتی ہیں وہ عدسہ میں سے گزر کر ایک متوازی پنسل کی

شکل میں باہر آتی ہیں۔ پھر منشور کی وجہ سے منحرف ہو کر یہ دوربین کے دہانہ پر واقع ہوتی ہیں۔ چونکہ یہ دوربین فلکی دوربین ہوتی ہے اس لیے یہ شعاعیں مستدق ہو کر ایک حقیقی خیال پیدا کرتی ہیں جس کا مشاہدہ اس کے ریمسڈن والے چشمہ میں سے کیا جاتا ہے۔ منشور کو ایک میز پر بٹھایا جاتا ہے جس کو درجہ دار پیمانے کے محور کے گرد گھمایا جاسکتا ہے اور جس کی گردش کسر پیما کی مدد سے پڑھ لی جاسکتی ہے۔ درجہ دار پیمانہ پر دوربین کا محل بھی ایک اور کسر پیما کی مدد سے پڑھ لیا جاسکتا ہے۔ چونکہ حہ کی قیمت مستعملہ روشنی کے رنگ کے ساتھ ساتھ بدلتی جاتی ہے اس لیے عام طور پر بنسنی شعلہ میں سوڈیم کے کسی نمک کو گرم کر کے اِس سے پیدا ہونے والی زرد یک لونی نور سے مبداءِ نور کا کام لیا جاتا ہے۔ اِس کے لیے بہترین نمک سوڈیم بائی کاربونیٹ ہے، پلاٹینیم کے کسی باریک تار کے سرے پر بنے ہوئے ایک چھوٹے سے حلقہ میں اس نمک کا ایک دانہ لے کر اس کو شعلہ کے کنارے میں پکڑے رہنے سے دیر تک ایک گہرے زرد رنگ کی روشنی حاصل ہوتی ہے۔ (۱۰۰)

حہ کی پیمایش کے لیے پہلے منشور کو ہٹادیا جاتا ہے اور دوربین کو توازی گر کی سیدھ میں لے آتے ہیں۔ اِس سے جھری کا خیال دوربین کے میدان میں نظر آجاتا ہے اور پھر دوربین کو یہاں تک گھمایا جاتا ہے کہ یہ خیال صلیبی تاروں کے ساتھ منطبق ہو جائے۔ یہ خواندگی لے لی جاتی ہے۔ اِس کے بعد منشور کو اپنی میز پر رکھ کر دوربین کو اِس طرح گھمایا جاتا ہے کہ اِس میں منشور میں سے گزرنے والی روشنی کی وجہ سے بننے والا جھری کا خیال دکھائی دینے لگے۔ پھر منشور کو اِس طرح گھمایا جاتا ہے کہ یہ اقل انحراف کی وضع میں آجائے۔ اِس محل کی شناخت بآسانی ہو جاتی ہے کیونکہ اِس محل پر جھری کا خیال میدان میں واپس لوٹ کر مخالف سمت میں حرکت کرنے لگتا ہے۔ جب یہ محل حاصل ہو جائے تو درجہ دار دائرہ کی خواندگی مکرر لی جاتی ہے۔ اِن دونوں خواندگیوں کا فرق حہ کو تعبیر کرتا ہے۔

منشور کے زاویہ ا کی پیمایش کے لیے ہم دو طریقے اختیار کرسکتے

ہیں - پہلے طریقہ میں (شکل ۹۳) منشور کو اس طرح رکھا جاتا ہے کہ اس کا کنارہ ا میز کے مرکز کے قریب رہے تاکہ اس پر توازی گر سے آنے والی شعاعوں میں سے بعض رُخ ا ب پر اور بعض رُخ ا ج پر سمت ط ا میں واقع ہوں - یہ شعاعیں سمتوں ا ق اور ا س میں منعکس ہوتی ہیں - اگر منشور کو اپنی جگہ قایم رکھ کر دوربین کو ا ق اور ا س کی سمتوں میں لایا جائے تو جھری کے انعکاسی خیال دکھائی دینگے - پس د ق ا س کی پیمایش کر لی جاسکتی ہے - منشور کا زاویہ ا د ق ا س کا نصف ہوگا جیسا کہ ذیل میں بتایا گیا ہے - اِن دونوں رخوں کے عماد ا م اور ا ن کھینچو - چنانچہ:



شکل ۹۳

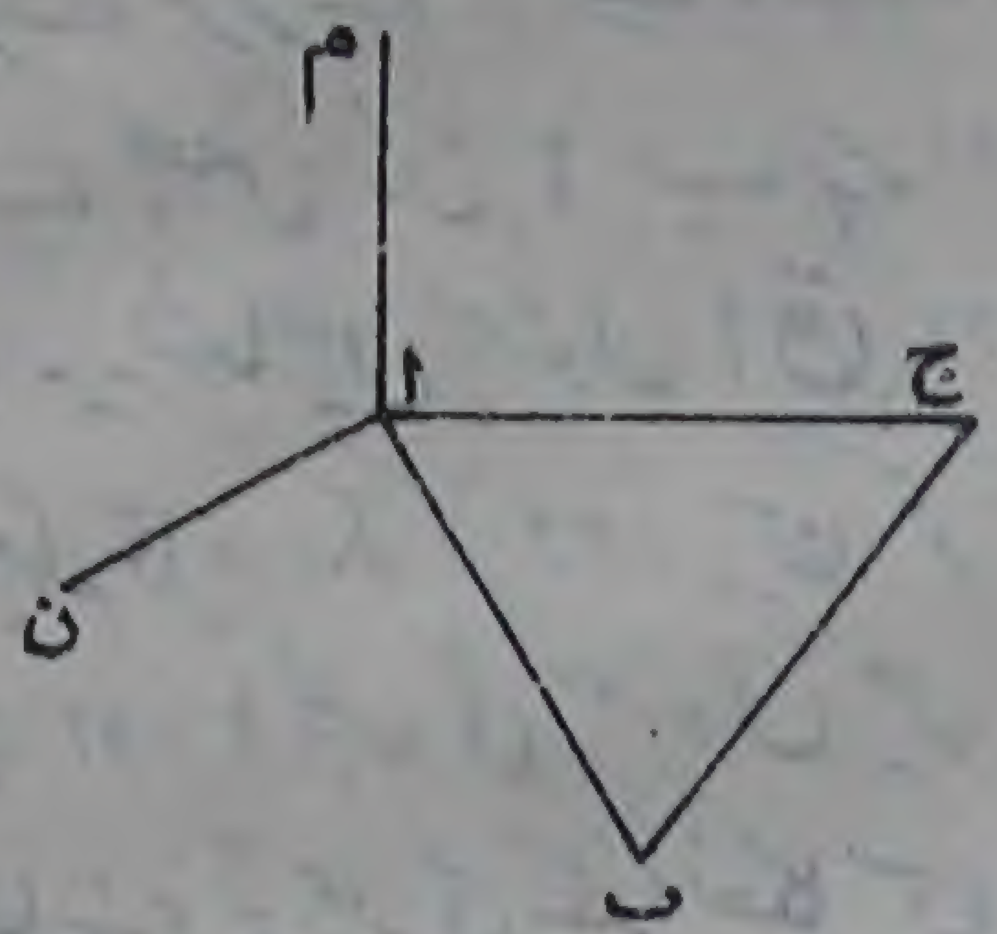
دق ا س = ۲π - دق اط - د س اط = ۲π - ۲ دط ام - ۲ دط ان

= ۲(π - دم ان) = ۲ ا

دوسرے طریقہ میں منشور کو پہلے اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ اِس کے ایک رُخ سے منعکس ہونے والی شعاعیں میدان نظر میں صلیبی تاروں پر منطبق ہوتا ہوا ایک خیال جھری کا پیدا کریں - پھر دوربین (۱۰۱) کو اپنی جگہ قایم رکھ کر منشور کی میز کو اِس طرح گھمایا جاتا ہے کہ جھری کا وہ خیال جو ایک دوسرے رُخ کے انعکاس کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے صلیبی تاروں پر منطبق ہو جائے - اس گردشی زاویہ اور دو قایموں میں جو فرق ہوتا ہے وہ مساوی ہوتا ہے - اُن رخوں کے درمیانی زاویہ کے جن سے کہ روشنی منعکس ہوئی ہے -

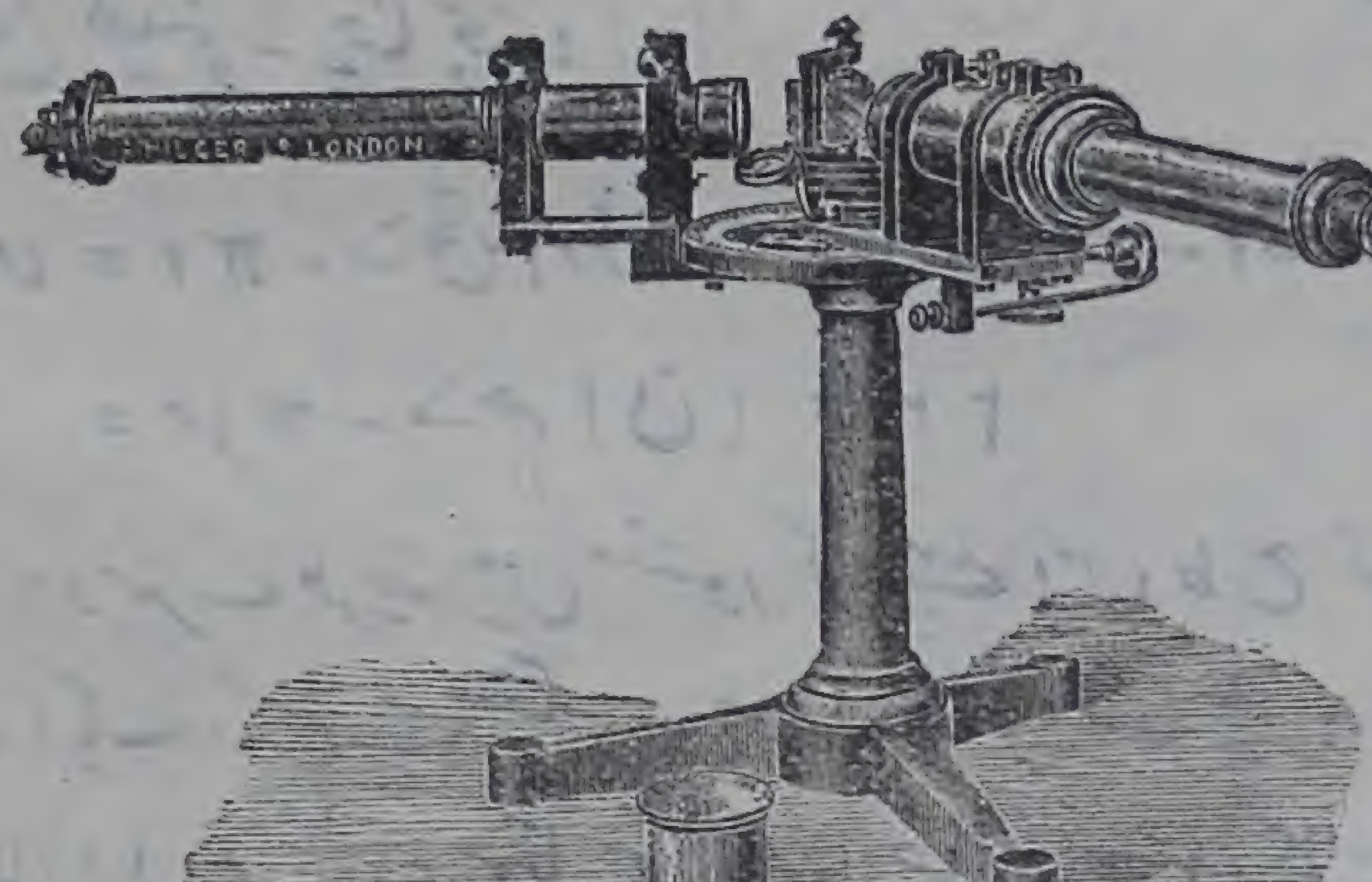
یہ اس لیے کہ دوسری وضع
میں ایک رُخ کے عماد کی سمت
وہی ہوتی ہے جو پہلی وضع میں
دوسرے رُخ کے عماد کی سمت
(شکل ۹۴) ۔ پس منشور کی
گردش کا زاویہ:

= ∠ م ا ن = π - ا ۔



شکل ۹۴

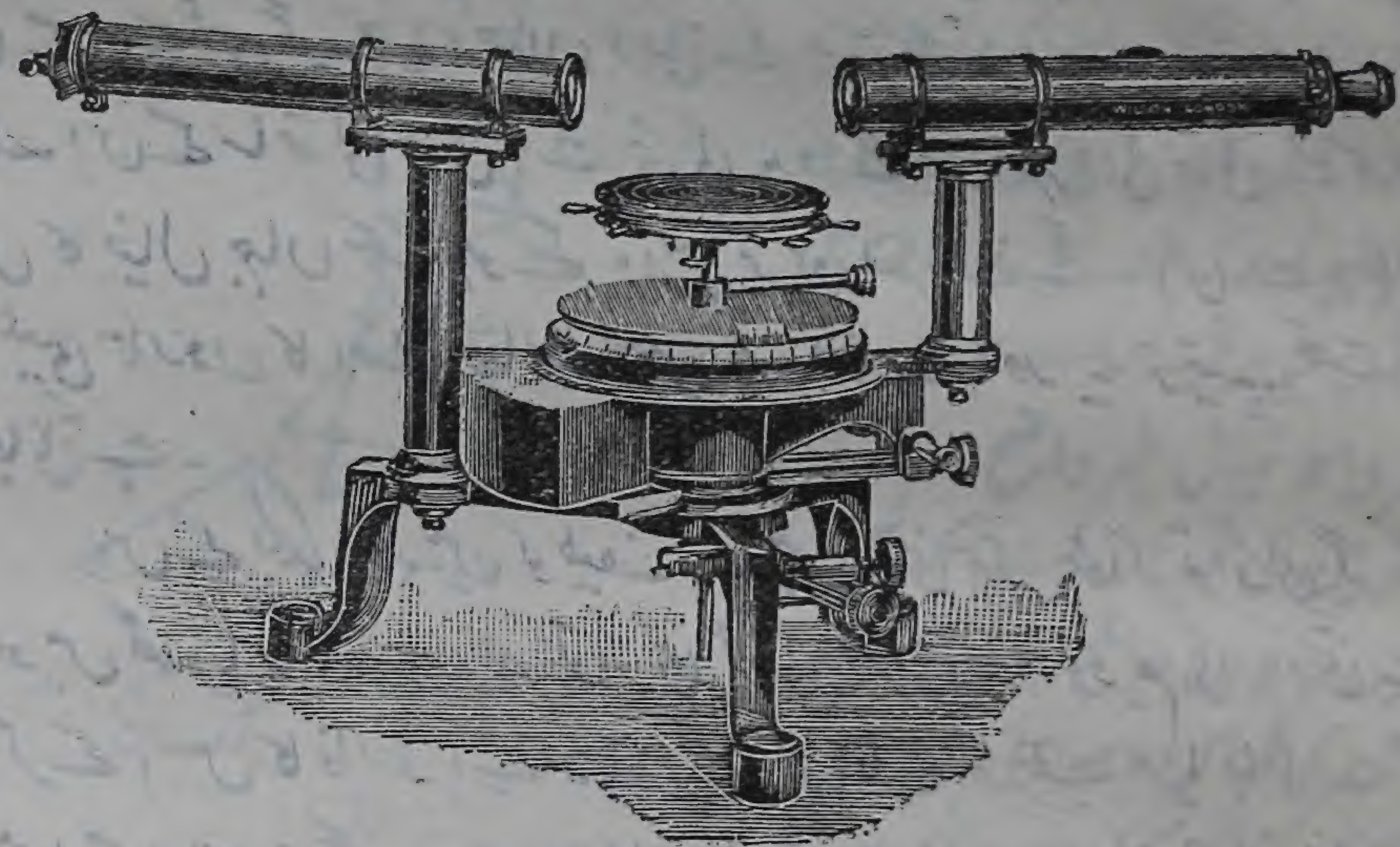
شکلوں ۹۵ اور ۹۶
میں دو ایسے طیف پیما دکھلائے
گئے ہیں جو بکثرت استعمال میں
ہیں۔ دوسرے طیف پیما میں جو نسبتاً زیادہ مکمل آلہ ہے دوربین کو
(۱۰۴) متوازن کیا جاتا ہے تاکہ گردش کے دوران میں اس میں بگاڑ پیدا



شکل ۹۵

نہ ہونے پائے۔ منشور کی میز اور دوربین دونوں کے ساتھ ان کو کس دینے
اور ان کی سست حرکت کا انتظام ہوتا ہے نیز اس میں منشور کی

میز کو اونچا نیچا بھی کیا جا سکتا ہے اور اس کے ساتھ تسطیحی پیچ° بھی لگے ہوتے ہیں۔



شکل ۹۶

طیفِ پیما کی ترتیب: طیف پیما سے کام کرتے وقت ضروری ہوتا ہے کہ:

(ا) دوربین کی تمسیک متوازی شعاعوں کے لیے کرلی جائے۔
(ب) توازی گر کی تمسیک متوازی شعاعوں کے لیے کرلی جائے۔
(ج) دوربین اور توازی گر کے مناظری محور آلہ کے گردشی محور پر عمود وار ہوں۔
(د) منشور کا انعطاف انگیز کنارہ آلہ کے گردشی محور کے متوازی ہو۔

ترتیب (ا) کے عمل میں لانے کا آسان ترین طریقہ یہ ہے کہ آلہ سے دوربین کو نکال کر اس میں سے کسی سفید سطح کو دیکھتے ہوئے چشمہ کو

° Levelling screw

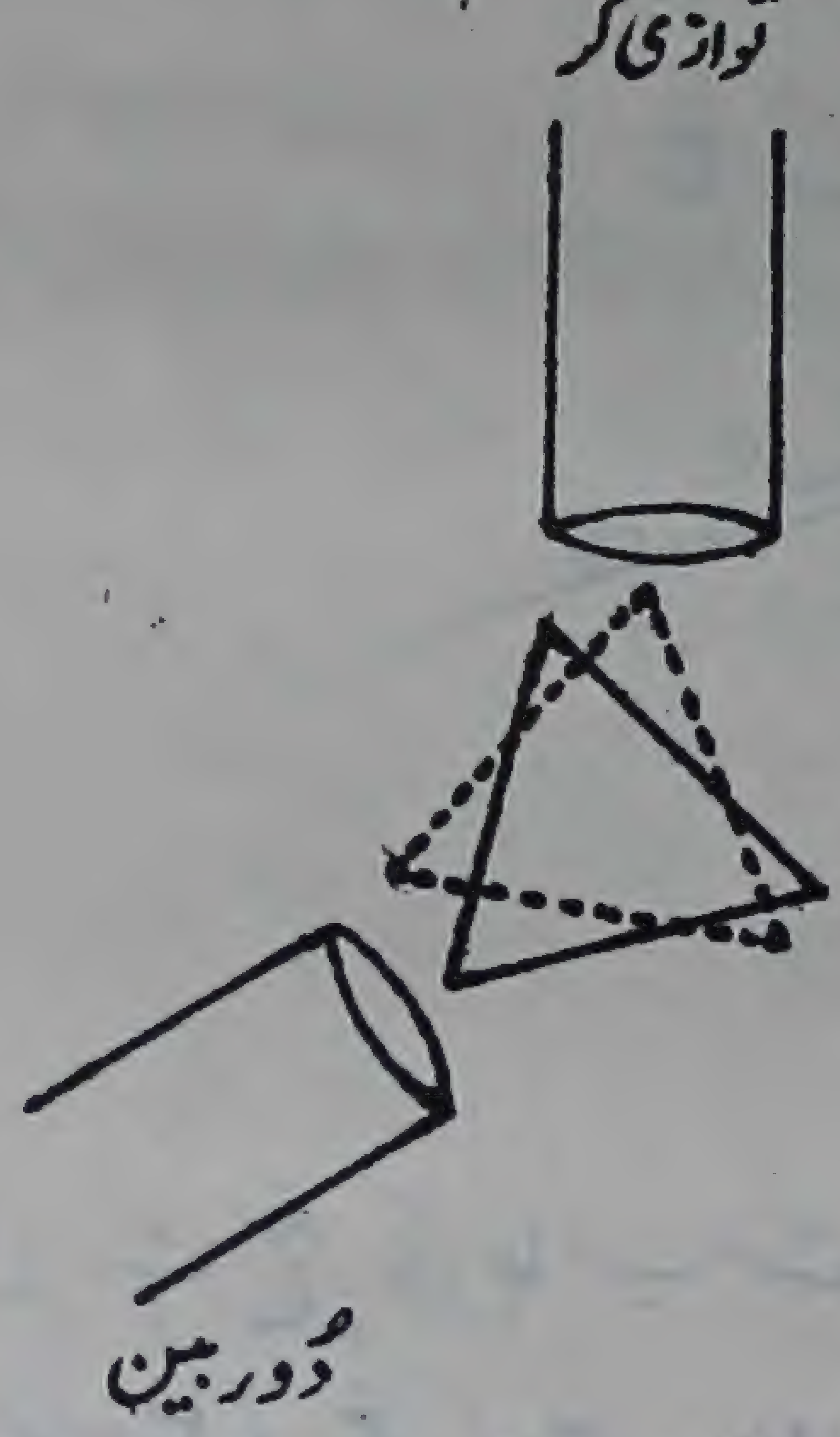
اندر باہر سرکا کر اس طرح ترتیب دیا جائے کہ اس جگہ صلیبی تار جہاں تک ہو سکے واضح ترین دکھائی دینے لگیں۔ اس سے چشمہ اور صلیبی تاروں کا اضافی فاصلہ معین ہو جاتا ہے۔ پھر اس دوربین کو کسی کھلی کھڑکی کے پاس لے جا کر اس میں سے کسی گرجے یا دھواں دانی کے مینار کی طرف دیکھتے ہوئے اس کی تمسیک اس کے ساتھ لگی ہوئی دت پٹی کی مدد سے اس طرح کی جاتی ہے کہ اس شخص کا خیال جہاں تک ہو سکے واضح ترین نظر آنے لگے۔ اس سے دہانہ اور صلیبی تاروں کا اضافی فاصلہ معین ہو جاتا ہے اور یہ ترتیب مکمل ہو جاتی ہے۔

اس کے بعد دوربین کو طیف پیما میں اپنی جگہ بٹھا کر توازی گر کی سیدھ میں گھما دیا جاتا ہے۔ پھر توازی گر کی جھری کو سوڈیم کی روشنی سے منور کر کے اس کا فاصلہ اپنے دہانہ سے اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ دوربین میں سے دیکھنے پر جھری کا خیال حتی الامکان واضح ترین نظر آنے لگے۔ اس سے توازی گر کی تمسیک متوازی شعاعوں کے لیے ہو جاتی ہے۔

اگر دوربین کو آلہ سے علیحدہ نہ کیا جا سکتا ہو، جیسا کہ شکل ۹۶ میں دکھلائے ہوئے طیف پیما کی صورت میں ہوتا ہے، تو چشمہ کی تمسیک صلیبی تاروں پر کر لینے کے بعد حسب ذیل طریقہ اختیار کیا جا سکتا ہے جو شوسٹلر کا طریقہ کہلاتا ہے۔ جھری کو سوڈیم کے نور سے منور کر کے (۱۰۰۳) منشور کو اس کی میز پر اس طرح رکھا جاتا ہے کہ جھری کے انعطافی خیال کا انحراف اقل انحراف سے بڑا ہو۔ چنانچہ ایک دیے ہوئے انحراف کے لیے منشور کے دو ممکنہ محل ہوتے ہیں؛ ایک وہ جو مسلسل خطوط سے تعبیر کیا گیا ہے اور جس میں جھری کا ایک چوڑا خیال حاصل ہوتا ہے، اور دوسرے وہ جو نقطہ دار خطوط سے تعبیر کیا گیا ہے اور جس میں جھری کا ایک

ء Schuler

باریک خیال حاصل ہوتا ہے۔ فرض کرو کہ منشور نقطہ دار خطوں سے تعبیر کی ہوئی وضع میں رکھا ہوا ہے یعنی توازی گر سے آنے والی شعاعیں اِس پر اقل انحراف کی وضع کے مقابلہ میں زیادہ مائل طور پر واقع ہوتی ہیں۔ نیز فرض کرو کہ دوربین اور توازی گر دونوں غیر مرتب حالت میں ہیں اور جھری کا خیال غیر واضح ہے۔ دوربین کی تمسیک یہاں تک کرو کہ جھری کا خیال واضح ہو جائے۔ پھر منشور کو گھما کر دوسری وضع میں لے آؤ۔ خیال مکرر غیر واضح ہو جائیگا۔

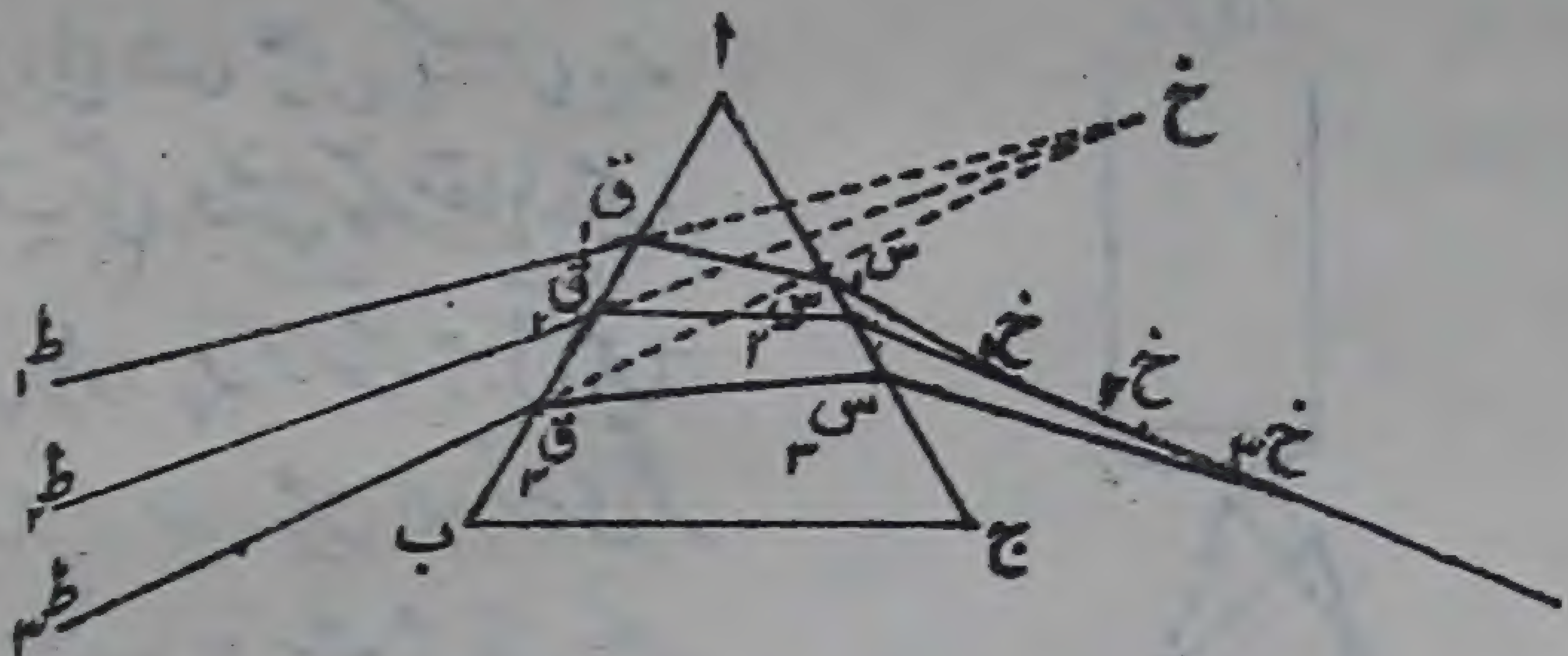


شکل ۹۷

اب توازی گر کی تمسیک کرلو تا آنکہ خیال مکرر واضح ہو جائے۔ اِس کے بعد منشور کو پھر اِس کی پہلی وضع میں گھماؤ اور اگر خیال پورے طور پر واضح نہ ہو تو دوربین کی تمسیک سے اِس کو واضح کرلو۔ اور علیٰ ہذا۔ جب خیال دونوں وضعوں میں واضح نظر آئے تو اِس کے معنے یہ ہیں کہ دوربین اور توازی گر کی تمسیک متوازی شعاعوں کے لیے ہو چکی ہے۔ عملاً عام طور پر تین سے زیادہ مرتبہ تمسیک کی ضرورت نہیں ہوتی۔ نیز اگر کوئی غلطی سرزد ہوئی ہو اور دوربین اور توازی گر کی تمسیک غلط ترتیب میں کی گئی ہو تو یہ بات خیال کی عدم وضاحت کے اضافہ سے فوراً ظاہر ہو جائیگی۔

اِس طریقہ کا اُصول شکل ۹۸ کے مطالعہ سے بآسانی سمجھ میں آجائیگا۔ ط، خ ط، شعاعوں کی ایک ایسی پنسل ہے جو منشور اب ج کے موجود نہ ہونے کی صورت میں ایک نقطہ خ کی جانب مستدق ہوتی۔ یہ منشور اِس طرح رکھا ہوا ہے کہ شعاع ط، ق میں اقل انحراف پیدا

ہوتا ہے - فرض کرو کہ شعاعوں کی ایک نہایت باریک پنسل جس کی صدر شعاع



شکل ۹۸

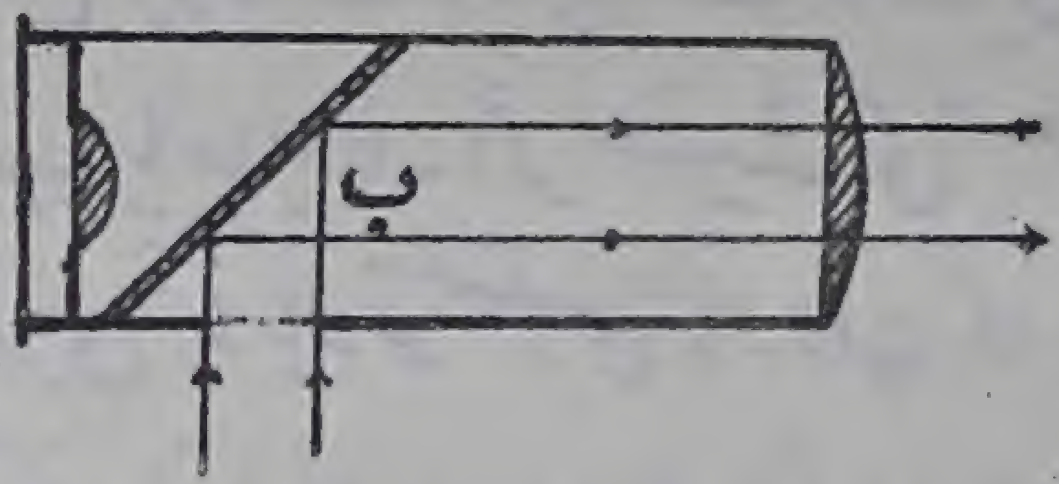
ط۲ ق۲ ہے خ۲ کی جانب مستدق ہوتی ہے - چنانچہ شعاع ط۱ ق۱ منعطف
ہونے کے بعد س۱ خ۱ کو س۲ اور خ۲ کے درمیان نقطہ خ۱ پر قطع کرنی چاہیے
اور شعاع ط۳ ق۳ انعطاف کے بعد س۳ خ۳ کو خ۲ سے بعید ایک نقطہ خ۳
پر قطع کرنی چاہیے - اس لیے اگر ہم ط۱ خ۱ ط۲ کو ایک علاحدہ پنسل خیال
کریں تو یہ انعطاف کے بعد زیادہ مستدق ہوگی اور اگر ہم ط۲ خ۳ ط۳ کو
ایک علاحدہ پنسل تصور کریں تو یہ انعطاف کے بعد کم مستدق ہوگی - (۱۰۴)
یعنی اگر کوئی پنسل اقل انحراف کی مماثل سمت کے مقابلہ میں کم مائل طور پر
واقع ہو تو یہ منشور کی وجہ سے منعطف ہونے کے بعد کم متوازی ہو جاتی
ہے اور اگر یہ اقل انحراف کی مماثل سمت کے مقابلہ میں زیادہ مائل طور پر
واقع ہو تو یہ منشور کی وجہ سے منعطف ہونے کے بعد زیادہ متوازی ہو جاتی
ہے - اسی طرح ایک دوسری شکل کھینچ کر یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ کسی نقطہ
سے متشع ہونے والی پنسل کی صورت میں بھی یہی بات صادق آتی ہے -

اب عملی صورت پر غور کرو - فرض کرو کہ جب روشنی کا وقوع
اقل انحراف کی مماثل سمت کے مقابلہ میں کم مائل تھا تو دوربین تمسیک
کی حالت میں تھی اور یہ کہ منشور کو دوسری وضع میں گھمایا جاتا ہے - اس
سے دوربین میں داخل ہونے والی شعاعیں زیادہ متوازی ہو جاتی ہیں

اور دوربین کی مکرر تمسیک سے اِس کی تمسیک کی حالت متوازی شعاعوں کے لیے اور بہتر ہو جاتی ہے۔ اب منشور کو اس کی پہلی وضع میں واپس گھما دو۔ اِس سے دوربین میں داخل ہونے والی پنسل صورت حال کے اعتبار سے یا تو بہت زیادہ مستدق ہو جائیگی یا بہت زیادہ متسع اور اگر ہم کی تصحیح توازی گر کی ترتیب سے کریں تو توازی گر کی تمسیک کی حالت متوازی شعاعوں کے لیے صریحاً بہتر ہو جائیگی۔

ترتیب (ج) کی ضرورت شاذ و نادر ہی پیش آتی ہے۔ سادہ قسم کے آلات میں اِن کے بنانے والے خود ہمیشہ کے لیے اس کی تکمیل کر لیتے ہیں۔ زیادہ نازک آلات کی صورت میں یہ ترتیب گاؤس کے چشمہ کی مدد سے عمل میں لائی جاتی ہے۔

گاؤس کا چشمہ شکل ۹۹ء میں دکھلایا گیا ہے۔ یہ محض ایک مثبت چشمہ ہوتا ہے جس کی نلی کے پہلو میں ایک سوراخ ہوتا ہے اور اِس کے عدسوں کے درمیان نلی کے محور سے ۴۵° کے زاویہ پر مائل شفاف شیشہ کی ایک تختی ب ہوتی ہے۔



شکل ۹۹ء (واٹسن کی "طبیعیات عملی" سے)

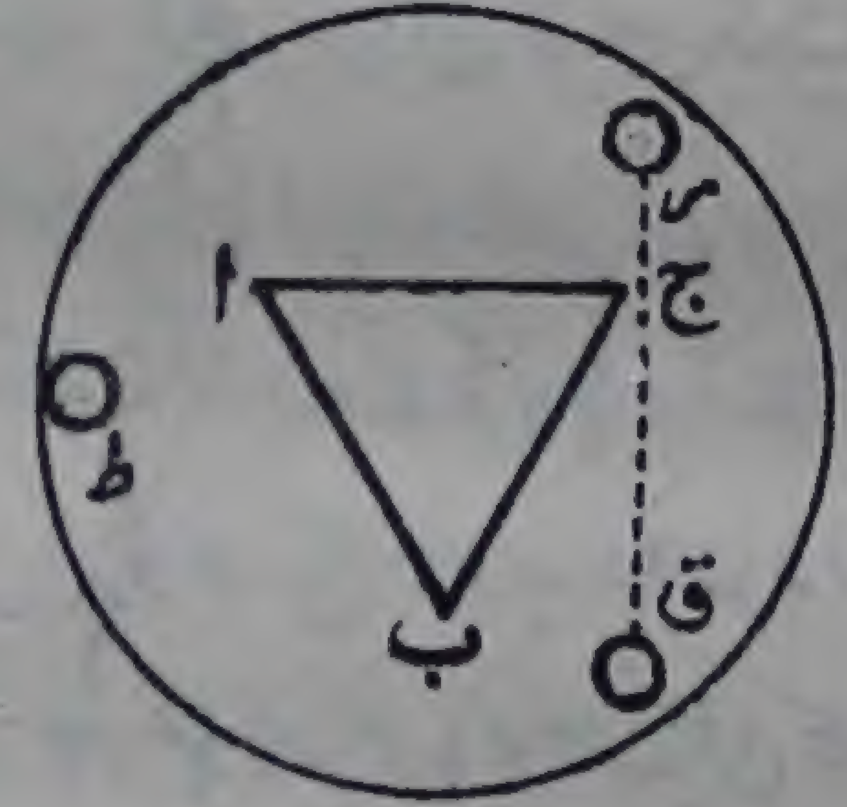
دوربین کے مناظری محور کو آلہ کے گردشی محور کے علی القوایم ترتیب دینے کے لیے منشور کی میز پر شفاف شیشہ کی ایک مستوی متوازی تختی آلہ کے گردشی محور کے اس قدر متوازی جس قدر کہ آنکھ سے دیکھا جا سکتا ہو، قایم کر دو۔ چشمہ کے سوراخ میں سے شکل ۹۹ء کے مطابق روشنی داخل کرو تاکہ شعاعیں شیشہ کی تختی سے منعکس ہو کر دوربین کی نلی اور اِس کے دہانہ میں سے گزر جائیں۔ منشور کی میز کو اِس طرح گھماؤ کہ اِس پر قایم کی ہوئی شیشہ کی تختی اِن شعاعوں کو دوربین اور اِس کے چشمہ میں سے ہوتے ہوئے مشاہد کی آنکھ کے اندر واپس منعکس کر دے۔ اِس سے مشاہد کو

صلیبی تاروں کا ایک خیال خود صلیبی تاروں پر نظر آجانا چاہیے۔ اگر اُس کو یہ خیال پہلے پہل نظر نہ آئے تو اُس کو غالباً اُس سہوہ کے دائری کنارہ کے ایک حصّہ کا خیال دکھائی دیگا۔ جس پر کہ صلیبی تار چسپاں رہتے ہیں۔ اِس خیال کو دت پٹی کی مدد سے واضح کرلیا جاسکتا ہے۔ یہ عمل متوازی شعاعوں کے لیے دوربین کی تسیک کا معادل ہے ـــ اور اِس سے صلیبی تاروں کا خیال نظر آجائیگا۔ اس کے بعد منشور کی میز کو، اس پر کی شیشہ کی تختی کو ہٹائے بغیر ۱۸۰° کے زاویہ میں گھما دو صلیبی تاروں کا ایک خیال مکرر نظر آئیگا لیکن یہ میدان کے ایک مختلف حصّہ میں واقع ہوگا۔ اِس کی وجہ شیشہ کی تختی کا گردشی محور کے ٹھیک متوازی نہ ہونا ہے اور یہ نقص منشوری میز کے تسطیحی پیچوں کی مدد سے رفع کرلیا جانا چاہیے۔ پھر جب دونوں اوقات خیال میدان میں ایک ہی مقام پر دکھائی دے تو دوربین کے محور کے میلان کو اس مقصد کے لیے مہیا کیے ہوئے انتظام کی مدد سے یہاں تک بدلنا چاہیے کہ یہ خیال خود صلیبی تاروں (۱۰۵) پر منطبق ہوجائے۔ اِس سے دوربین کا محور آلہ کے گردشی محور کے علی القوایم ترتیب پاجائیگا۔ اگر شیشہ کی مستعملہ تختی کے رُخ ایک دوسرے سے ٹھیک متوازی نہ ہوں تو صلیبی تاروں کے دو خیال پیدا ہونگے جن میں سے ایک ایک رُخ کی وجہ سے اور دوسرا دوسرے رُخ کی وجہ سے ہوگا۔ لیکن یہ خیال ایک دوسرے سے اتنے دور واقع نہیں ہوتے کہ تکلیف دہ ہوجائیں۔

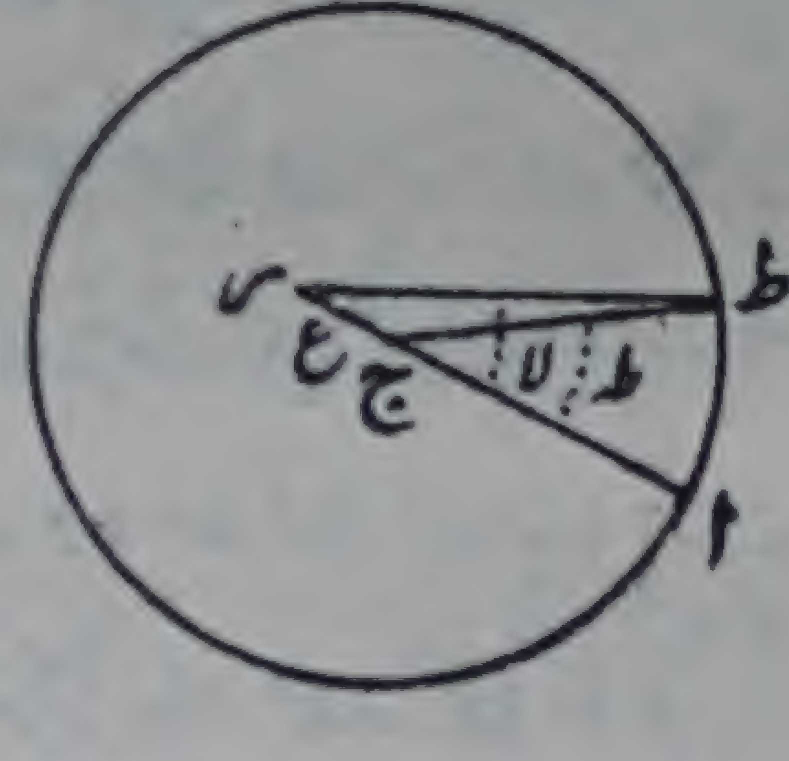
دوربین کے محور کو ترتیب دے لینے کے بعد توازی گر کے میلان کو یہاں تک بدلنا چاہیے کہ صلیبی تار جھری کے خیال کے ٹھیک وسط میں دکھائی دینے لگیں۔ اِس سے توازی گر کا محور آلہ کے گردشی محور کے علی القوایم ترتیب پاجائیگا۔

ترتیب (د) کے عمل میں لانے کے دو طریقے ہیں۔ فرض کرو کہ ہمیں کنارہ ا کو گردشی محور کے متوازی ترتیب دینا ہے۔ پہلے ہمیں منشور کو اِس طرح رکھنا چاہیے کہ کنارہ ا پر ملنے والے رخوں میں سے ایک بالفرض اج تسطیحی پیچوں میں سے کوئی دو کو بالفرض مر اور ق کو ملانے والے خط کے علی القوایم ہو

اِس کے بعد دو طریقے اختیار کیے جا سکتے ہیں۔ پہلے طریقے میں گاؤس کے چشمہ سے مدد لے کر دوربین کو رُخ ا ج کے علی القوایم ترتیب دیا جاتا ہے تینوں تسطیحی پیچوں کی ترتیب سے صلیبی تاروں اور اِن کے خیال کو منطبق کرلیا جاتا ہے، پھر دوربین کو رُخ ا ب کے علی القوایم ترتیب دے کر صلیبی تاروں اور اِن کے خیال کا انطباق صرف پیچ ط کی ترتیب سے حاصل کیا جاتا ہے۔



شکل ۱۰۰


شکل ۱۰۱

اِس سے دوسرے رُخ کی ترتیب میں خلل واقع نہ ہوگا۔ دوسرے طریقہ میں توازی گر کو کنارہ ا کی سیدھ میں لے آکر اِس کی جھری کو منوّر کیا جاتا ہے، پھر رخوں ا ج اور ا ب کے انعکاسوں کی وجہ سے جھری کے جو خیال حاصل ہوتے ہیں اِن کا معائینہ دوربین کی مدد سے کرتے ہوئے منشوری میز کے تسطیحی پیچوں کو اِس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ یہ دونوں خیال میدان میں اپنی مناسب بلندی پر دکھائی دیں یعنی صلیبی تار اِن کی تنصیف کریں۔ پہلے رُخ ا ج کی وجہ سے بننے والے خیال کو تینوں پیچوں کی مدد سے ترتیب دیا جاتا ہے اور پھر رُخ ا ب کی وجہ سے بننے والے خیال کو صرف پیچ ط کی مدد سے۔

اِن دونوں طریقوں میں یہ فرض کرلیا جاتا ہے کہ دوربین آلہ کے گردشی محور کے علی القوایم ہے اور دوسرے طریقہ میں یہ بھی مان لیا جاتا

ہے کہ توازی گر بھی آلہ کے گردشی محور کے علی القوایم ہے۔ اِن دونوں طریقوں میں دوسرا طریقہ نسبتاً زیادہ آسان ہے۔

صحیح طیف پیماؤں میں دوربین کی گردش پڑھنے کے لیے دو کسر پیما ہوتے ہیں جو ایک دوسرے سے ٹھیک ۱۸۰° کا زاویہ بناتے ہیں اسی طرح منشور کی میز کی گردش پڑھنے کے لیے بھی دو کسر پیما ہوتے ہیں۔ عام طور پر زاویوں کے درجے تو صرف کسی ایک کسر پیما کی مدد سے پڑھ لیے جاتے ہیں لیکن اِن کے دقیقے اور ثانیے دونوں کسر پیماؤں کی مدد سے پڑھ کر اِن کا اوسط لیا جاتا ہے۔ (۱۰۶)
اِس سے جو خطا درجہ دار دائرہ کے خروج المرکز کی وجہ سے یعنی درجہ دار دائرہ کے ہندسی مرکز میں سے گردشی محور کے نہ گزرنے کی وجہ سے پیدا ہوتی ہے وہ ساقط ہو جاتی ہے۔ چنانچہ فرض کرو کہ ج درجہ دار دائرہ کا ہندسی مرکز ہے اور س گردشی مرکز ہے اور ط بالفرض دوربین کا محل ہے۔ فرض کرو کہ س ج = ع ، س ج ممدودہ محیط سے ا پر ملتا ہے اور ج ط = ص بنا بریں طہ = ∠ ط ج ا دوربین کے ظاہری محل کو تعبیر کرتا ہے اور لا = ∠ ط س ج اِس کا اصلی محل ہے۔ پس مثلث س ج ط میں :

$$\frac{ع}{ص} = \frac{س ج}{ج ط} = \frac{جب\ س ط ج}{جب\ ج\ س ط} = \frac{جب\ (طہ - لا)}{جب\ لا}$$

یا چونکہ (طہ - لا) ایک چھوٹا زاویہ ہے اِس لیے :

$$\frac{ع}{ص}\ جب\ لا = طہ - لا$$

پس
$$لا = طہ - \frac{ع}{ص}\ جب\ لا$$

اگر س ط ۱۸۰° کے زاویہ میں گھوم جائے اور لا میں ۱۸۰° کا اضافہ ہو تو جب لا کی عددی قیمت تو وہی ہوگی لیکن اُس کی علامت مختلف ہوگی۔

پس زاویہ کی صحیح اور ظاہری قیمتوں کے فرق کی علامت بدل جاتی ہے اور اس لیے دو خواندگیوں کا اوسط لینے پر یہ فرق ساقط ہو جاتا ہے۔

اَیبےؔ کا خود توازی گر^ طیف پیما: اِس آلہ کی خاص خصوصیت یہ ہے کہ اِس کی دوربین، دوربین اور توازی گر دونوں کے فرائض انجام دیتی ہے۔ جس مستوی پر چشمہ کی تمسیک عمل میں آتی ہے اُس میں ایک جھری ہوتی ہے جس کی چوڑائی باہر سے گھٹائی بڑھائی جاسکتی ہے۔ جھری سے قریب اِس جھری اور چشمہ کے درمیان کُلّی طور پر منعکس کرنے والا ایک منشور ہوتا ہے جس کی مدد سے جھری کو بازو کے ایک سُوراخ میں سے آنے والی روشنی سے منوّر کیا جاتا ہے۔

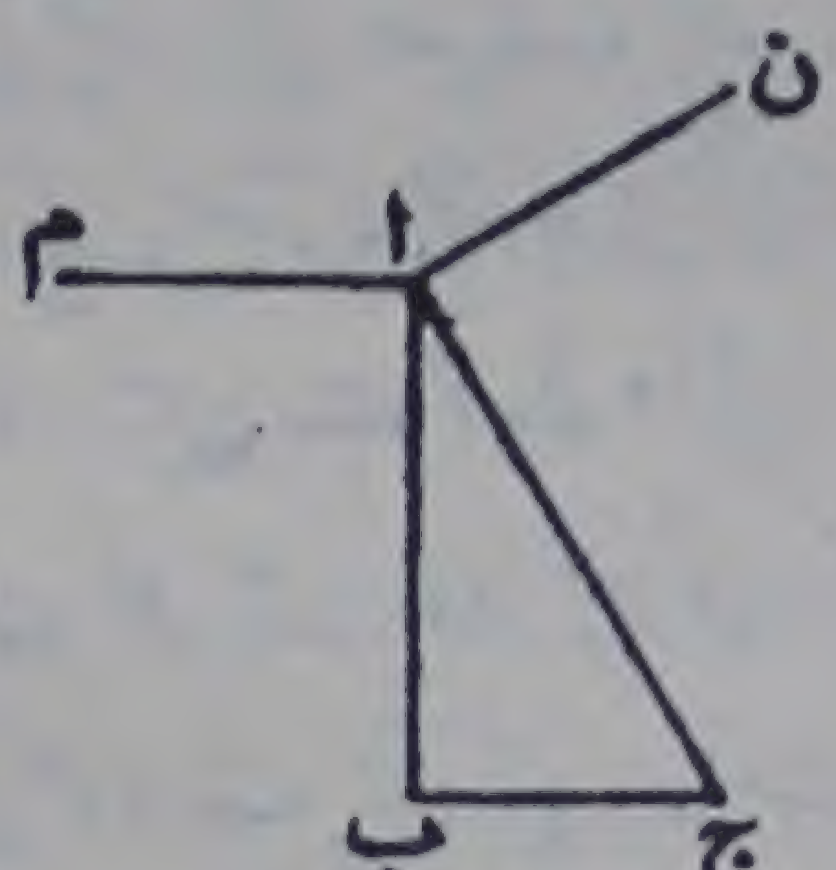
اِس آلہ کو ترتیب دینے کے لیے اولاً چشمہ کی تمسیک جھری پر کرلی جاتی ہے پھر منشور کی میز پر شیشہ کی ایک مستوی متوازی تختی قایم کر کے اِس کو اِس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ یہ دوربین سے آنے والی شعاعوں کو اِس میں واپس منعکس کردے۔ اِس طرح میدان نظر میں خود جھری کے اوپر اِس کا ایک خیال حاصل ہوگا اور اِس خیال کو دت پٹّی کی حرکت سے حتی الامکان واضح کرلینے پر دوربین کی تمسیک متوازی شعاعوں کے لیے ہوجائیگی۔ اِس کو آلہ کے گردشی محور کے علی القوایم ترتیب دینے کے لیے منشور کی میز پر کی شیشہ کی تختی کو ۱۸۰° کے زاویہ میں گھماکر دوربین کے میلان کو اور منشوری میز کے تسطیحی پیچوں کو ٹھیک اُسی طرح ترتیب دیا جاتا ہے جس طرح کہ جھری کے خیالوں کو دونوں مرتبہ میدان نظر میں ایک ہی خاص محل پر لے آنے کے لیے سابقہ دفعہ کی ترتیب (ج) کی کے ضمن میں ترتیب دیا گیا تھا۔ زیر امتحان منشور کے انعطاف انگیز کنارہ کی ترتیب، سابقہ دفعہ کے ضمن (د) میں بیان کیے ہوئے دو طریقوں میں سے پہلے طریقہ سے عمل میں

^ Auto-collimating

لائی جاتی ہے۔

زاویہ ا کی پیمایش کے لیے (شکل ۱۰۲) اولاً روشنی کو رُخ اب پر واقع کرکے جھری کا خیال حاصل کیا جاتا ہے۔ پھر منشور کی میز کو اِس طرح گھمادیا جاتا ہے کہ روشنی رُخ اج پر عموداً واقع ہونے لگے۔ چنانچہ میز کی گردشی کا زاویہ صریحاً ∠ م ا ن کے مساوی ہوگا اور اِس کو π میں تفریق کرنے پر ا کی قیمت حاصل کی جاسکیگی۔

(۱۰۷) شیشہ کا انعطاف نما معلوم کرنے کے لیے جھری کو سوڈیم کی روشنی سے منوّر کرکے شعاعوں کو رُخ اج پر ف ظ کی سمت میں واقع کرایا جاتا ہے تاکہ یہ انعطاف کے بعد رُخ اب پر عموداً واقع ہوں۔



شکل ۱۰۲



شکل ۱۰۳

چنانچہ انعکاس کے بعد یہ شعاعیں اپنے ہی راستہ پر واپس لوٹ آتی ہیں اور جھری کا خیال میدان کے صحیح مقام پر پیدا کرتی ہیں پھر منشور کی میز کو اِس طرح گھمایا جاتا ہے کہ جھری کا ایک خیال رُخ اج پر کے راست انعکاس کی وجہ سے حاصل ہو۔ میز کی اس گردش کا زاویہ صریحاً ∠ ف ظ ع کے مساوی ہوگا۔ چونکہ ∠ د ظ ن = ∠ ا جس کی پیمایش کا طریقہ پہلے بیان ہوچکا ہے اور مہ = $\frac{\text{جب ف ظ ع}}{\text{جب د ظ ن}}$ اِس لیے انعطاف نما

کی تعیین ہو جاتی ہے

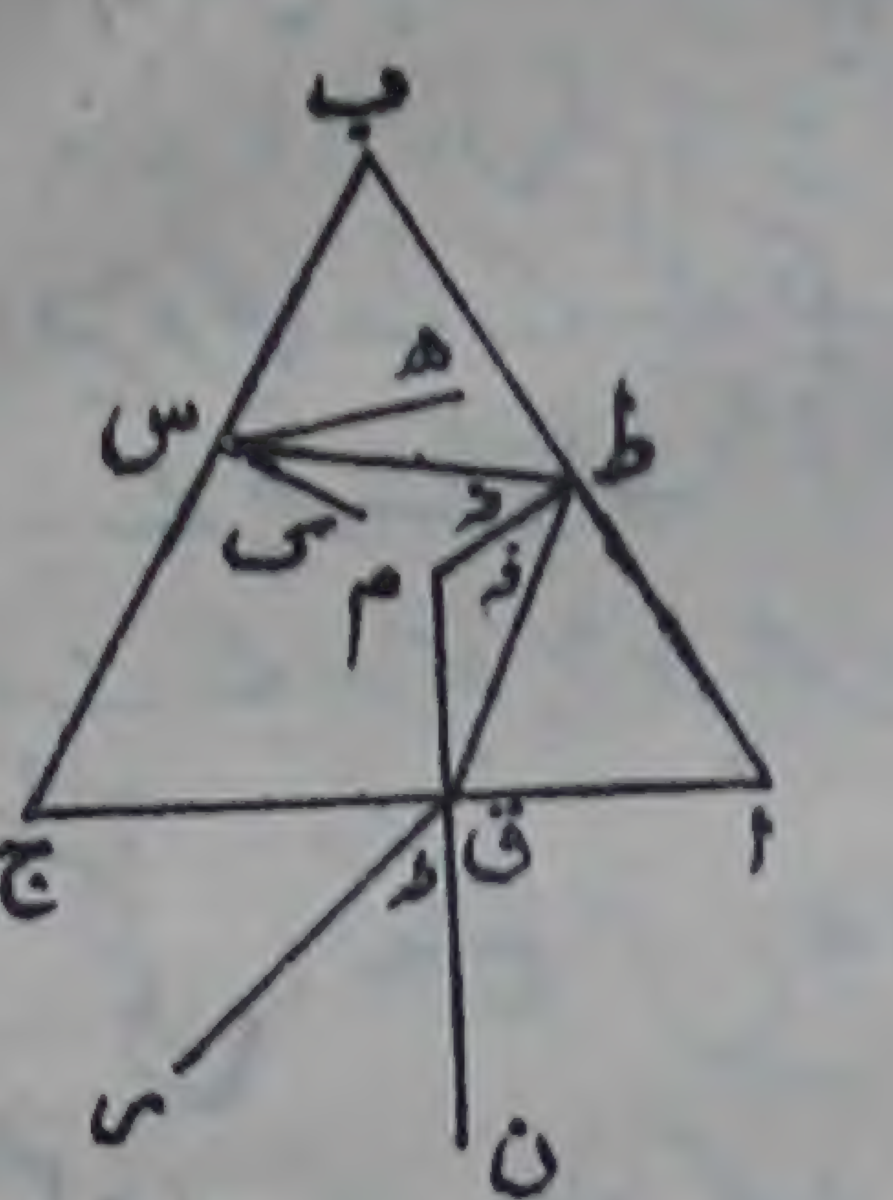
ایبتے کے طیف پیما کی خاص خوبی یہ ہے کہ اِس میں متحرک حصّوں کی تعداد اقل ہو جاتی ہے اور بنا بریں آلہ کے فساد کی وجہ سے خواندگیوں کی صحت کے متاثر ہونے کا احتمال کم ہو جاتا ہے۔ نیز ایبتے کے وضع کردہ اصلی آلہ میں منشور کی میز کو گھمانے کے لیے ایک خردہ پیما پیچ بھی لگا ہوتا تھا جس کی مدد سے زاویہ کے چھوٹے چھوٹے فرق مثلاً طیف کے مختلف حصّوں میں انتشار بڑی صحت کے ساتھ پڑھ لیے جا سکتے تھے۔

کُلّی انعکاس والے طریقوں سے انعطاف نما کی تعیین

کی تعیین: اُوپر بیان کیے ہوئے طریقوں سے ٹھوسوں اور مایعات کے انعطاف نما کی تعیین کے لیے یہ ضروری ہے کہ یہ ٹھوس منشوروں کی شکل میں تراشے ہوئے ہوں اور یہ مایعات شیشہ کے مستوی متوازی پہلوؤں والے کھوکھلے منشوروں میں رکھے ہوئے ہوں۔ نیز یہ بھی ضروری ہے کہ یہ ٹھوس اور مایعات شفاف ہوں۔ لیکن انعطاف کلّی کے فاصل زاویہ سے انعطاف نما کی تعیین میں مایع کا محض ایک قطرہ بھی کافی ہو جاتا ہے۔ ٹھوس کا محض ایک رُخ صیقل شدہ ہونا ضروری ہوتا ہے اور یہ مایع یا ٹھوس ناقص طور پر شفاف ہو سکتا ہے۔ اِس لیے اِس طریقہ سے دودھ یا مکھن جیسی اشیاء کا انعطاف نما بھی معلوم کیا جا سکتا ہے۔

فرض کرو کہ ا ب ج شیشہ کا ایک منشور ہے جس کا مساوی الزاویہ ہونا ضروری نہیں۔ فرض کرو کہ اِس کا رُخ ب ج گھسا ہوا ہے اور اِس کے دوسرے رُخ صیقل شدہ ہیں۔ فرض کرو کہ سوڈیم کے کسی شعلہ کے خیال کی تمسیک کسی عدسہ کی مدد سے اِس منشور کے گھسے ہوئے رُخ پر کی جاتی ہے اور س اِس خیال کا کوئی نقطہ ہے۔ چنانچہ س سے سوڈیم نور کی شعاعیں تمام سمتوں میں منتشر ہونگی۔ فرض کرو کہ اِس منشور کا انعطاف نما ہوا کے لحاظ سے م ہے اور رُخ ا ب پر ایک ایسے

مایع کی تہ ہے جس کا انعطاف نما ہوا کے لحاظ سے مہ ہے۔ چنانچہ اگر نقطہ
س سے منتشر ہونے والی کوئی شعاع س ط، رُخ ا ب پر ایک ایسا (۱۰۸)
زاویہ وقوع فہ بناتی ہوئی واقع ہو کہ



شکل ۱۰۸

جب فہ = مہ۱/مہ ہو تو زاویۂ انعطاف کا
جیب اکائی ہوگا اور منعطف شعاع
منشور کے رُخ کو مس کرتی ہوئی
سمت ط ا میں باہر آئیگی۔ اگر
زاویہ وقوع اس سے بڑا ہو جیسا کہ
شعاع س ک کی صورت میں ہوتا
ہے تو منعطف شعاع موجود نہ ہوگی
بلکہ یہ شعاع کُلّی طور پر منعکس ہو جائیگی
اور اِس منعکس شدہ شعاع کی حدّت
واقع شعاع کی حدّت کے مساوی ہوگی۔ اگر زاویہ وقوع فہ سے چھوٹا ہو
جیسا کہ شعاع س ھ کی صورت میں دکھلایا گیا ہے تو ایک منعطف شعاع
بھی موجود ہوگی اور بنا بریں اِس منعکس شعاع کی حدّت واقع شعاع کی
حدّت سے کم ہوگی۔ رُخ ب ج کے دیگر منوّر نقطوں سے منتشر ہونے والی
شعاعوں کی صورت میں بھی یہی ہوگا۔ اِس لیے اگر متوازی شعاعوں کے
لیے ترتیب دی ہوئی کوئی دوربین منشور میں سے باہر آنے والی شعاعوں کو
حاصل کرنے کی غرض سے ہ ق کی سیدھ میں لائی جائے تو اُس کا
میدان نظر سمت ق ہ کے متناظر خط سے دو حصّوں میں منقسم پایا جائیگا۔
اِس خط کی ایک جانب کا حصّہ کُلّی طور پر منعکس شدہ روشنی سے منوّر ہوگا
اور بنا بریں یہ دوسرے حصّے سے زیادہ روشن نظر آئیگا۔ کُلّی انعکاس
کے طریقہ میں صلیبی تاروں کو اُس سرحدی خط پر ترتیب دیا جاتا ہے جہاں
میدان کی حدّت بدل جاتی ہے۔

فرض کرو کہ رُخ ج ب منوّر ہونے کی بجائے ایک کالے کاغذ سے ڈھکا ہوا ہے تاکہ اس میں روشنی داخل نہ ہو سکے اور یہ کہ سوڈیم کے ایک شعلہ سے آنے والی شعاعیں رُخ ب ا پر تماسی وقوع ب ا کی سمت میں اور تماسی وقوع کے قریبی زاویوں پر واقع ہوتی ہیں۔ جو شعاع سطح کو مس کرتی ہوئی واقع ہوگی وہ ط ق کی سمت میں منعطف ہونے کے بعد منشور میں سے گزر جائیگی۔ دیگر شعاعیں عماد ط م کے ساتھ انعطاف کے نسبتاً چھوٹے زاویے بنائیںگی۔ اس لیے اگر دوربین کو پہلی ہی وضع میں ترتیب دیا جائے تو اُسی سرحدی خط کی ایک جانب کا میدان تو روشن ہوگا اور اس کی دوسری جانب کا میدان بالکل تاریک۔ چنانچہ اس صورت میں صلیبی تاروں کو سرحدی خط پر ترتیب دینا، اوپر بیان کی ہوئی فرقِ حدّت والی صورت کے مقابلہ میں زیادہ آسان ہوتا ہے۔

شکل ۱۰۹ میں ∠ ا + ∠ ق م ط = π

نیز ∠ ق م ط + ∠ م ق ط + فہ = π

اِس لیے ∠ ا = ∠ م ق ط + فہ یا فہ = ا − ∠ م ق ط۔ پس:

مہ$_1$ = مہ جب فہ

= مہ جب (ا − ∠ م ق ط)

= مہ جب ا جم م ق ط − مہ جم ا جب م ق ط

لیکن نقطہ ق پر کلّیہ انعطاف کے اطلاق سے:

جب طہ = مہ جب م ق ط

پس اندراج سے:

مہ$_1$ = جب ا √(مہ^2 − جب^2 طہ) − جم ا جب طہ ...... (۴۰)

اگر رُخ ا ب پر کوئی مایع موجود نہ ہو تو فاصل زاویہ وقوع رشتہ جب فہ = $\frac{1}{\text{مہ}}$ سے حاصل ہوگا۔ چنانچہ یہ صورت جملہ بالا سے مہ$_1$ = ا درج کر کے حاصل کی جا سکتی ہے پس مساوات (۴۰) کے مماثل ہمیں حاصل ہوگا: (۱۰۹)

$$\text{ا} + \text{جم ا جب طہ} = \text{جب ا}\sqrt{\text{مہ}^2 - \text{جب}^2\,\text{طہ}}$$

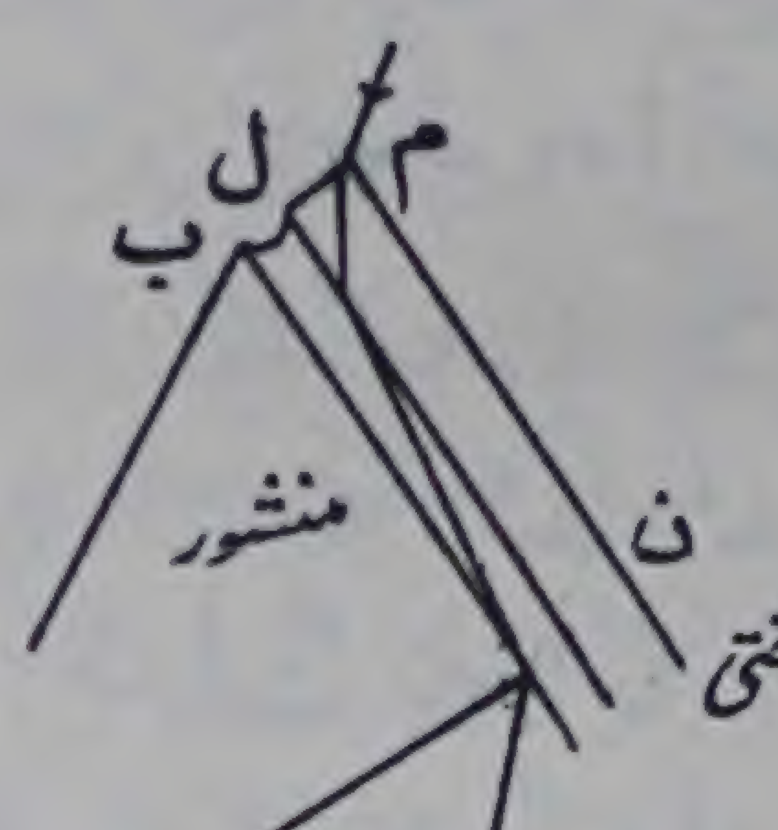
جس سے

$$\text{مہ}^2 = 1 + \left(\frac{\text{جب طہ} + \text{جم ا}}{\text{جب ا}}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (41)$$

اِس اُصول کو عملی جامہ پہنا کر کئی قسم کے آلات بنائے گئے ہیں جن کی تمسیک فاصل زاویہ پر کر لینے پر اِن کے پیمانے کی خواندگی سے انعطاف نما کی قیمت راست حاصل ہو جاتی ہے۔ ایبّے کا انعطاف پیما اِسی قسم کا ایک آلہ ہے اِس قسم کے آلات کی تعئیر عام طور پر معلوم انعطاف نما والے مائعات کی مدد سے کر لی جاتی ہے۔ اِن سے مساوات (۴۰) کے ا اور مہ کی تعیین علٰحدہ علٰحدہ نہیں ہو سکتی۔ یہ بلاشبہ بہت ہی زود عمل ہوتے ہیں۔ لیکن اِس طریقہ سے انعطاف نما کی تعیین ایک معمولی طیف پیما کی مدد سے بھی کی جا سکتی ہے۔ اِس کی بھی تعئیر اُسی طرح کر لی جا سکتی ہے جس طرح کہ کسی خاص آلہ کی اور اِس سے بھی اتنے ہی صحیح نتائج حاصل ہوتے ہیں۔ نیز اِس میں ایک مزید خوبی یہ بھی ہوتی ہے کہ اِس کی مدد سے ا اور مہ کی تعیین علٰحدہ علٰحدہ ہو سکتی ہے اور پھر مہ کی قیمت مساوات (۴۰) کی مدد سے یعنی ابتدائی اُصولوں سے راست محسوب کر لی جا سکتی ہے۔

اگر ایک معمولی طیف پیما سے کام لینا مقصود ہو تو اِس کے منشور کا انعطاف نما جہاں تک ہو سکے بڑا ہونا چاہیے کیونکہ اِس کا انعطاف نما پیمایش طلب انعطاف نماؤں سے بڑا ہونا پڑتا ہے۔ زاید کثیف فلنٹ شیشہ کا ایک مساوی الاضلاع منشور، جو طیف حاصل کرنے کے لیے عام طور پر استعمال کیا جاتا ہے، جس کا ایک رُخ گھسا ہوا اور جس کے مادہ کا انعطاف نما سوڈیم نور کے لیے تقریباً ۱٫۷۸۶ ہوتا ہے بخوبی کام دے سکتا ہے۔ ہمیں سب سے پہلے مہ اور منشور کے دونوں صیقل شدہ رخوں کے درمیانی زاویہ ا کی تعیین کر لینی چاہیے۔ یہ بات صفحہ ۱۸۸ پر بیان کیے ہوئے طریقوں سے

عمل میں لائی جاسکتی ہے۔ پھر منشور کی میز کو اپنے محور پر کس دیگر منشور کو اس پر اپنی مناسب جگہ رکھ دو۔ اگر کسی مایع کے انعطاف نما کی پیمایش مقصود ہو تو اس کے ایک دو قطرے رُخ ا ب (شکل ۱۰۴) پر ڈال کر شیشہ کی ایک تپلی سی تختی اس رُخ پر دبا دو۔ یہ تختی شعری جذب کی وجہ سے اپنی جگہ قایم رہیگی اور ساتھ ہی اس کے قطرے تختی اور منشور کے رُخ کے درمیان ایک تپلی سی پرت کی شکل میں پھیل جائینگے۔ پھر دوربین کی مدد سے سرحدی سمت ق ر کی تلاش کی جاتی ہے۔ توازی گر سے بالکل کوئی کام نہیں لیا جاتا۔ اگر روشنی کو اندرونی طور پر واقع کرانا مقصود ہو تو منشور کے گھسے ہوئے رُخ پر سوڈیم کے شعلہ کا ایک خیال کسی محدب عدسہ کی مدد سے ڈالا جانا چاہیے۔ اور یہ شعاعیں ایسی سمت میں واقع ہونی چاہییں کہ انعطاف کے بعد ان کی سمت تقریباً س ط ہو جائے۔ اگر روشنی کو بیرونی طور پر واقع کرانا مقصود ہو تو روشنی کی شعاعوں کو تختی کے سرے ل م کی سمت میں داخل کرنا چاہیے جیساکہ شکل ۱۰۵ میں دکھلایا گیا ہے۔ معمولی حساب سے معلوم ہوگا کہ یہ شعاعیں تختی م ن کے پیچھے تو داخل نہیں ہوسکتیں لیکن یہ مایع کی پرت میں سے مطلوبہ سمت میں گزر سکتی ہیں۔ اگر تختی کا سرا ل م صیقل شدہ ہو تو اس کو مستوی اور منشور کے انعطاف انگیز کنارہ ا کے متوازی ہونا چاہیے۔ اگر روشنی کو بیرونی طور پر واقع کرانا مقصود ہو تو تختی کی بجائے ایک دوسرے منشور کا استعمال جو حتی الامکان

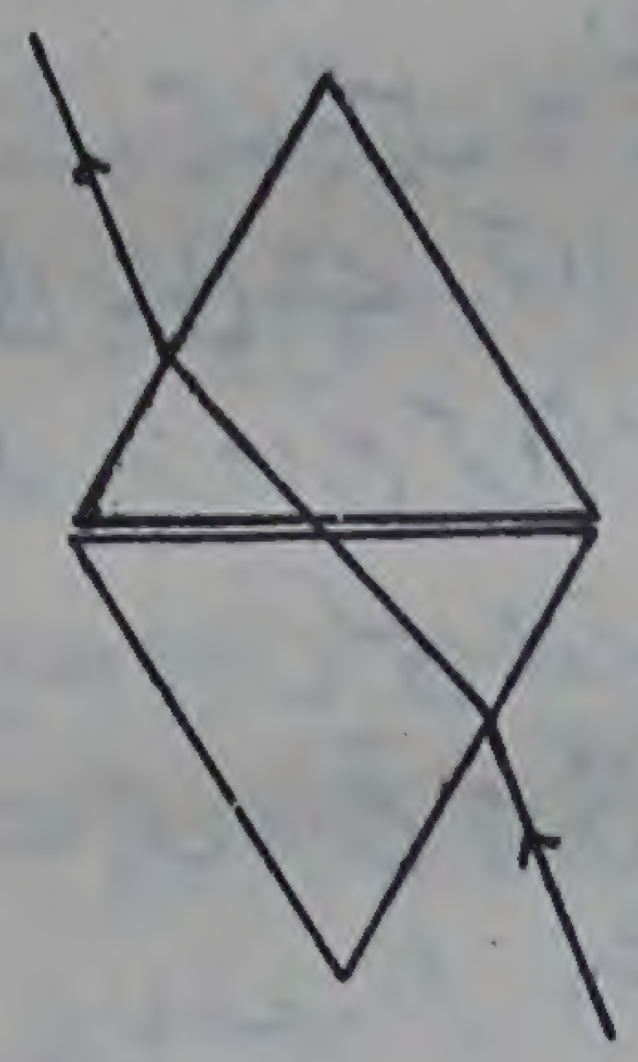


شکل ۱۰۵

پہلے منشور کے مشابہ ہو، بہت (۱۱۰)
بہتر ہوگا۔ اس صورت میں واقع شعاعوں کی سمت فاصل شعاع کے اخراج کی سمت کے ہمیشہ تقریباً متوازی رہیگی، اور بنا بریں آخرالذکر سمت کے

معلوم کرنے کے لیے ہمیں مبداء نور اور دوربین کو علیحدہ علیحدہ حرکت دینے کی بجائے صرف منشور کی میز کو گھمانا پڑیگا۔

سمت ق س کے حاصل ہو جانے کے بعد ط معلوم کرنے کے لیے عماد ق ن کی سمت حاصل کرنی پڑتی ہے۔ اگر مشاہدات گاؤس کا چشمہ لگی ہوئی دوربین کی مدد سے لیے جا رہے ہوں تو اِس سمت کی تعیین صلیبی تاروں کے انعکاسی خیال کے حصول سے ہو جاتی ہے اور اگر مشاہدات ایک خود توازی گر طیف پیما کی مدد سے لیے جا رہے ہوں تو اِس سمت کی تعیین جھری کے انعکاسی خیال کے حصول سے ہو جاتی ہے۔ اگر آلہ اِس طریقہ کی اجازت نہ دے تو تجربہ شروع کرنے سے پہلے درجہ دار دائرہ پر توازی گر کا محل پڑھ لینا چاہیے۔ اِس کے لیے جھری کو منوّر کرکے اِس کے راست خیال کو دوربین کے صلیبی تاروں کے ساتھ منطبق کرو اور پھر دوربین کی اِس خواندگی میں سے ۱۸۰° تفریق کردو۔ اِس کے بعد توازی گر کو تجربہ کے سارے دوران میں اِسی حالت پر قایم رکھنا چاہیے۔ پھر جب ق س کی تعیین ہو جائے تو توازی گر کی جھری کو مکرر منوّر کرکے اس سے آنے والی شعاعوں کو رُخ اج پر واقع کرانا چاہیے۔ اگر اس وضع میں جھری کے انعکاسی خیال کا محل دوربین کی مدد سے پڑھ لیا جائے تو اِس خواندگی اور توازی گر کے محل کی خواندگی کا اوسط عماد کی سمت کو تعبیر کریگا کیونکہ زاویہ وقوع زاویہ انعکاس کے مساوی ہوتا ہے۔



شکل ۱۰۶

ممکن ہے کہ منشور کو اپنی مخصوص جگہ رکھنے میں پہلے پہل کچھ دشواری ہو لیکن کسی ایک مایع کے لیے انعطاف نما کے معلوم ہو جانے کے بعد دوسرے مایعات کے لیے یہ ترتیب بہت جلد عمل میں لائی جا سکتی ہے۔

اگر اس طریقہ سے کسی ٹھوس کے انعطاف نما کی تعیین مقصود ہو تو اِس کے ایک صیقل شدہ رُخ کو ا ب کے ساتھ (شکل ۱۰۶ء۲) کسی ایسے مایع کے ایک قطرے کی مدد سے جس کا انعطاف نما اِس ٹھوس کے انعطاف نما سے بڑا ہو، چسپاں کر دیا جاتا ہے۔ اِس مایع کا مصرف صرف یہ ہے کہ یہ دونوں تماسی سطحوں سے ٹھیک مستوی نہ ہونے کی وجہ سے پیدا ہونے والے درزوں کو پُر کر دے۔ اِس کے لیے عام طور پر موتو بروم نیفتھلینۂ استعمال کیا جاتا ہے جس کا انعطاف نما سوڈیم نور کے لیے ۱ء۶۶۰ ہے۔

ترسیمی طریقہ سے کسی منشور کے انعطاف نما کی تعیین

تعیین: کسی منشور کے انعطاف نما کی تعیین کا ایک طریقہ ایسا ہے جس سے طیف پیما کے استعمال کے بغیر ہی بہت صحیح نتایج حاصل کیے جا سکتے ہیں۔ چنانچہ اِس میں صرف ایک ہی مشاہدہ سے اعشاریہ کے دوسرے مقام تک اور کئی مشاہدات کے اوسط سے عشاریہ کے تیسرے مقام تک صحیح نتایج حاصل ہوتے ہیں۔

نقشہ کشی کے تختہ پر ایک کاغذ چڑھا کر اِس پر ایک خط مستقیم ط ق س کھینچو (شکل ۱۰۷ء۱) پھر اس تختہ پر ایک منشور رکھ کر ایک پنسل سے اِس کے رُخوں ا ب اور ا ج کے نشان کر لو۔ اِس کے بعد منشور کے رُخ ا ج میں سے دیکھتے ہوئے ایک خطِ مستقیم ت ق ایسا کھینچو کہ یہ ط ق ہی کی سیدھ میں نظر آئے۔ منشور کو ہٹا کر ت ق کو یہاں تک بڑھاؤ یہ ط س کو ق پر قطع کرے۔ قَ س کو ق ت کے مساوی قطع کرو: ت ر، ا ج کے علی القوایم اور س ر، ا ب کے علی القوایم کھینچو۔ ق ر کو ملاؤ۔ چنانچہ منشور کا انعطاف نما (۱۱۱)

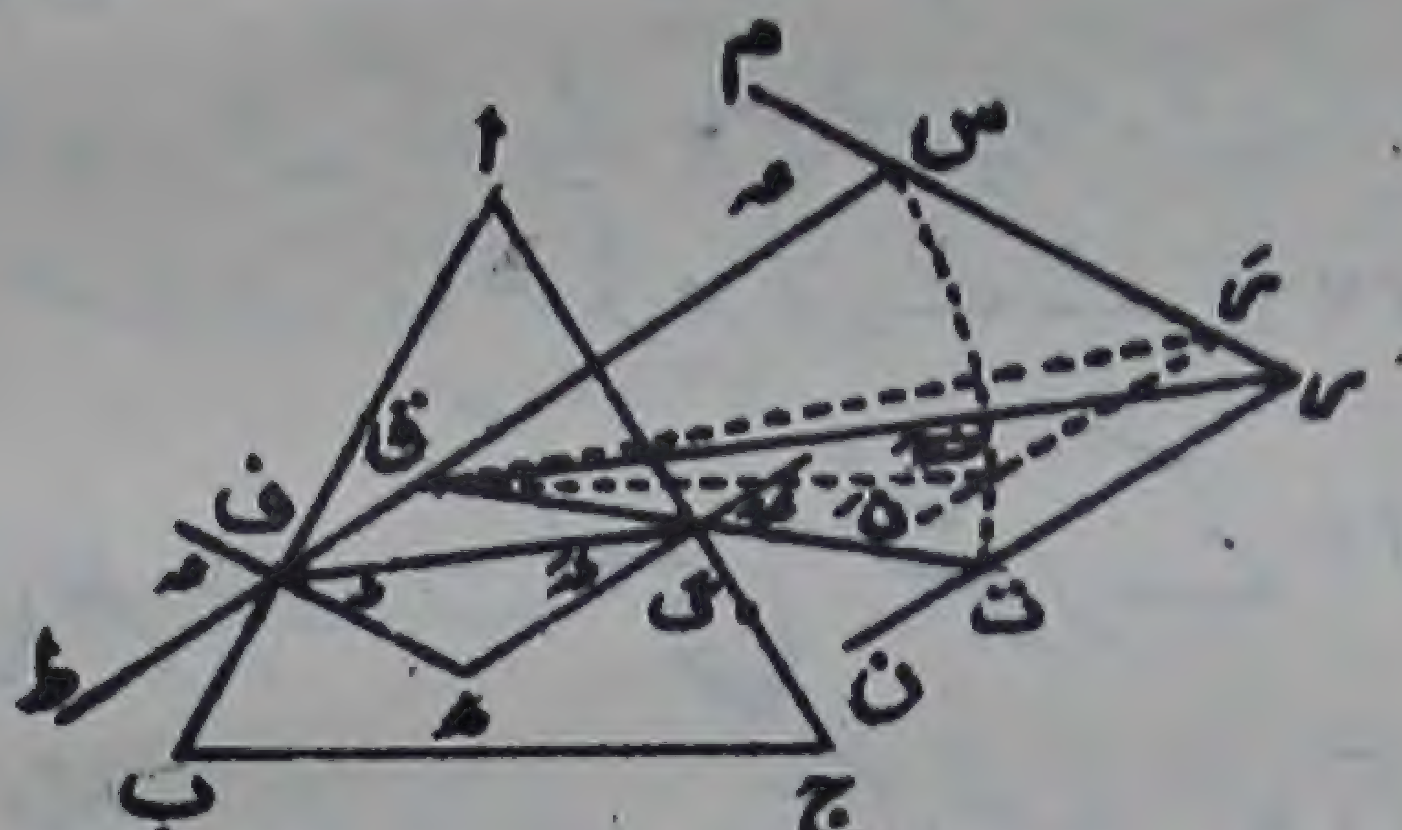
$$م = \frac{ق ر}{ق س}$$

ـہ Monobrom naphthalene

کیونکہ اگر ایسا نہ ہو تو فرض کرو کہ یہ انعطاف نما جملہ ذیل سے تعبیر ہوتا ہے:

$$\text{مہ} = \frac{\text{ق رَ}}{\text{ق س}}$$

شکل میں خط ق رَ کھینچو جو س ر سے رَ پر جا ملے۔ رَ میں سے



شکل ۱۰۷

رَ تَ ، ا ج کے علی القوایم کھینچو۔ ق کو مرکز مان کر نصف قطر ق س سے ایک قوس کھینچو جو رَ تَ کو تَ پر قطع کرے۔ ق اور تَ کو ملاؤ۔

فرض کرو کہ شعاع ط ق کا زاویہ وقوع منشور کے رُخ ا ب پر عہ ہے اور رُخ ا ج سے شعاع ق ت کا زاویہ خارج عہَ ہے۔ چنانچہ ∠ م س ق = عہ اور ∠ ن ت ق = عہَ فرض کرو کہ منشور کے دونوں رخوں پر انعطافی زاویے گ ف ھ اور ف گ ھ بالترتیب طہ اور طہَ ہیں۔ چنانچہ یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ ا = طہ + طہَ اور چونکہ س ر اور تَ رَ بالترتیب ا ب اور ا ج کے علی القوایم ہیں اِس لیے ∠ س رَ تَ = ا = طہ + طہَ

اب △ ق س رَ میں:

$$\frac{\text{ق رَ}}{\text{ق س}} = \frac{\text{جب ق س رَ}}{\text{جب س رَ ق}} = \frac{\text{جب عہ}}{\text{جب س رَ ق}}$$

لیکن ہمارے مفروضہ کی رو سے

$$\frac{\text{ق ر}}{\text{قَ س}} = \text{م}$$

اس لیے

$$\text{م} = \frac{\text{جب ع}}{\text{جب س ر ق}}$$

اور ∠ س ر ق = ط۔ بنابریں ∠ ق ر تَ = طَ

نیز △ ق ر تَ میں

$$\frac{\text{ق ر}}{\text{ق تَ}} = \frac{\text{جب ق تَ ر}}{\text{جب ق ر تَ}} = \frac{\text{جب ق تَ ر}}{\text{جب طَ}}$$

لیکن

$$\frac{\text{ق ر}}{\text{ق تَ}} = \text{م}$$

اس لیے

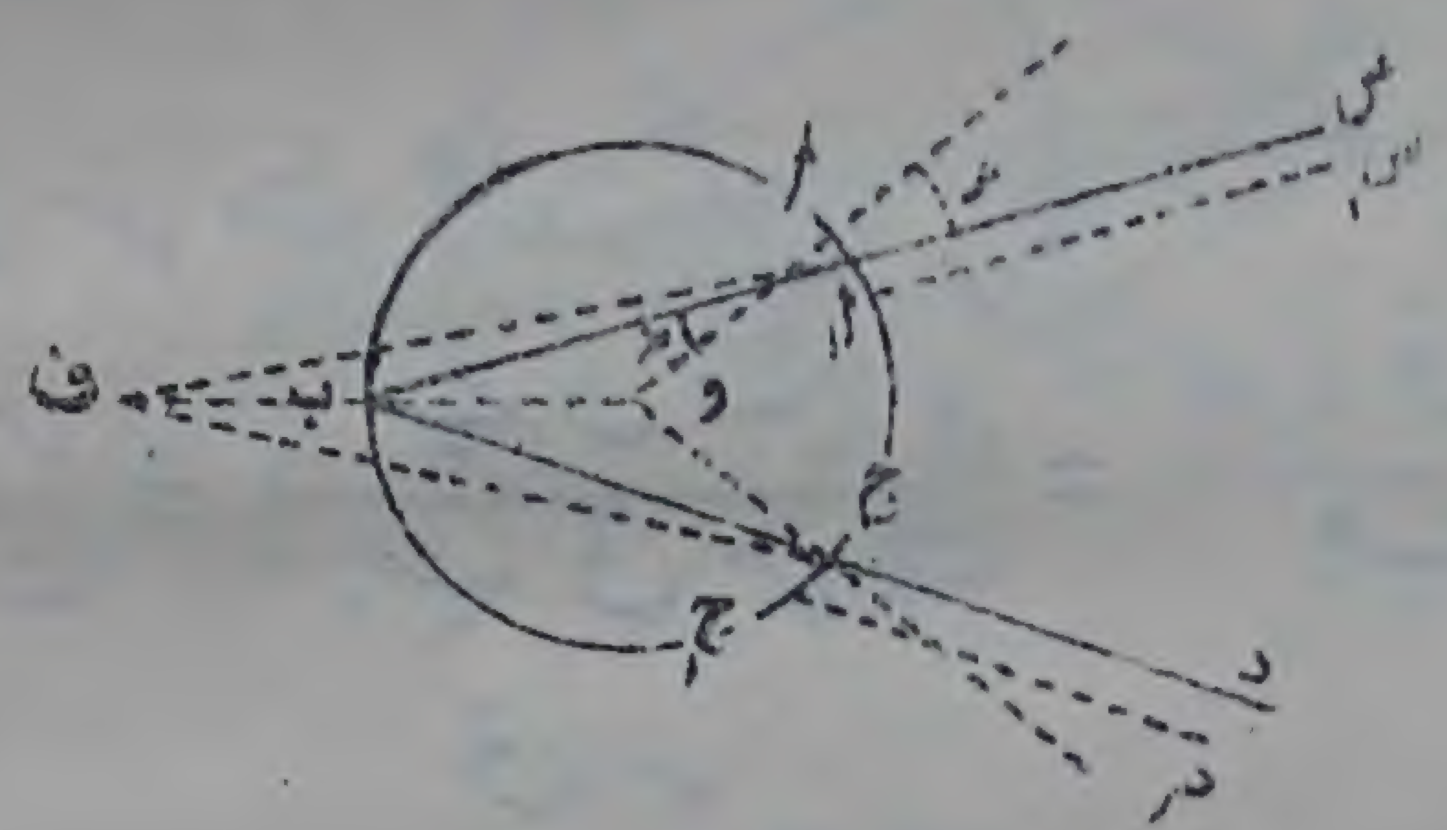
$$\text{م} = \frac{\text{جب ق تَ ر}}{\text{جب طَ}}$$

اور جب ق تَ ر = جب عَ۔ بنابریں ∠ ق تَ نَ = عَ۔ لیکن ∠ ق ت ن = عَ، رتَ متوازی ہے رت کے اور ق تَ متوازی نہیں ہے ق ت کے۔ پس ∠ ق ت نَ، زاویہ عَ کے مساوی (۱۱۲)
نہیں ہوسکتا اور بنابریں ہمارا مفروضہ غلط ہے۔ اس لیے یہ انعطاف نما جملۂ ذیل سے تعبیر ہونا چاہیے:

$$\text{م}\ \frac{\text{قَ ر}}{\text{قَ س}}$$

واضح رہے کہ ثبوت بالا سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ ف ر متوازی ہونا ہے ف گ کے، نیز منشور کا اقل انحراف کی وضع میں ہونا بھی ضروری نہیں۔

قوس قزح: فرض کرو کہ س ا ایک ایسی شعاع ہے جو ایک شفّاف کُرہ کی سطح پر اس کے مرکز میں سے گزرنے والے مستوی پر واقع ہوتی ہے۔



شکل ۱۰۷

چنانچہ اس کا نصف قطر و ا، نقطہ ا پر کا عماد ہوگا۔ فرض کرو کہ نقطہ ا پر کا زاویہ وقوع اور زاویہ انعطاف بالترتیب عہ اور طہ ہیں یہ شعاع انعطاف کے بعد کرہ کی دوسری جانب ب پر منعکس ہوجاتی ہے، پھر ج پر پہنچ کر یہاں سے ہوا میں داخل ہوجاتی ہے۔ چونکہ و ا = و ب اِس لیے ب پر کا زاویہ وقوع طہ ہوگا اور بنا بریں زاویہ انعکاس و ب ج بھی طہ ہوگا، ∠ و ج ب = طہ اور شعاع خارج ج د، ج پر کے عماد کے ساتھ زاویہ عہ بنائیگی۔ چنانچہ زاویہ انحراف ∠ س ف د

= ۲ ∠ س ف و = ۲ (∠ ا ب و - ∠ ف ا ب)

= ۲ (طہ - عہ + طہ) = ۴ طہ - ۲ عہ

اِس کے اقل ہونے کے لیے اِس کا تفرقی سر بلحاظ عہ صفر ہونا چاہیے یعنی

$$4\,\frac{\text{فرطہ}}{\text{فرعہ}} - 2 = 0$$

لیکن جب عہ = مہ جب طہ، پس جم عہ = مہ جم طہ $\frac{\text{فرطہ}}{\text{فرعہ}}$

$\frac{\text{فرطہ}}{\text{فرعہ}}$ کو ساقط کر دینے پر ہمیں حاصل ہوگا

$$\text{جم عہ} = \tfrac{1}{2}\,\text{مہ جم طہ}$$

$$\text{یا جم}^2\text{عہ} = \tfrac{1}{4}\,\text{مہ}^2\,\text{جم}^2\text{طہ} = \tfrac{1}{4}\,\text{مہ}^2\,(1 - \text{جب}^2\text{طہ}) = \tfrac{1}{4}\,(\text{مہ}^2 - \text{جب}^2\text{عہ})$$

$$= \tfrac{1}{4}\,(\text{مہ}^2 - 1 + \text{جم}^2\text{عہ})$$

اِس کو حسبِ ذیل شکل میں بھی لکھا جاسکتا ہے،

$$\text{جم}^2\text{عہ} - \tfrac{1}{4}\,\text{جم}^2\text{عہ} = \tfrac{1}{4}\,(\text{مہ}^2 - 1)$$

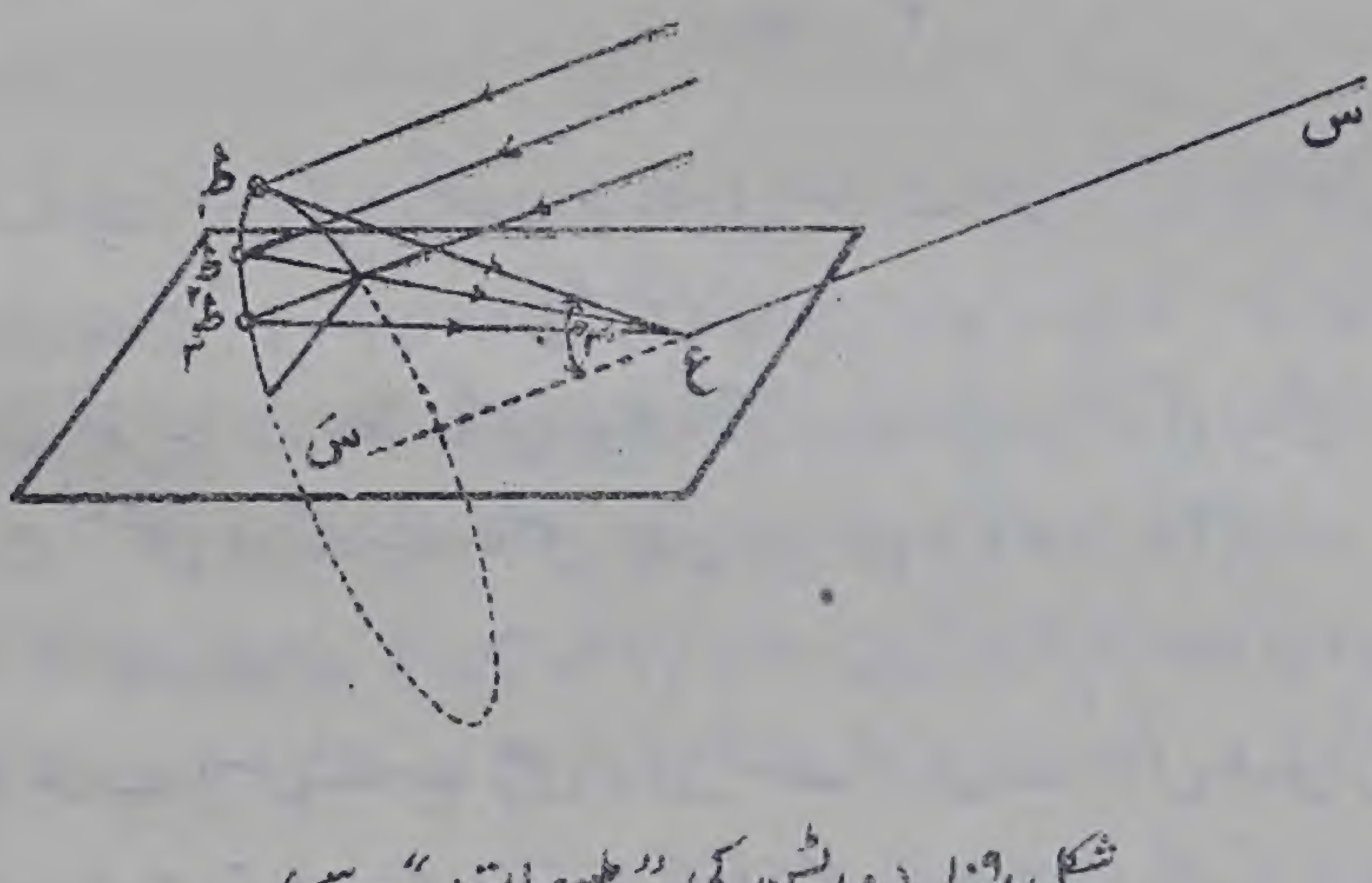
$$\text{یا} \qquad \text{جم عہ} = \sqrt{\frac{\text{مہ}^2 - 1}{3}}$$

اگر ہم مہ کے لیے اِس کی وہ قیمت جو پانی کی صورت میں سُرخ روشنی کے لیے حاصل ہوتی ہے یعنی ۱٫۳۲۹ درج کریں تو ہمیں عہ = ۵۹٫۶°، طہ = ۴۰٫۵° اور انحراف تقریباً ۴۲٫۸° حاصل ہوگا۔ اگر مہ کے لیے اِس کی وہ قیمت درج کی جائے جو بنفشئی نور کے لیے حاصل ہوتی ہے یعنی ۱٫۳۴۳ تو ہمیں عہ ۵۸٫۸°، طہ = ۳۹٫۶° اور انحراف ۴۰٫۸° حاصل ہوگا۔ یہی نتیجہ علم احصار کی مدد کے بغیر بھی اخذ کیا جاسکتا ہے اِس کے لیے ہمیں عہ کی مختلف قیمتوں کے مماثل طہ کی قیمتیں محسوب کرکے ہر صورت میں زاویہ انحراف کو عہ کے تفاعل کے طور پر مرتسم کرنا پڑتا ہے۔

(۱۱۳) اب فرض کرو کہ ایک دوسری شعاع سَ اَ اِس کرہ پر پہلی شعاع کے متوازی واقع ہوتی ہے۔ چنانچہ اس کا زاویہ وقوع عہ سے کسی قدر مختلف ہوگا۔ اس لیے اِس کا انحراف س ا کے انحراف سے علی العموم مختلف ہوگا اور کرہ سے باہر

آنے پر یہ شعاع ج د کے متوازی نہ ہوگی - بہر حال اگر انحراف کو عہ کے تفاعل کے طور پر مرتسم کیا جائے تو انحراف اقل کے قرب و جوار میں اِس انحراف کی قیمت عہ کے ساتھ ساتھ بہت ہی آہستہ آہستہ بدلیگی - پس اگر س ۱ انحراف اقل کے لیے مناسب زاویہ پر واقع ہو تو سَ ۱َ کا زاویہ وقوع س ۱ کے زاویہ وقوع سے کسی قدر مختلف ہونے کے باوجود اِس کا انحراف تقریباً وہی ہوگا جو شعاع س ۱ کا ہے اور کرہ سے باہر آنے پر اِس کا راستہ جَ دَ عملاً متوازی ہوگا ج د کے - اب اِس کرہ پر ۱ اور ۱َ کے درمیان بہت سی شعاعیں س ۱ کے متوازی واقع ہوسکتی ہیں، چنانچہ انعکاس کے بعد بھی یہ متوازی رہینگی اور ج د اور جَ دَ کے درمیان واقع ہونگی - بنا بریں ہم اِس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ اگر نور کی متوازی شعاعیں کسی کرہ میں سے گزرتی ہوئی اقل طور پر منحرف ہوں تو یہ متوازی شعاعوں ہی کی شکل میں باہر آئینگی، باقی تمام صورتوں میں یہ شعاعیں مستدق یا منتشر ہوجائینگی -

اب شکل ۱۰۹ پر غور کرو - فرض کرو کہ سورج سے آنے والی شعاعیں س ع کی سمت میں واقع ہو رہی ہیں، مشاہد ع پر واقع ہے اور ط۱، ط۲، ط۳ بارش کے

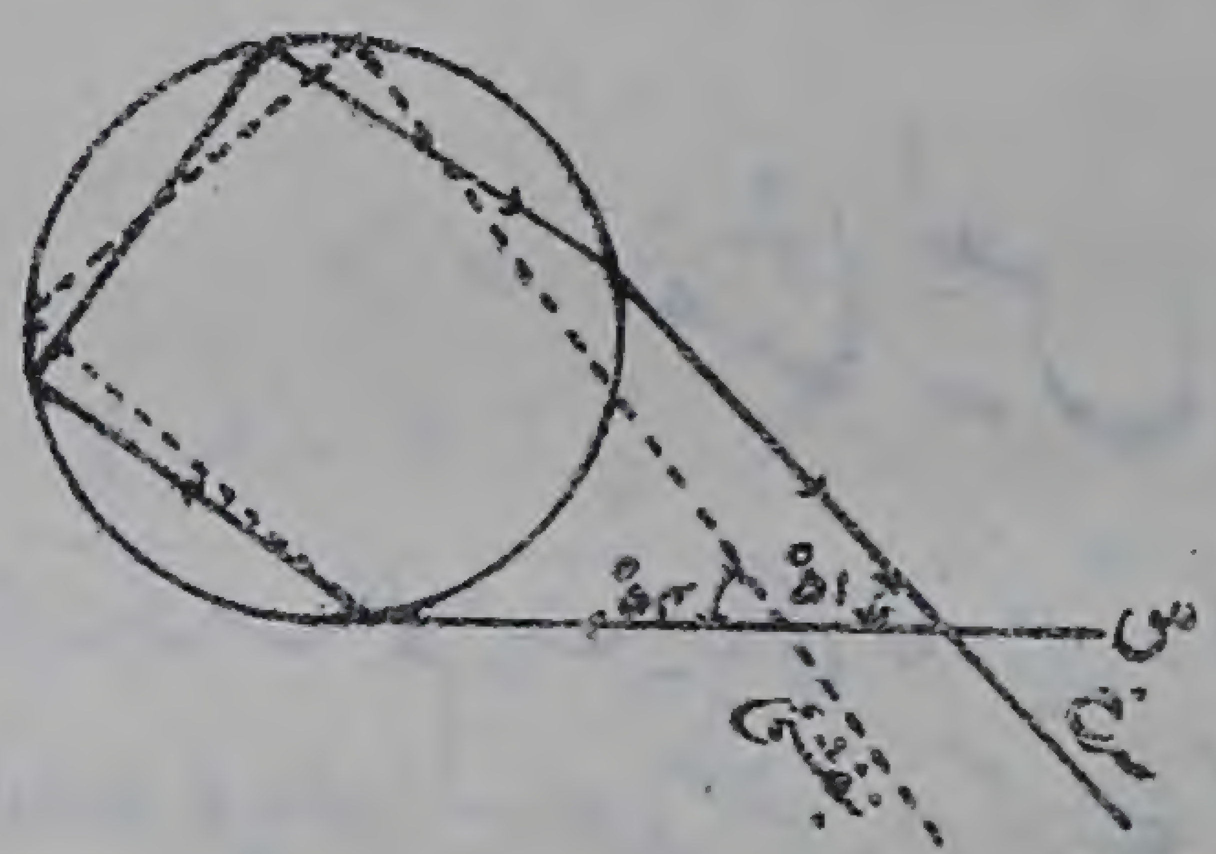


شکل ۱۰۹ (واٹسن کی "طبیعیات" سے)

کروی قطرے ہیں - اگر سورج سے آنے والی شعاعیں بارش کے قطروں کی وجہ سے منحرف ہوکر مشاہد کے پاس پہنچیں تو اِسے صرف وہ سمتیں روشن نظر آئینگی جن میں

ان شعاعوں میں اقل انحراف پایا جاتا ہے یعنی جو س ع کے ساتھ تقریباً ۴۲° کا زاویہ بناتی ہیں۔ یہ زاویہ سرخ روشنی کے لیے ۴۲°۲،۸ اور بنفشئی روشنی کے لیے ۴۰°۳۶،۸ ہوگا اور طیف کے دیگر رنگ اِن دونوں رنگوں کے درمیان اپنی مخصوص ترتیب میں دکھائی دینگے۔ بس یہی قوس قزح ہے۔ ظاہر ہے کہ مشاہد کی پیٹھ سورج کی طرف ہونی چاہیے اور اِسے سُرخ رنگ باہر کی طرف نظر آئیگا۔ اِس طرح پیدا ہونے والی قوس قزح کو اصلی قوس قزح کہتے ہیں۔

اگر شعاعیں قطرہ کے اندر دو مرتبہ منعکس ہوں جیسا کہ شکل ۱۱۱ میں دکھلایا گیا ہے تو اقل انحراف کی صورت میں سُرخ شعاعیں واقع نور کے ساتھ تقریباً ۵۱° کا زاویہ بناتی ہیں اور بنفشئی شعاعیں تقریباً ۵۴° کا زاویہ۔ چنانچہ اِس طرح پیدا ہونے والی قوس قزح کا بیرونی حصہ بنفشئی ہوگا۔ ایسی قوس قزح کو ثانوی قوس قزح کہتے ہیں اور اِس کے دیکھنے کے لیے بھی مشاہد کی پیٹھ سورج ہی کی طرف ہونی چاہیے۔ بعض اوقات اصلی اور ثانوی قزحی قوسیں



شکل ۱۱۱ (واٹسن کی "طبیعیات" سے)

ایک ساتھ دیکھنے میں آتی ہیں، چنانچہ ثانوی قوس قزح اصلی قوس قزح کے باہر اور اِس سے مدھم اور چوڑی ہوتی ہے۔

(۱۴۳) قزحی قوسین تین یا چار اندرونی انعکاسوں کی وجہ سے بھی پیدا ہوتی ہیں لیکن یہ بہت شاذ دیکھنے میں آتی ہیں۔ یہ اُسی طرف دکھائی دیتی ہیں جس طرف کہ سورج ہوتا ہے لیکن سورج کی بکھری ہوئی روشنی کے مقابلہ میں ماند ہوتی ہیں اور اُسی وقت نظر آتی ہیں جبکہ سُورج کی روشنی ابر وغیرہ کی وجہ سے زیادہ تر رُک جاتی ہے۔

مذکورۂ بالا ہندسی نظریہ ڈیکارٹ[ے] کا پیش کردہ ہے۔ یہ اِس منظر کی پوری پوری توجیہ نہیں کرتا۔ مذکورۂ بالا قزحی قوسوں کے علاوہ بعض اوقات اصلی قوس قزح کے اندرونی کنارہ کے قریب اور اِس سے کم اوقات ثانوی قوس قزح کے بیرونی کنارہ کے قریب روشنی کے متبادلات دکھائی دیتے ہیں۔ یہ زاید یا کھوٹی قزحی قوسیں[لے] کہلاتی ہیں۔ اِن کی توجیہ سب سے پہلے سر جارج ایری[کے] نے پیش کی ہے۔ اِس کی رو سے یہ قزحی قوسیں قطرہ سے اقل انحراف کی سمت کے قریب کی سمتوں میں نکلنے والی شعاعوں کے اختلاف ہیئت[عہ] کی وجہ سے نمودار ہوتی ہیں۔ پس یہ زاید قوسیں درحقیقت اصلی مستوی موج کے قطرہ میں سے گزرنے کے باعث پیدا ہونے والے انحصاری[عہ] اثر کا نتیجہ ہیں۔

کسی آبشار کی پھوار کی وجہ سے بھی قزحی قوسیں اُسی طرح پیدا ہوتی ہیں جس طرح کہ بارش کی وجہ سے۔

مثالیں

(۱) ایک طالب علم طیف پیما کی دوربین کو کھڑکی کے پاس لے جا کر اِس کی تمسیک ایک لا متناہی طور پر بعید شخص پر کر لینے کی بجائے اِس کو کمرہ کے اندر ۱۰ میٹر کے فاصلے پر رکھے ہوئے ایک لیمپ کی طرف پلٹا کر دوربین کی تمسیک اِس لیمپ کے خیال پر کر لیتا ہے۔ اِس دوربین کے دہانہ کو دست پٹی کی مدد سے کتنے ملی میٹر نلی کے اندر سرکانا چاہیے کہ اِس کی تمسیک متوازی شعاعوں کے لیے ٹھیک ہو جائے؟

(۲) ثابت کرو کہ جب روشنی ایک پتلے منشور میں سے گزرتی ہے تو اِس کا

ے Descartes

لے Supernumery bows

کے Sir George Airy

عہ اِن اصطلاحوں کی وضاحت نویں اور دسویں باب میں کی گئی ہے۔

انحراف زاویہ وقوع کے ساتھ ساتھ نہیں بدلتا بشرطیکہ وقوع تقریباً عمودی سمت میں ہو۔

ثابت کرو کہ اِن ہی حالات کے تحت منشور کے دوسرے رُخ سے منعکس شدہ حصّہ نور کے انحراف میں اور منشور کے پہلے رُخ سے منعکس شدہ حصّہ نور کے انحراف میں ہمیشہ ایک مستقل فرق پایا جاتا ہے۔

(۳) روشنی کی ایک شعاع ایک منشور میں سے اِس کے کنارے کے علی القوایم مستوی میں منعطف ہو رہی ہے۔ ثابت کرو کہ اگر اِس کا زاویہ وقوع مستقل رہے تو اِس کا انحراف منشور کے زاویہ کے ساتھ ساتھ بڑھتا جاتا ہے۔ نیز ثابت کرو کہ:

$$\text{جب}^{-1}\left(\frac{1}{\text{مہ}}\right) + \text{جب}^{-1}\left(\frac{\text{جب عہ}}{\text{مہ}}\right)$$

منشور کا ایک ایسا انتہائی زاویہ ہے کہ اِس صورت میں جب شعاع دوسرے رُخ پر پہنچتی ہے تو وہ باہر نکلنے نہیں پاتی، جہاں عہ پہلے رُخ پر اِس شعاع کا زاویہ وقوع ہے۔

(۴) ثابت کرو کہ زاویہ ا والے ایک منشور کے لیے:

$$\frac{\text{جب}\,\frac{1}{2}\,(\text{ا} + \text{حہ})}{\text{جب}\,\frac{1}{2}\,\text{ا}} = \text{مہ}\,\frac{\text{جم}\,\frac{1}{2}\,(\text{طہ} - \text{طہَ})}{\text{جم}\,\frac{1}{2}\,(\text{عہ} - \text{عہَ})}$$

جہاں حہ زاویہ انحراف ہے، عہ اور عہَ بالترتیب زاویہ وقوع اور زاویہ خارج ہیں، اور طہ اور طہَ اِن کے متناظر انعطافی زاویئے ہیں۔

(۵) ایک منشور جس کا انعطاف انگیز زاویہ ۶۰° کا ہے ایک ایسے شیشہ کا بنا ہوا ہے جس کے انعطاف نما سوڈیم اور لیتھیم کی روشنی کے لیے بالترتیب ۱٫۵۱۷۰ اور ۱٫۵۱۴۰ ہیں۔ ایک متعلم سوڈیم کی روشنی کے لیے زاویہ اقل انحراف کی پیمایش کرتا ہے اور پھر اِس منشور کو لیتھیم کی روشنی کے لیے اقل انحراف کی وضع میں ترتیب دینے کی بجائے لیتھیم کے خط کے انحراف کی پیمایش کرتا ہے جبکہ سوڈیم کا خط اقل انحراف کی وضع میں ہوتا ہے۔ لیتھیم نور کے انعطاف نما کے لیے اِسے جو قیمت حاصل ہوتی ہے اُس میں کتنی غلطی واقع ہوگی؟

(۶) فلنٹ شیشہ کے ۹۰° والے ایک منشور کا انعطاف نما سوڈیم نور کے لیے ۱٫۶۴۹۹ ہے۔ اِس کی تبدیلی فی ۱° م اضافہ تپش + ۰٫۰۰۰۰۰۳ ہے۔ ایک

(۱۱۵۱) طیف پیما کا درجہ دار دائرہ قوس کے ۱ُ تک پڑھ سکتا ہے اور جس معمل میں یہ رکھا ہے اُس کی تپش سال بھر میں ۵۰° ف سے ۷۰° ف تک بدلتی ہے۔ کیا اِس طیف پیما کی مدد سے معلوم کیے ہوئے انعطاف نماؤں کی قیمتوں میں کوئی قابل لحاظ تغیر مشاہدہ میں آئیگا ؟

(۷) صفحہ (۲۰۷) پر بتائے ہوئے ترسیمی طریقہ سے شیشہ کے منشور کا انعطاف نما معلوم کرو۔ انفرادی نتایج اعشاریہ کے دوسرے مقام تک صحیح ہونے چاہییں۔

(۸) ثانوی قوس قزح کے نظریہ کی تحقیق اُسی طریقہ سے کرو جس طریقہ سے کہ صفحہ (۲۱۰) پر اصلی قوس قزح کے نظریہ کی تحقیق کی گئی ہے۔

اشاریہ

ہندسی مناظر

فہرستِ اصطلاحات

ہندسی مناظر

انگریزی	اُردو
A	
Aperture	ثقبہ
Aplanatic	غیر مضل
Aplanatic surface	غیر مضل سطحیں
Astigmatic	ابہامی
Astronomical aberration	فلکی ضلالت
Astronomical telescope	فلکی دُوربین
Auto-collimating	خود توازی گر
C	
Camera lucida	عکسالۂ منورہ
Cardinal points	اساسی نقاط
Cartesian oval	کارٹیزی ناقص
Caustic	آتشی منحنی
Chromatic aberration	لونی ضلالت

انگریزی	اُردو
Circle of least confusion	دائرۂ التباس اقل
Collimator	توازی گر
Crossed lens	متقاطع عدسہ
Curvature	انحنا
Cylindrical	اُسطوانی
D	
Deviation	اِنحراف
Dispersive power	انتشاری طاقت
Distortion of image	خیال کا مسخ
E	
Epidiascope	تظلیلی تمثیل
Equivalent planes	معادل مستوی
Eyepiece	چشمہ
Eye-ring	حلقۂ چشم
Exit-pupil	نِکاسی پُتلی

انگریزی	اُردو
F	
Field lens	میدانی عدسہ
Focal length	ماسکی طول
Focal lines	ماسکی خطوط
Focal planes	ماسکی مستوی
Focus	ماسکہ
G	
Goniometer	طیف پیما
I	
Index of refraction	انعطاف نما
L	
Law of extreme path	انتہائی راہ کا کلیہ
Lens	عدسہ
M	
Magnification	تکبیر
Magnifying glass	تکبیری شیشہ
Medium	واسطہ
Microscope	خُردبین
Minimum deviation	اِنحرافِ اقل
Mirage	سراب
Multiple images	متواتر خیال
Multiple reflections	متواتر انعکاس

انگریزی	اُردو
N	
Nodal points	عقدی نقطے
Nodal slide	عقدی سرکۃ الآلہ
O	
Object	شخص
Object glass	دہانہ
Ocular	چشمہ
Opera glasses	منظوری دُوربین
Optical bench	تختِ مناظر
Optical centre	مناظری مرکز
Optical lantern	مناظری قندیل
Optical projection	مناظری تظلیل
P	
Parallax	اختلافِ منظر
Penumbra	ظلِ مشوّب
Peppers's ghost	غولِ پپّر
Persistence of vision	استمرارِ رویت
Photographic camera	عکسالہ
Pinhole camera	ثقبالہ
Principal planes	صدر مستوی
Prism glass	منشوری دُوربین
Probable error	اغلب خطا

انگریزی	اُردو
R	
Reflection	انعکاس
Refraction	انعطاف
Refractometer	انعطاف پیما
Resolving power	تحلیلی طاقت
S	
Scintillation	ستاروں کی جھلملاہٹ
Sextant	سدس کا آلہ
Sine condition	جیبی شرط
Spectrometer	طیف پیما
Spectrum	طیف
Spherical aberration	کُروی ضلالت
T	
Telescopic system	دُوربینی نظام
Thick lens	موٹا عدسہ
Total reflection	انعکاسِ کُلّی
U	
Umbra	ظلِّ محض
Ultramicroscope	بالاخُردبین

صحت نامہ

هندسی مناظر

صفحہ	سطر	غلط	صحیح	صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۴	۴	ظاہر ہوتا ہے	ظاہر کرتا ہے	۱۱۳	۱۲-۱۳-۱۷	بنفشبی	بنفشئی
۶	۲	(صفحہ ۱۸۳)	(صفحہ ۱۸۴)	۱۲۵	۷	evolnte	evolute
۹	۱۸	چاندھی	چاندی	۱۲۷	۱۵	تماش	تماس
۱۰	۱۳	ہیں:	ہیں-بنابریں:	۱۵۱	شکل ۷۱	ک	گ
۱۲	۴	ہوئی تو	ہوئی ہوتو	۱۶۲	فٹ نوٹ	Mears Zeiss	Messrs Zeiss
۲۲	فٹ نوٹ	surrace	surface	۱۶۴	"	Herschel	Herschel
۴۱	"	Peppes's	Pepper's	۱۷۷	۱۳	ع	ع
۴۳	شکل ۳۲	عہ	مہ	۱۹۲	حاشیہ	Schusler	Schuster
۴۷	۱۵	ہو جائیگا	ہو جائیگی:	۱۹۴	"	کی تعیّن	کی تعیین
۷۵	شکل ۳۵	عو	ع،	۲۰۷	۶	مونو بروم	مونو بروم